УДК 331. 015.11

МОДЕЛЬ АНАЛИТИЧЕСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ОПЕРАТОРА ПУНКТА УПРАВЛЕНИЯ

к.т.н. К.А. Метешкин, И.А. Борозенец
(представил проф. Пятков Ю.П.)

Разработана модель аналитической деятельности оператора пункта управления (ПУ). С использованием полумарковских процессов получены выражения для расчета среднего времени одного цикла процесса аналитической деятельности оператора ПУ.

По мере расширения области использования аппаратно - программных комплексов, составляющих основу современных АСУ, важности и ответственности решаемых ими задач, происходит все большее усиление элементов творческой деятельности операторов ПУ. При этом усложняется процесс его аналитической деятельности, повышаются требования к скорости его реакции. Возникает необходимость в математическом описании аналитической деятельности оператора ПУ. Такие модели можно использовать для оценки времени, затрачиваемого на выполнение отдельных операций и на этой основе разработать рекомендации по рациональному формированию информационной модели современных систем управления.

Цель настоящей статьи состоит в том, чтобы построить модель, описывающую временные характеристики процесса аналитической деятельности оператора ПУ. Исходные допущения:

– процесс аналитической деятельности оператора ПУ протекает циклически и состоит из ряда этапов;

– в начальной части процесса аналитической деятельности оператор ПУ разрабатывает общий план анализа, затрачивая на это случайное время, распределенное по закону $\mathbf{F_0(\tau)}$;

– каждый элементарный акт аналитической деятельности оператора ПУ рассматривается как некоторое состояние, время пребывания, в котором случайное;

– по окончании каждого этапа анализа оператор ПУ с заданной вероятностью принимает решение о содержании следующего этапа.

Необходимо оценить вероятности $\mathbf{q_i}$ застать процесс анализа в $\mathbf{i}$ - м состоянии в произвольный момент времени и среднее время $\mathbf{T}$, затрачиваемое на цикл анализа.

Процесс аналитической деятельности оператора ПУ при сформулированных допущениях может быть представлен орграфом, изображенном на рис. 1, где $\mathbf{H_0}$ - состояние, соответствующее начальному этапу каждого периода анализа; $\mathbf{H_{1,\ell_1}}; \overline{\mathbf{H_{\ell_1+1}, H_{\ell_1+\ell_2}}}; \overline{\mathbf{H_{\ell_1+\ell_{\kappa-1}+1}, H_{\ell_1+\ell_2+\cdots+\ell_{\kappa-1}+\ell_\kappa}}}$ - состояния, соответствующие первому, второму и другим этапам анализа соответственно; $\mathbf{P_{i,j}}$ - вероятности перехода из состояния $\mathbf{H_i}$ на предыдущем этапе анализа в состояние $\mathbf{H_j}$ на последующем этапе. Количество этапов принято равным $\mathbf{\kappa}$, количество состояний на $\mathbf{r}$ - м этапе $-\ \boldsymbol{l_r}$.

