

## ЗАДАЧА О МИНИМУМЕ ВЕСА ТЕПЛОЗАЩИЩЕННОЙ СТЕНКИ КАМЕРЫ СГОРАНИЯ РАКЕТНОГО ДВИГАТЕЛЯ ТВЕРДОГО ТОПЛИВА

д.т.н., проф. И.М. Приходько, А.Л. Винник, В.А. Дуреев

Приведено аналитическое решение задачи о минимуме веса теплозащитной стенки камеры сгорания ракетного двигателя твердого топлива. Показано, что выбор оптимальной толщины пассивного теплозащитного покрытия для несущей металлической стенки приводит к значительному снижению веса теплозащитной стенки.

При организации тепловой защиты стенок камер сгорания (КС) ракетных двигателей твердого топлива (РДТТ) пассивным теплозащитным покрытием (ТЗП) возникает необходимость решения задачи теплопроводности для двухслойной стенки. Двухслойная цилиндрическая оболочка КС ракетного двигателя при условии  $(\delta_m + \delta_{II})/R \ll 1$ , где  $R$  - радиус КС, в тепловом отношении может быть представлена как плоская неограниченная пластина. Для одномерной задачи характер распределения температуры в

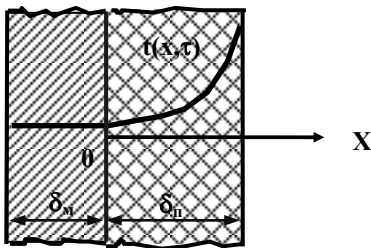


Рис.1. Температурное поле в теплозащитной стенке

мерным.

В теплоизоляционном слое наблюдается резкое падение температуры. Принимаем, что на границе покрытия и металла  $t_{II}(0, \tau) = t_m(0, \tau)$ .

Тепловые потоки слева и справа от контактной поверхности также равны

$$\lambda_m \left( \frac{\partial t}{\partial x} \right)_m = \lambda_{II} \left( \frac{\partial t}{\partial x} \right)_{II}$$

При сделанных допущениях и с учетом того, что для металлической стенки тепловой поток, направленный в окружающую среду, пренебрежимо

мал, математическая формулировка задачи записывается в виде:

- уравнения теплопроводности для ТЗП

$$a_{\Pi} \frac{\partial^2(x, \tau)}{\partial x^2} = \frac{\partial t(x, \tau)}{\partial \tau}; \quad (1)$$

- граничные и начальные условия:

$$\lambda_{\Pi} \frac{\partial t(x, \tau)}{\partial x} \Big|_{x=0} = c_M \rho_M \delta_M \frac{\partial t(x, \tau)}{\partial \tau} \Big|_{x=0};$$

$$\lambda_{\Pi} \frac{\partial t(x, \tau)}{\partial x} \Big|_{x=\delta_{\Pi}} = \alpha(\tau) [t_r(\tau) - t(\delta_{\Pi}, \tau)]; \quad (2)$$

$$t(x, 0) = t_0, \quad (3)$$

где  $t(x, \tau)$  - текущая температура;  $\alpha(\tau)$  - коэффициент теплоотдачи;  $t_r(\tau)$  - температура газового потока;  $a$  - коэффициент температуропроводности;  $\delta$  - толщина слоя;  $c$  - удельная теплоемкость;  $\rho$  - плотность вещества;  $\tau$  - время работы двигателя.

В первом граничном условии влияние стенки учтено как сток тепла на границе с ТЗП. В уравнении (2) в общем случае коэффициент теплоотдачи и температура газового потока - произвольные функции времени.

Предлагаемый в [1] метод позволяет сравнительно просто найти удобные для практического использования аналитические соотношения для температурных полей в стенке как при изменяющихся, так и при постоянных во времени коэффициенте теплоотдачи и температуре газового потока.

Не останавливаясь на ходе решения приведем основные расчетные формулы (при  $\alpha(\tau) = \alpha$ ,  $t_r(\tau) = t_r$ ).

