

МОДЕЛЬ АНАЛИТИЧЕСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ОПЕРАТОРА ПУНКТА УПРАВЛЕНИЯ

к.т.н. К.А. Метешкин, И.А. Борозенец
(представил проф. Пятков Ю.П.)

Разработана модель аналитической деятельности оператора пункта управления (ПУ). С использованием полумарковских процессов получены выражения для расчета среднего времени одного цикла процесса аналитической деятельности оператора ПУ.

По мере расширения области использования аппаратно - программных комплексов, составляющих основу современных АСУ, важности и ответственности решаемых ими задач, происходит все большее усиление элементов творческой деятельности операторов ПУ. При этом усложняется процесс его аналитической деятельности, повышаются требования к скорости его реакции. Возникает необходимость в математическом описании аналитической деятельности оператора ПУ. Такие модели можно использовать для оценки времени, затрачиваемого на выполнение отдельных операций и на этой основе разработать рекомендации по рациональному формированию информационной модели современных систем управления.

Цель настоящей статьи состоит в том, чтобы построить модель, описывающую временные характеристики процесса аналитической деятельности оператора ПУ. Исходные допущения:

– процесс аналитической деятельности оператора ПУ протекает циклически и состоит из ряда этапов;

– в начальной части процесса аналитической деятельности оператор ПУ разрабатывает общий план анализа, затрачивая на это случайное время, распределенное по закону $F_0(\tau)$;

– каждый элементарный акт аналитической деятельности оператора ПУ рассматривается как некоторое состояние, время пребывания, в котором случайное;

– по окончании каждого этапа анализа оператор ПУ с заданной вероятностью принимает решение о содержании следующего этапа.

Необходимо оценить вероятности q_i заставить процесс анализа в i - м состоянии в произвольный момент времени и среднее время T , затрачиваемое на цикл анализа.

Процесс аналитической деятельности оператора ПУ при сформулированных допущениях может быть представлен орграфом, изображенном на

рис. 1, где \mathbf{H}_0 - состояние, соответствующее начальному этапу каждого периода анализа; $\mathbf{H}_{1,\ell_1}; \overline{\mathbf{H}_{\ell_1+1}, \mathbf{H}_{\ell_1+\ell_2}}; \overline{\mathbf{H}_{\ell_1+\ell_{\kappa-1}+1}, \mathbf{H}_{\ell_1+\ell_2+\dots+\ell_{\kappa-1}+\ell_{\kappa}}}$ - состояния, соответствующие первому, второму и другим этапам анализа соответственно; $\mathbf{P}_{i,j}$ - вероятности перехода из состояния \mathbf{H}_i на предыдущем этапе анализа в состояние \mathbf{H}_j на последующем этапе. Количество этапов принято равным κ , количество состояний на r -м этапе - l_r .