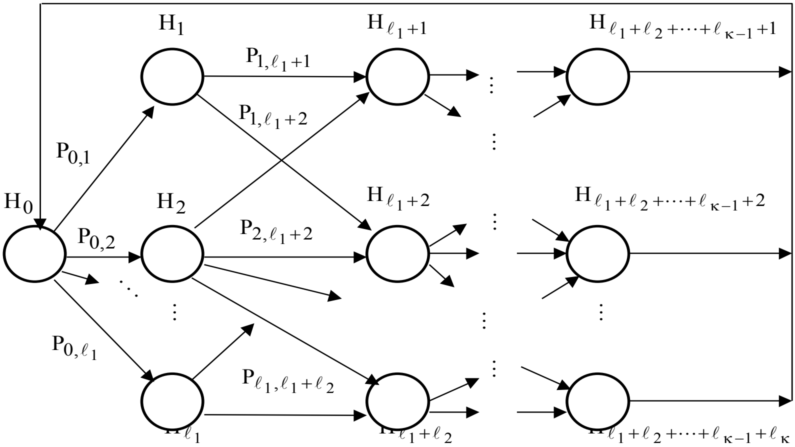

Рис. 1. Модель аналитической деятельности оператора ПУ

В такой формулировке процесс аналитической деятельности оператора ПУ описывается полумарковским циклическим процессом, который можно представить матрицей переходных вероятностей $\mathbf{P} = \left\| \mathbf{P_{i,j}} \right\|$ и вектором средних времен пребывания процесса в отдельных состояниях $\mathbf{M} = \{ \mathbf{m_s} \}$, где $\mathbf{s = 0, \ell_1 + \ell_2 + \cdots + \ell_\kappa}$. Среднее значение времени $\mathbf{m_s}$ может быть вычислено из известных соотношений $\mathbf{m_s} = \int\limits_0^\infty \tau \mathbf{f}(\tau) \mathbf{d}\tau$, $\mathbf{f}(\tau) = \dfrac{\mathbf{dF_s}(\tau)}{\mathbf{d}(\tau)}$, где $\mathbf{F_s}(\tau)$ - закон распределения времени пребывания процесса в состоянии $\mathbf{H_s}$. При этом матрица переходных вероятностей $\mathbf{P}$ имеет клеточную структуру

$$\mathbf{P} = \left\| \begin{array}{c|c|c|c} \mathbf{P_{0,0}} & \mathbf{P_{0,1}} & \cdots & \mathbf{P_{0,\kappa}} \\ \hline \mathbf{P_{1,0}} & \mathbf{P_{1,1}} & \cdots & \mathbf{P_{1,\kappa}} \\ \hline \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \hline \mathbf{P_{\kappa-1,0}} & \mathbf{P_{\kappa-1,1}} & \cdots & \mathbf{P_{\kappa-1,\kappa}} \\ \hline \mathbf{P_{\kappa,0}} & \mathbf{P_{\kappa,1}} & \cdots & \mathbf{P_{\kappa,\kappa}} \end{array} \right\|,$$

причем все подматрицы нулевые, за исключением $\mathbf{P}_{0,1}, \mathbf{P}_{1,2}, \ldots, \mathbf{P}_{\kappa-1,\kappa}, \mathbf{P}_{\kappa,0}$,

где $$\mathbf{P}_{0,1} = \begin{Vmatrix} p_{0,1} & p_{0,2} & \cdots & p_{0,\ell_1} \end{Vmatrix};$$

$$\mathbf{P}_{i,j+1} = \begin{Vmatrix} p_{\nu,\mu} & p_{\nu,\mu+1} & \cdots & p_{\nu,M} \\ p_{\nu+1,\mu} & p_{\nu+1,\mu+1} & \cdots & p_{\nu+1,M} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ p_{N,\mu} & p_{N,\mu+1} & \cdots & p_{N,M} \end{Vmatrix}; \quad p_{\kappa,0} = \begin{Vmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{Vmatrix}.$$

В данных матрицах ν, μ - индексы номеров состояний, соответствующие двум следующим друг за другом ярусам орграфа.

Учитывая, что оператор ПУ выполняет свои функции длительное время и граф процесса его аналитической деятельности не имеет тупиковых состояний, то исследуемый процесс можно принять за стационарный.

Для получения требуемых оценок процесса аналитической деятельности оператора ПУ воспользуемся системой уравнений

$$\begin{cases} \dfrac{q_i}{m_i} = \sum\limits_{\kappa=0}^{N} p_{\kappa,i} \dfrac{q_\kappa}{m_\kappa}, \quad i = \overline{0,N}; \\ \sum\limits_{i=0}^{N} q_i = 1, \end{cases}$$

известных из теории полумарковских процессов.

Преобразуем данные уравнения с учетом особенности матрицы **P**, вектора **M** и найдем рекуррентные соотношения для вычисления q_i:

$$q_0 = \frac{m_0}{m_0 + R};$$

$$R = \sum_{\kappa=1}^{\ell_1} p_{0,\kappa} \left(m_\kappa + \sum_{r=\ell_1+1}^{\ell_1+\ell_2} p_{\kappa,r} \left(m_r + \sum_{s=\ell_1+\ell_2+1}^{\ell_1+\ell_2+\ell_3} p_{r,s} \left(m_s + \cdots + \sum_{t=\ell_1+\cdots+\ell_{\kappa-1}+1}^{\ell_1+\cdots+\ell_\kappa} p_{f,t} m_t \right) \right) \cdots \right);$$

$$q_i = p_{0,i}\, q_0 \frac{m_i}{m_0}, \quad i = \overline{1, \ell_1};$$

$$q_i = m_i \sum_{r=1}^{\ell_1} p_{r,i} \frac{q_r}{m_r}, \quad i = \overline{\ell_1 + 1, \ell_1 + \ell_2};$$

$$q_i = m_i \sum_{r=\ell_1+1}^{\ell_1+\ell_2} p_{r,i} \frac{q_r}{m_r}, \quad i = \overline{\ell_1 + \ell_2 + 1, \ell_1 + \ell_2 + \ell_3};$$