Для слоя изоляции они равны

$$t(x, \tau) = t_r - (t_r - t_0) \left\{ \frac{1 + \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{x^2}{\delta_{\Pi}^2} \right)}{1 + \frac{Bi}{3}} \exp\left(-\frac{\tau}{A_{1,1}}\right) + \left( 1 - \frac{x}{\delta_{\Pi}} \cdot \frac{Bi}{1 + Bi} \right) \times \right. \\ \left. \times \left[ \exp(-p\tau) - \frac{1 + \frac{Bi}{3} p A_{1,1} \exp(-p\tau) - \exp\left(-\frac{\tau}{A_{1,1}}\right)}{1 + \frac{Bi}{3} p A_{1,1} - 1} \right] \right\}, \quad (4)$$

$$\text{где } A_{1,1} = \frac{\delta_{\Pi}^2}{a_{\Pi}} \left( \frac{1}{Bi} + \frac{1}{3} \right); \quad p = \frac{\lambda_{\Pi} Bi}{(1 + Bi) c_M \rho_M \delta_M \delta_{\Pi}}; \quad Bi = \frac{\alpha \delta_{\Pi}}{\lambda_{\Pi}}.$$

Формула (4) пригодна для расчетов температурного поля в ТЗП, ко-

где критерий Фурье

$$Fo = \frac{a_{\Pi}}{\delta_{\Pi}^2} \tau \geq 0,5.$$

Для металлической стенки

$$t_M(\tau) = t_{\Gamma} - (t_{\Gamma} - t_0) \cdot \left\{ \frac{\frac{2 + Bi}{2(1 + Bi)} \left[ \exp\left(-\frac{\tau}{A_{1,1}}\right) - \exp(-p\tau) \right]}{\frac{3 + Bi}{3(1 + Bi)} - \frac{c_M \rho_M \delta_M}{c_{\Pi} \rho_{\Pi} \delta_{\Pi}}} + \exp(-p\tau) \right\}. \quad (5)$$

Анализ формулы (5) показывает, что первый член в фигурных скобках составляет (3÷5) % по сравнению со вторым:  $\exp(-p\tau)$ . Это позволяет записать следующее приближенное выражение для относительной температуры теплозащитной стенки:

$$\Theta_M(\tau) = \frac{t_M(\tau) - t_0}{t_{\Gamma} - t_0} = 1 - \exp(-q\tau). \quad (6)$$

Формула (6) может быть использована при расчете температурного режима металлической стенки РДТТ и ее допустимого времени работы, а также для определения потребной толщины ТЗП и при решении задачи минимизации веса теплозащитной стенки. Рассмотрим применение формулы (6) для решения задачи об определении минимума веса теплозащитной стенки КС РДТТ.

Известно, что условия работы теплозащитной стенки КС РДТТ зависят не только от величины внутреннего давления газов, но и от режима прогрева стенки.

Из условия прочности конструкции, напряжения в оболочке корпуса двигателя не должны превышать допустимых напряжений  $\sigma$ . Понятно, что величина этих напряжений будет зависеть от температуры стенки, т.е.

$$\sigma = \sigma(t_M). \quad (7)$$

Условие прочности конструкции, если считать слой ТЗП не несущим, выражается неравенством

$$P_{\text{ж}} R \leq \sigma(t_M) \delta_M, \quad (8)$$

где  $P_{\text{ж}}$  - давление в камере сгорания;  $R$  - радиус оболочки.

Второе требование к конструкции состоит в том, чтобы общий вес стенки, приходящийся на единицу ее площади ( $G$ ) был минимальным

$$G = \rho_M \delta_M + \rho_{\Pi} \delta_{\Pi}. \quad (9)$$

Вследствие того, что с ростом температуры  $t_M$  величина  $\sigma(t_M)$  уменьшается, а  $t_M$  зависит от толщины слоя теплозащитного покрытия, можно выбрать бесконечную последовательность  $\delta_M$  и  $\delta_{\Pi}$ , обеспечиваю-

щих выполнение неравенства (8).

Так как увеличение  $\delta_{\Pi}$  будет приводить к снижению температуры теплозащитной стенки и, следовательно, к повышению  $\sigma(t_M)$ , то выполнение условия (8) может быть достигнуто при меньшей  $\delta_M$  для любого заданного времени работы двигателя.

Задача оптимального конструирования будет состоять в том, чтобы при конкретных материалах и характеристике газового потока подобрать такие толщины  $\delta_M$  и  $\delta_{\Pi}$ , которые обеспечивали бы минимум веса (9) при соблюдении условия (8).