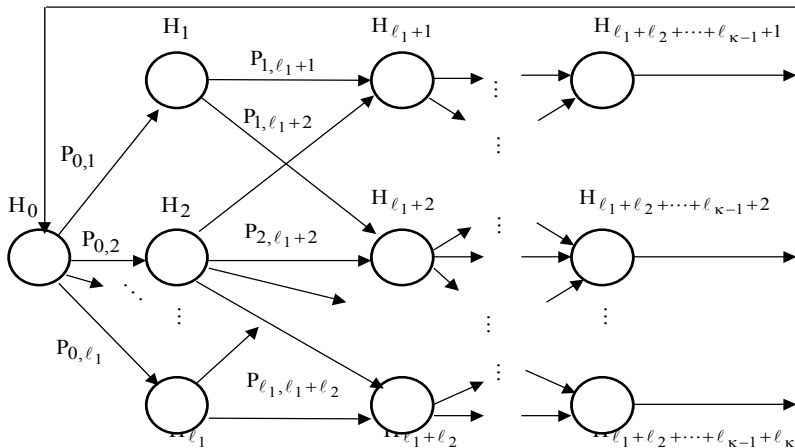


Рис. 1. Модель аналитической деятельности оператора ПУ

В такой формулировке процесс аналитической деятельности оператора ПУ описывается полумарковским циклическим процессом, который можно представить матрицей переходных вероятностей $\mathbf{P} = \|\mathbf{P}_{i,j}\|$ и вектором средних времен пребывания процесса в отдельных состояниях $\mathbf{M} = \{\mathbf{m}_s\}$, где $\mathbf{s} = 0, l_1 + l_2 + \dots + l_{\kappa}$. Среднее значение времени \mathbf{m}_s может быть вычислено из известных соотношений $\mathbf{m}_s = \int_0^{\infty} \tau f(\tau) d\tau$, $f(\tau) = \frac{dF_s(\tau)}{d(\tau)}$, где $F_s(\tau)$ - закон распределения времени пребывания процесса в состоянии \mathbf{H}_s . При этом матрица переходных вероятностей \mathbf{P} имеет клеточную структуру

$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} \mathbf{P}_{0,0} & \mathbf{P}_{0,1} & \dots & \mathbf{P}_{0,\kappa} \\ \mathbf{P}_{1,0} & \mathbf{P}_{1,1} & \dots & \mathbf{P}_{1,\kappa} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \mathbf{P}_{\kappa-1,0} & \mathbf{P}_{\kappa-1,1} & \dots & \mathbf{P}_{\kappa-1,\kappa} \\ \mathbf{P}_{\kappa,0} & \mathbf{P}_{\kappa,1} & \dots & \mathbf{P}_{\kappa,\kappa} \end{pmatrix},$$

причем все подматрицы нулевые, за исключением $\mathbf{P}_{0,1}, \mathbf{P}_{1,2}, \dots, \mathbf{P}_{\kappa-1,\kappa}, \mathbf{P}_{\kappa,0}$,

где

$$\mathbf{P}_{0,1} = \left\| \begin{array}{cccc} \mathbf{p}_{0,1} & \mathbf{p}_{0,2} & \dots & \mathbf{p}_{0,\ell_1} \end{array} \right\|;$$

$$\mathbf{P}_{i,j+1} = \left\| \begin{array}{cccc} \mathbf{p}_{v,\mu} & \mathbf{p}_{v,\mu+1} & \dots & \mathbf{p}_{v,M} \\ \mathbf{p}_{v+1,\mu} & \mathbf{p}_{v+1,\mu+1} & \dots & \mathbf{p}_{v+1,M} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \mathbf{p}_{N,\mu} & \mathbf{p}_{N,\mu+1} & \dots & \mathbf{p}_{N,M} \end{array} \right\|; \quad \mathbf{P}_{\kappa,0} = \left\| \begin{array}{c} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{array} \right\|.$$

В данных матрицах v, μ - индексы номеров состояний, соответствующие двум следующим друг за другом ярусам орграфа.

Учитывая, что оператор ПУ выполняет свои функции длительное время и граф процесса его аналитической деятельности не имеет тупиковых состояний, то исследуемый процесс можно принять за стационарный.

Для получения требуемых оценок процесса аналитической деятельности оператора ПУ воспользуемся системой уравнений

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{q_i}{m_i} = \sum_{\kappa=0}^N p_{\kappa,i} \frac{q_{\kappa}}{m_{\kappa}}, \quad i = \overline{0, N}; \\ \sum_{i=0}^N q_i = 1, \end{array} \right.$$

известных из теории полумарковских процессов.