. . .

$$q_i = m_i \sum_{t=\ell_1+\cdots+\ell_{\kappa-2}+1}^{\ell_1+\cdots+\ell_{\kappa-1}} p_{t,i} \frac{q_r}{m_r}, \quad i = \overline{\ell_1 + \cdots + \ell_{\kappa-2} + 1, \ell_1 + \ell_2 + \cdots \ell_{\kappa-1}}.$$

Из соотношения $\mathbf{T_i}=\mathbf{T}\cdot\mathbf{q_i}$, подставляя $\mathbf{T_0}=\mathbf{m_0}$, получим среднее время одного цикла процесса аналитической деятельности оператора ПУ $\mathbf{T}=\mathbf{m_0}\ /\ \mathbf{q_0}$.

Подвергнем анализу один важный частный случай аналитической деятельности оператора ПУ, состоящий в том, что вначале процесса намечается вариант анализа, в котором переход от одного шага к другому жестко предопределен. Такой процесс анализа можно представить ветвящимся циклическим процессом, каждая ветвь которого соответствует варианту анализа. Всего в процессе аналитической деятельности оператора ПУ может быть $\mathbf{к}$ вариантов анализа. Каждая ветвь процесса имеет $\ell_{\mathbf{j}}\left(\mathbf{j}=\overline{\mathbf{1,к}}\right)$ - шагов анализа при $\mathbf{j}$ - м варианте. Вероятность выбора $\mathbf{j}$ - го варианта анализа оператором ПУ равна $\mathbf{p_j}$. Объединив состояния каждого варианта, получим аналогичный процесс, в котором все состояния, находящиеся в одной ветви, заменяются одним эквивалентным состоянием. Среднее время пребывания процесса в эквивалентных состояниях равно $\mathbf{m_j}=\sum_{\mathbf{i=1}}^{\ell_{\mathbf{к}}}\mathbf{m_{j,i}}$, а матрица переходных вероятностей

$$\mathbf{P}=\left\|\begin{array}{c|cccc} \mathbf{0} & \mathbf{p_1} & \mathbf{p_2} & \cdots & \mathbf{p_к} \\ \hline \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \end{array}\right\|.$$

Формулы для расчета $\mathbf{q_j}$ имеют следующий вид:

$$\mathbf{q_0}=\mathbf{m_0}\,/(\mathbf{m_0}+\sum_{\mathbf{j=1}}^{\mathbf{к}}\mathbf{p_j m_j})\,;\qquad \mathbf{q_j}=\frac{\mathbf{q_0}}{\mathbf{m_0}}\mathbf{p_j m_j},\quad \mathbf{j}=\overline{\mathbf{1,к}}.$$

Покажем на примере работоспособность предлагаемой модели. Пусть для конкретной информационной модели ПУ граф процесса аналитической деятельности оператора ПУ имеет вид, который приведен на рис. 2.

Матрица переходных вероятностей и вектор средних значений времен пребывания процесса в состояниях равны:

$$\mathbf{P}=\left\|\begin{array}{c:cc:ccc:cc} \mathbf{0} & \mathbf{p_{0,1}} & \mathbf{p_{0,2}} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \hdashline \mathbf{0} & \multicolumn{2}{c:}{\mathbf{0}} & \mathbf{p_{1,3}} & \mathbf{p_{1,4}} & \mathbf{p_{1,5}} & \multicolumn{2}{c}{\mathbf{0}} \\ & & & \mathbf{p_{2,3}} & \mathbf{p_{2,4}} & \mathbf{p_{2,5}} & & \\ \hdashline & & & & & & \mathbf{p_{3,6}} & \mathbf{p_{3,7}} \\ \mathbf{0} & \multicolumn{2}{c:}{\mathbf{0}} & \multicolumn{3}{c:}{\mathbf{0}} & \mathbf{p_{4,6}} & \mathbf{p_{4,7}} \\ & & & & & & \mathbf{p_{5,6}} & \mathbf{p_{5,7}} \\ \hdashline \mathbf{1} & \multicolumn{2}{c:}{\mathbf{0}} & \multicolumn{3}{c:}{\mathbf{0}} & \multicolumn{2}{c}{\mathbf{0}} \\ \mathbf{1} & & & & & & & \end{array}\right\|;$$

$$\mathbf{M} = \left\{ \mathbf{m_0}, \mathbf{m_1}, \mathbf{m_2}, \mathbf{m_3}, \mathbf{m_4}, \mathbf{m_5}, \mathbf{m_6}, \mathbf{m_7} \right\}.$$