Для многих конструкционных материалов зависимость допустимых напряжений от температуры графически выражается «падающей кривой» [2], которая приближенно может быть представлена линейной зависимостью вида

$$\sigma(t_M) = \sigma_0 - K(t_M(\tau) - t_0). \quad (10)$$

Значение  $t_M(\tau)$  определяется по одной из полученных формул, описывающей текущую температуру теплозащитной металлической стенки. Если, например, воспользоваться формулой (6) и разложить входящую в нее экспоненциальную функцию в ряд, то получим следующее выражение для текущей температуры металлической стенки

$$t_M(\tau) = t - (t_{\Gamma} - t_0) \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-q\tau)^k}{k!}. \quad (11)$$

Ограничившись в (11) первыми двумя членами ряда, будем иметь

$$t_M(\tau) = t_0 + (t_{\Gamma} - t_0) \frac{Bi}{(1 + Bi)c_M \rho_M \delta_M \delta_{\Pi}} \frac{\lambda_{\Pi} \tau}{\lambda_{\Pi}}, \quad (12)$$

где  $q\tau \leq 0,35$ .

Подставив (12) в (10), получим

$$\sigma(t_M) = \sigma_0 - K(t_{\Gamma} - t_0) \frac{\tau \alpha \lambda_{\Pi}}{(\lambda_{\Pi} + \alpha \delta_{\Pi}) c_M \rho_M \delta_M}. \quad (13)$$

Здесь учтено, что  $Bi = \frac{\alpha \delta_{\Pi}}{\lambda_{\Pi}}$ .

Принимая во внимание (8) и (9), последовательно найдем:

$$\delta_M = \frac{P_K R}{\sigma_0} + \frac{K(t_{\Gamma} - t_0) \tau \alpha \lambda_{\Pi}}{\sigma_0 (\lambda_{\Pi} + \alpha \delta_{\Pi}) c_M \rho_M}; \quad (14)$$

$$G = \rho_M \frac{P_K R}{\sigma_0} + \frac{K(t_{\Gamma} - t_0) \tau \alpha \lambda_{\Pi}}{\sigma_0 (\lambda_{\Pi} + \alpha \delta_{\Pi}) c_M} + \delta_{\Pi} \rho_{\Pi}. \quad (15)$$

Минимум веса теплозащитной стенки определяется из условия

$$\frac{\partial G}{\partial \delta_{\Pi}} = - \frac{K(t_{\Gamma} - t_0)\tau\alpha^2\lambda_{\Pi}}{\sigma_0(\lambda_{\Pi} + \alpha\delta_{\Pi})^2 c_m} + \rho_{\Pi} = 0. \quad (16)$$

Разрешив (16) относительно  $\delta_{\Pi}$ , получим

$$(\delta_{\Pi})_{\text{опт}} = \sqrt{\frac{K(t_{\Gamma} - t_0)\tau\lambda_{\Pi}}{\sigma_0 c_m \rho_{\Pi}}} - \frac{\lambda_{\Pi}}{\alpha}. \quad (17)$$

В (17) под  $(\delta_{\Pi})_{\text{опт}}$  понимается толщина слоя ТЗП, при которой вес двухслойной теплозащищенной стенки будет минимальным. Из рассмотрения формулы (17) следует, что оптимальная толщина ТЗП зависит от параметров газового потока  $\alpha$  и  $t_{\Gamma}$ , характеристик материалов ТЗП  $\lambda_{\Pi}$ ,  $\rho_{\Pi}$ , несущей стенки  $\sigma_0$ ,  $K$ ,  $c_m$  и времени работы конструкции  $\tau$ . Погонные усилия в несущей стенке (в данном случае величина погонного усилия определяется произведением  $P_{\kappa}R$ ) мало влияют на  $(\delta_{\Pi})_{\text{опт}}$ . Этот факт легко устанавливается при более строгом решении задачи.

Полученная для  $(\delta_{\Pi})_{\text{опт}}$  формула позволяет предельно просто рассчитать толщину ТЗП, обеспечивающую минимум веса конструкции, если известны характеристики газового потока и материалов несущей стенки и ТЗП.

**Пример.** Определить толщины ТЗП и несущей КС РДТТ, обеспечивающие минимум веса конструкции при следующих данных: температура газового потока  $t_{\Gamma}=2000$  °С; коэффициент теплоотдачи от газа к стенке  $\alpha=696$  Вт/м<sup>2</sup> град.

ТЗП из Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>;  $\rho_{\Pi}=3970$  кг/м<sup>3</sup>;  $\lambda_{\Pi}=6,5$  Вт/м·град [3].