Преобразуем данные уравнения с учетом особенности матрицы \mathbf{P} , вектора \mathbf{M} и найдем рекуррентные соотношения для вычисления q_i :

$$q_0 = \frac{m_0}{m_0 + R};$$

$$R = \sum_{\kappa=1}^{\ell_1} p_{0,\kappa} \left(m_{\kappa} + \sum_{r=\ell_1+1}^{\ell_1+\ell_2} p_{\kappa,r} \left(m_r + \sum_{s=\ell_1+\ell_2+1}^{\ell_1+\ell_2+\ell_3} p_{r,s} \left(m_s + \dots + \sum_{t=\ell_1+\dots+\ell_{\kappa-1}+1}^{\ell_1+\dots+\ell_{\kappa}} p_{f,t} m_t \right) \right) \dots \right);$$

$$q_i = p_{0,i} q_0 \frac{m_i}{m_0}, \quad i = \overline{1, \ell_1};$$

$$q_i = m_i \sum_{r=1}^{\ell_1} p_{r,i} \frac{q_r}{m_r}, \quad i = \overline{\ell_1+1, \ell_1+\ell_2};$$

$$q_i = m_i \sum_{r=\ell_1+1}^{\ell_1+\ell_2} p_{r,i} \frac{q_r}{m_r}, \quad i = \overline{\ell_1+\ell_2+1, \ell_1+\ell_2+\ell_3};$$

...

$$q_i = m_i \sum_{t=\ell_1+\dots+\ell_{\kappa-2}+1}^{\ell_1+\dots+\ell_{\kappa-1}} p_{t,i} \frac{q_t}{m_t}, \quad i = \overline{\ell_1+\dots+\ell_{\kappa-2}+1, \ell_1+\ell_2+\dots+\ell_{\kappa-1}}.$$

Из соотношения $\mathbf{T}_i = \mathbf{T} \cdot \mathbf{q}_i$, подставляя $\mathbf{T}_0 = \mathbf{m}_0$, получим среднее время одного цикла процесса аналитической деятельности оператора ПУ $\mathbf{T} = \mathbf{m}_0 / \mathbf{q}_0$.

Подвергнем анализу один важный частный случай аналитической деятельности оператора ПУ, состоящий в том, что вначале процесса намечается вариант анализа, в котором переход от одного шага к другому жестко определен. Такой процесс анализа можно представить ветвящимся циклическим процессом, каждая ветвь которого соответствует варианту анализа. Всего в процессе аналитической деятельности оператора ПУ может быть κ вариантов анализа. Каждая ветвь процесса имеет ℓ_j ($\mathbf{j} = \overline{1, \kappa}$) - шагов анализа при \mathbf{j} - м варианте. Вероятность выбора \mathbf{j} - го варианта анализа оператором ПУ равна \mathbf{p}_j . Объединив состояния каждого варианта, получим аналогичный процесс, в котором все состояния, находящиеся в одной ветви, заменяются одним эквивалентным состоянием. Среднее время пребывания процесса в эквивалентных состояниях равно $\mathbf{m}_j = \sum_{i=1}^{\ell_j \kappa} \mathbf{m}_{j,i}$, а матрица переходных вероятностей

$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} 0 & \mathbf{p}_1 & \mathbf{p}_2 & \dots & \mathbf{p}_\kappa \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix}.$$

Формулы для расчета \mathbf{q}_j имеют следующий вид:

$$\mathbf{q}_0 = \mathbf{m}_0 / (\mathbf{m}_0 + \sum_{j=1}^{\kappa} \mathbf{p}_j \mathbf{m}_j); \quad \mathbf{q}_j = \frac{\mathbf{q}_0}{\mathbf{m}_0} \mathbf{p}_j \mathbf{m}_j, \quad \mathbf{j} = \overline{1, \kappa}.$$

Покажем на примере работоспособность предлагаемой модели. Пусть для конкретной информационной модели ПУ граф процесса аналитической деятельности оператора ПУ имеет вид, который приведен на рис. 2.