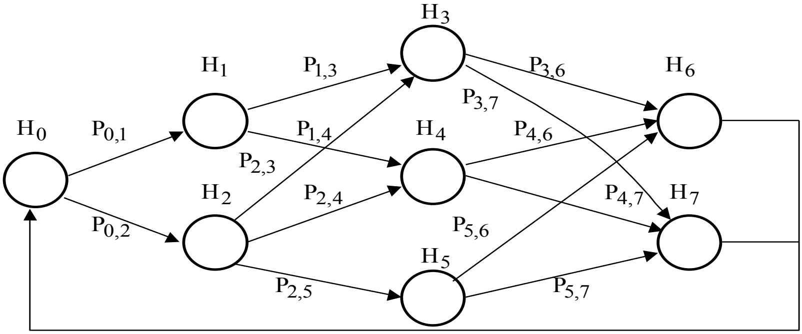

Рис. 2. Модель аналитической деятельности оператора ПУ (пример)

Пусть также заданы значения $\mathbf{p_{i,j}}$ и $\mathbf{m_j}$:

$\mathbf{p_{0,1} = 0{,}4; p_{1,3} = 0{,}2; p_{2,3} = 0{,}3; p_{3,6} = 0{,}1; p_{4,6} = 0{,}8; p_{5,6} = 0{,}5; p_{0,2} = 0{,}6;}$
$\mathbf{p_{1,4} = 0{,}8; p_{2,4} = 0{,}3; p_{3,7} = 0{,}9; p_{4,7} = 0{,}2; p_{5,7} = 0{,}5; p_{1,5} = 0{,}0; p_{2,5} = 0{,}4;}$
$\mathbf{m_0 = 3{,}2; m_1 = 0{,}4; m_2 = 1{,}2; m_3 = 1{,}3; m_4 = 0{,}6; m_5 = 0{,}5; m_6 = 0{,}7; m_7 = 1{,}0.}$

При этих данных расчетные формулы примут вид $\mathbf{q_0 = m_0/(m_0+R)}$, где $\mathbf{R} = \sum_{\kappa=1}^{2} \mathbf{p_{0,\kappa}} \left(\mathbf{m_\kappa} + \sum_{r=3}^{5} \mathbf{p_{\kappa,r}} \left(\mathbf{m_r} + \sum_{t=6}^{7} \mathbf{p_{r,t} m_t} \right) \right)$; $\mathbf{q_i = p_{0,i} q_0 \frac{m_i}{m_0}}$, $\mathbf{i = 1{,}2}$;

$$\mathbf{q_i = m_i \sum_{r=1}^{2} p_{r,i} \frac{q_r}{m_r}}, \quad \mathbf{i = 3{,}4{,}5}; \quad \mathbf{q_i = m_i \sum_{r=3}^{5} p_{r,i} \frac{q_r}{m_r}}, \quad \mathbf{i = 6{,}7}; \ \mathbf{T = \frac{m_0}{q_0}}.$$

Подставив численные значения для $\mathbf{p_{i,j}}$ и $\mathbf{m_j}$ в расчетные формулы, получим: $\mathbf{q_0 = 0{,}565}$, $\mathbf{q_1 = 0{,}028}$, $\mathbf{q_2 = 0{,}127}$, $\mathbf{q_3 = 0{,}059}$, $\mathbf{q_4 = 0{,}053}$, $\mathbf{q_5 = 0{,}021}$, $\mathbf{q_6 = 0{,}061}$, $\mathbf{q_7 = 0{,}080}$, $\mathbf{T = 5{,}664}$.

Таким образом, получены аналитические соотношения, позволяющие достаточно просто определить основные характеристики аналитической деятельности оператора ПУ и выработать на этой основе рекомендации по рациональному размещению элементов информационной модели ПУ, а также рекомендации по рациональной организации его деятельности.

ЛИТЕРАТУРА

1. Вентцель А.Д. Предельные теоремы о больших уклонениях для марковских случайных процессов. – М.: Наука, 1986. – 384 с.

Поступила в редколлегию 28.02.2001