В качестве конструкционного материала для несущей стенки КС используется жаростойкая сталь Х10С2М (ЭИ107) [4], характеристики которой приведены в табл. 1.

Таблица 1

Характеристики стали Х10С2М

$t_{\Gamma}$ , °С	20	100	200	300	400	500	600
$\sigma_{\text{в}}$ , МН/м <sup>2</sup>	942	843	819	834	765	667	431
$c$ , Дж/кг град	464	-	476	-	506	-	552
$\rho$ , кг/м <sup>3</sup>	7620						

Время работы двигателя  $\tau=60$  сек; давление в камере сгорания  $P_{\kappa}=4$  МПа;  $R=0,5$  м. Начальная температура стенки  $t_0=20$  °С.

Оптимальную толщину ТЗП, обеспечивающую минимум веса конструкции, определим по формуле (17):  $(\delta_{\Pi})_{\text{опт}} = 7,8 \cdot 10^{-3}$  м.

Здесь в качестве аппроксимирующей кривой зависимости допустимых напряжений от температуры для стали Х10С2М принята функция (10), которая в данном случае имеет вид

$$\sigma(t_{\text{м}}) = (942 - 0,713 \cdot (t_{\text{м}}(\tau) - t_0)) \cdot 10^6 \text{ (Н/м}^2\text{)},$$

где  $20\text{ }^{\circ}\text{C} \leq t_m \leq 600\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

Потребную толщину несущей стенки найдем по (14):  $\delta_m = 10,9 \cdot 10^{-3}\text{ м}$ .

Температура несущей стенки при этом будет равна  $840\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

Вес одного квадратного метра стальной стенки с ТЗП находим по формуле (9):  $G=114\text{ кг/м}^2$ .

Для сравнения приведем расчеты потребной толщины несущей стенки из стали Х10С2М и веса одного квадратного метра конструкции при толщинах слоя ТЗП из  $\text{Al}_2\text{O}_3$  - 4, 10 и 15 мм (табл.2).

Таблица 2

Результаты расчетов для теплозащищенной стенки

Толщина ТЗП из $\text{Al}_2\text{O}_3$ , $1 \cdot 10^{-3}\text{ м}$	4	7,8	10	15
Толщина стенки из стали Х10С2М, $1 \cdot 10^{-3}\text{ м}$	13,4	10,9	9,9	8,3
Температура несущей стенки, $^{\circ}\text{C}$	875	847	832	800
Вес квадратного метра конструкции, $\text{кг/м}^2$	120	114	115,1	122,8

На рис. 2 показана кривая изменения веса квадратного метра теплозащищенной стенки в зависимости от толщины слоя ТЗП. Из рассмотренного графика следует, что определенные сочетания толщин несущей стенки и ТЗП дают весьма резко выраженный минимум для величин веса теплозащищенной стенки.

Таким образом, с помощью оптимального выбора толщины ТЗП можно добиться значительного снижения веса конструкции.

В заключение отметим, что рассмотренный подход к расчету теплозащищенных стенок представляет интерес не только для определения оптимальных толщин несущей стенки и ТЗП по заданным характеристикам, но и для подбора наилучшего материала стенки и покрытия.

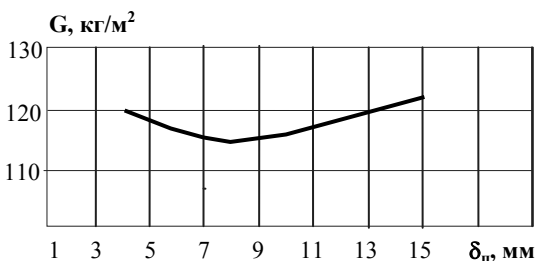


Рис. 2. Изменение веса теплозащищенной стенки

## ЛИТЕРАТУРА

1. Приходько И.М. Теплопроводность двухслойной стенки при изменяющихся во времени коэффициенте теплообмена и температуре окружающей среды // ИФЖ. – АН БССР. – 1970. – Том XVIII, № 2. – С. 323 - 327.
2. Гуляев А.П. Металловедение. – М.: Металлургия, 1978. – 648 с.

3. Полежаев Ю.В., Юревич Ф.Б. Тепловая защита. – М.: Энергия, 1976. – 392 с.

4. Чиркин В.С. Теплофизические свойства материалов. Справочное руководство. – М.: Физматлит, 1959. – 356 с.

*Поступила в редколлегию 12.06.2001*

---