

ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ СПЕКТР КОЛЕБАНИЙ НЕЛИНЕЙНОЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ В ЗАКРИТИЧЕСКОЙ ОБЛАСТИ

В.В. Копытов, К.С. Костенко
(представил д.т.н., проф. И.И. Сныткин)

Определена структура энергетического спектра стохастических колебаний, возникающих в нелинейной динамической системе (НДС) в результате последовательности бифуркаций удвоения периода.

Поведение нелинейной динамической системы в закритической области при $\lambda > \lambda_\infty$ не может быть описано одной математической моделью, так как при изменении управляющего параметра могут возникать как стохастические, так и сложно периодические колебания по различным сценариям [1]. Структура стохастических колебаний в этом случае будет качественно различной, поэтому единое математическое описание стохастических колебаний в данной области отсутствует. При изменении управляющего параметра от λ_∞ , где возникают стохастические колебания, до Λ_5 , когда колебания станут сложно периодическими, структура колебаний испытывает ряд обратных бифуркаций. В результате этого происходит слияние хаотических полос в единый аттрактор. Структура энергетического спектра стохастических колебаний претерпевающих ряд обратных бифуркаций, как показали экспериментальные исследования, подчиняется аналогичным универсальным закономерностям, что и при переходе к хаосу в результате бифуркаций удвоения периода [1]. Определим структуру стохастических колебаний в данной области.

Вид энергетического спектра стохастических колебаний при бифуркационных значениях вблизи λ_∞ , где происходит слияние полос хаотического движения, определяется как периодическими переходами между слоями, так и хаотическими перемещениями внутри каждого слоя. Поэтому X_n можно представить в виде [2]:

$$X_n = \sum_j A_j \exp(i\omega_j n) + r(n), \quad (1)$$

где $r(n)$ - шумовая составляющая. Спектральная плотность для процесса X_n при некотором значении параметра λ равна

$$S(\omega, \lambda) = \sum_j |A_j(\lambda)|^2 \delta(\omega - \omega_j) + |n(\omega, \lambda)|^2, \quad (2)$$

т.е. представляет собой суперпозицию дискретных линий и шумового фона, интенсивность которого равна

$$N(\lambda) = \int_0^{2\pi} |\ln(\omega, \lambda)|^2 d\omega = r(0, \lambda), \quad (3)$$

где $r(\kappa, \lambda) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{m+1}^N n(m+\kappa, \lambda) n(m, \lambda)$ - корреляционная функция шума. Поскольку шум обусловлен случайными блужданиями внутри каждого слоя, то очевидно [3], что $r(0, \lambda) = W^2(\lambda)$, где $W(\lambda)$ – средняя ширина слоя при данном значении параметра λ .

В соответствие с законом подобия (2) при переходе через бифуркационное значение параметра половина слоев уменьшается в α раз, а другая половина - в α^2 раз. Поэтому среднеквадратичная ширина одного слоя при $\lambda = \Lambda_{m+1}^*$, где Λ_{m+1}^* - значение параметра λ , соответствующее $(m+1)$ -й обратной бифуркации удвоения, равна

$$W_{m+1} = \sqrt{\frac{1}{2\alpha^2} \left(1 + \frac{1}{\alpha^2}\right)} \cdot W_m = \frac{1}{\beta} \cdot W_m, \quad (4)$$

где $\beta = \sqrt{2\alpha^2} / \sqrt{1 + \alpha^2}$.

Из (3) и (4) следует, что

$$N(\Lambda_{n+1}^*) = N(\Lambda_n^*) \beta^{-2}. \quad (5)$$

Так как для больших n в соответствии с [2]:

$$\Lambda_n^* - \lambda_\infty \approx \delta^{-n}, \quad (6)$$

то из (5) следует, что

$$N(\lambda) \approx (\lambda - \lambda_\infty)^g, \quad (7)$$

где $g = 2 \ln \beta / \ln \delta$.

Таким образом, после перехода к хаосу, в результате последовательности бифуркаций удвоения периода, энергетический спектр стохастических колебаний состоит из узких линий, обусловленных сменой слоев и шумового фона, вызванного случайными блужданиями вдоль каждого слоя. Причем при удалении от точки перехода интенсивность шумового фона растет в соответствии с выражением (7). Форма сплошного энергетического спектра подчиняется аналогичным закономерностям, описывающим форму дискретного спектра.

Приведенные на рис. 1 а, б экспериментально определенные энергетические спектры колебаний нелинейного колебательного контура при гармоническом воздействии с разной частотой [3], играющей в данном

случае роль бифуркационного параметра, подтверждают полученные выводы о структуре энергетического спектра стохастических колебаний в закритической области. По мере дальнейшего изменения управляющего параметра происходит смена стохастического режима на сложно периодический с периодом не кратным степени двойки и для его описания необходимы другие подходы.

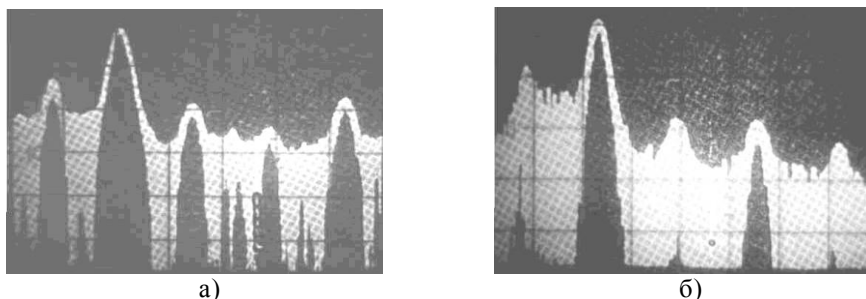


Рис.1. Энергетический спектр стохастических колебаний нелинейного колебательного контура

Таким образом, определена структура энергетического спектра стохастических колебаний, возникающих в НДС в результате последовательности бифуркаций удвоения периода, и установлено, что она определяется постоянными α , δ и значением управляющего параметра λ . Постоянные α и δ определяются размерностью неавтономной нелинейной динамической системы и зависят от ее физической реализации, а изменением частоты или амплитуды внешнего воздействия можно легко изменять как ширину энергетического спектра стохастических колебаний, так и его структуру. Указанное обстоятельство позволяет создавать генераторы стохастических колебаний с заданным энергетическим спектром.

ЛИТЕРАТУРА

1. Неймарк Ю.И., Ланда П.С. Стохастические и хаотические колебания. – М.: Наука, 1987. – 424 с.
2. Шустер Г. Детерминированный хаос: Введение. – М.: Мир, 1988. – 240 с.
3. Копытов В.В., Чайка Ю.Д. Экспериментальное исследование стохастических колебаний связанных нелинейных осцилляторов // Тематический НТС №1. – Ставрополь, СВВИУС. – 1983. – С. 3 - 15.

Поступила в редколлегию 10.01.2001