Матрица переходных вероятностей и вектор средних значений времен пребывания процесса в состояниях равны:

$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} 0 & \mathbf{p}_{0,1} & \mathbf{p}_{0,2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{p}_{1,3} & \mathbf{p}_{1,4} & \mathbf{p}_{1,5} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{p}_{2,3} & \mathbf{p}_{2,4} & \mathbf{p}_{2,5} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{p}_{3,6} & \mathbf{p}_{3,7} \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{p}_{4,6} & \mathbf{p}_{4,7} \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{p}_{5,6} & \mathbf{p}_{5,7} \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix};$$

$$M = \{ m_0, m_1, m_2, m_3, m_4, m_5, m_6, m_7 \}.$$

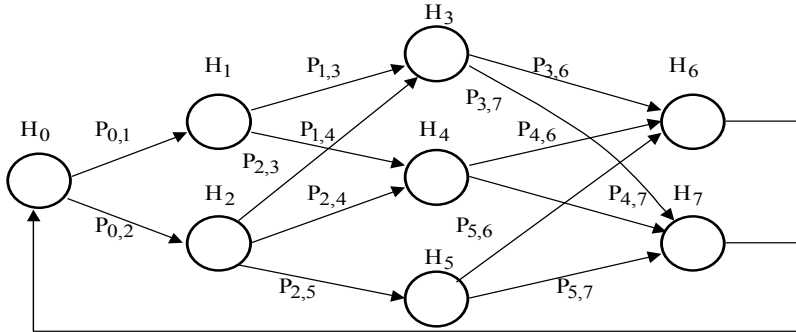


Рис. 2. Модель аналитической деятельности оператора ПУ (пример)

Пусть также заданы значения $p_{i,j}$ и m_j :

$$p_{0,1} = 0,4; p_{1,3} = 0,2; p_{2,3} = 0,3; p_{3,6} = 0,1; p_{4,6} = 0,8; p_{5,6} = 0,5; p_{0,2} = 0,6; \\ p_{1,4} = 0,8; p_{2,4} = 0,3; p_{3,7} = 0,9; p_{4,7} = 0,2; p_{5,7} = 0,5; p_{1,5} = 0,0; p_{2,5} = 0,4; \\ m_0 = 3,2; m_1 = 0,4; m_2 = 1,2; m_3 = 1,3; m_4 = 0,6; m_5 = 0,5; m_6 = 0,7; m_7 = 1,0.$$

При этих данных расчетные формулы примут вид $q_0 = m_0 / (m_0 + R)$,

$$\text{где } R = \sum_{\kappa=1}^2 p_{0,\kappa} \left(m_{\kappa} + \sum_{r=3}^5 p_{\kappa,r} \left(m_r + \sum_{t=6}^7 p_{r,t} m_t \right) \right); \quad q_i = p_{0,i} q_0 \frac{m_i}{m_0}, \quad i = 1, 2;$$

$$q_i = m_i \sum_{r=1}^2 p_{r,i} \frac{q_r}{m_r}, \quad i = 3, 4, 5; \quad q_i = m_i \sum_{r=3}^5 p_{r,i} \frac{q_r}{m_r}, \quad i = 6, 7; \quad T = \frac{m_0}{q_0}.$$

Подставив численные значения для $p_{i,j}$ и m_j в расчетные формулы, получим: $q_0 = 0,565$, $q_1 = 0,028$, $q_2 = 0,127$, $q_3 = 0,059$, $q_4 = 0,053$, $q_5 = 0,021$, $q_6 = 0,061$, $q_7 = 0,080$, $T = 5,664$.

Таким образом, получены аналитические соотношения, позволяющие достаточно просто определить основные характеристики аналитической деятельности оператора ПУ и выработать на этой основе рекомендации по рациональному размещению элементов информационной модели ПУ, а также рекомендации по рациональной организации его деятельности.

ЛИТЕРАТУРА

1. Вентцель А.Д. Предельные теоремы о больших уклонениях для марковских случайных процессов. – М.: Наука, 1986. – 384 с.

Поступила в редколлегию 28.02.2001