

## **ИНВАРИАНТНЫЙ КОНТРОЛЬ, ДИАГНОСТИКА И КОРРЕКЦИЯ КОМПЛЕКСИРОВАННЫХ НАВИГАЦИОННЫХ СИСТЕМ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ**

д.т.н., проф. О.Н. Фоменко, В.Г. Макаренко

Предлагается методика контроля, диагностики и коррекции комплексированных навигационных систем управления (СУ) летательных аппаратов (ЛА) с помощью инвариантов. Синтезируются инварианты контроля и диагностики систем управления с чувствительными элементами жестко связанными с корпусом ЛА при наличии избыточности измерительных и вычислительных средств в условиях неопределенности.

Инвариантный контроль (ИК) СУ основан на вычислении различных инвариантов, являющихся функцией или функционалом от некоторых переменных, используемых в алгоритмах управления ЛА и сохраняющих постоянное значение в случае нормального функционирования СУ, а также при определенных преобразованиях аргументов функций и функционалов из заданного класса [1]. Функционал часто представляет собой критерий качества или эффективности функционирования СУ, принимающий оптимальное значение при различных начальных условиях и возмущающих факторах, т.е. сохраняется свойство оптимальности функционала при различных значениях аргументов. Такие системы являются квазиинвариантными оптимальными системами. При этом реализуется ИК управляемых переменных, или ИК на основе тождественных дискретных алгоритмов, аналогом которых являются многоверсионные алгоритмы [6]. В случае использования ИК управляемых переменных синтезируется специальная функция управляемых переменных, которая остается инвариантной относительно определенного класса преобразований. Инварианты управляемых переменных могут быть линейными и нелинейными. Впервые понятие инвариантного контроля применительно к системам управления ЛА было введено в [1] и получены основные соотношения и методики для вычисления инвариантов платформенной инерциальной навигационной системы, которые использовались В.И. Уваровым (1986 г.) и в работе [5].

ИК управляемых переменных позволяет фиксировать неисправность не только датчика, но и вычислителя, обрабатывавшего данные этого измерителя. Таким образом, контролю подвергается канал измерения в целом, независимо от места отказа. Вычисление инвариантов от управляемых переменных требует избыточных измерений. При этом ориентация измерителей (с целью

уменьшить влияние их относительного расположения на точность управления) обязательно должна быть оптимальной. При наличии избыточных измерений добиться существенного повышения точности навигационных определений можно путем исключения из обработки показаний неисправного (наименее точного) датчика.

Формирование признаков неисправностей, сбоев, отказов в системе диагностики на основе инвариантного подхода определяется тем, что независимо от типов и средств измерений (инерциальных, оптических, радиотехнических или других), каждая измеряемая в процессе навигации величина является векторной величиной, имеющей модуль и направление, сохраняющейся при переходе к другому измерительному базису или незначительно изменяющейся за счет малых ошибок округления или измерения.

Для повышения точности и надежности систем управления летательных аппаратов широко применяют комплексирование различных типов измерительных систем. В качестве датчиков первичных навигационных параметров наибольшее распространение получили инерциальные навигационные системы и, в последнее время, радиотехнические системы спутниковой навигации.

Управление ЛА осуществляется в декартовой инерциальной системе координат, физически реализуемой гиросtabilизированной платформой (ГСП). Существенные недостатки подобных систем связаны с большими интервалами времени на подготовку к работе и ограниченными возможностями повышения точности и надежности, значительным потреблением энергии, большим весом и габаритами, сложностью и высокой себестоимостью. В последнее время обострился интерес к использованию бесплатформенных инерциальных навигационных систем (БИНС), в которых блок инерциальных чувствительных элементов жестко связан с корпусом ЛА, а инерциальный базис моделируется бортовыми вычислительными средствами. В случае БИНС акселерометры, образующие косоугольную систему (рис. 1), измеряют проекции вектора кажущегося ускорения  $\dot{\mathbf{w}}$ , т.е. разность между действительным ускорением  $\mathbf{a}_n$  и ускорением силы притяжения  $\mathbf{g}$ . Переход от связанного с корпусом измерительного базиса к инерциальному выполняется по информации от датчиков угловой скорости  $\boldsymbol{\omega}_j^{cb}$  ( $j \in \{x, y, z\}$ ) путем решения системы дифференциальных уравнений углового движения в форме Пуассона. Таким образом, задачу хранения ортогональных, неизменных относительно звезд направлений, выполнявшуюся ранее ГСП, решает БЦВМ, создавая тем самым виртуальную стабилизированную платформу, численно моделирующую инерциальную систему координат.

БИНС обладают определенными преимуществами по сравнению с системами с ГСП: малое время подготовки к работе, простота в эксплуатации, малый вес и габариты, упрощенная механическая часть системы, отсутствие эффекта складывания рамок карданова подвеса, допустимость работы в условиях больших перегрузок, отсутствие ограничений на виды траекторий. В тоже время для успешного функционирования БИНС в условиях реального

полета требуется высокая точность, повышенная устойчивость измерителей к угловым и линейным вибрациям.

При комплексировании БИНС со спутниковыми радионавигационными средствами совокупность направлений фазовый центр бортовой антенны ЛА - фазовые центры антенн навигационных космических аппаратов (НКА) в текущий момент времени, так же можно рассматривать как своеобразную косоугольную систему отсчета, в которой измеряются  $s_i$  - дальности (ЛА - НКА) и радиальные скорости  $\dot{s}_i$  (рис. 2). По этим измерениям можно оценить координатно-скоростные параметры движения ЛА в гринвичской (относительной) геоцентрической системе координат  $x_c, y_c, z_c$ ;  $\dot{x}_c, \dot{y}_c, \dot{z}_c$  или  $\dot{X}_c, \dot{Y}_c, \dot{Z}_c$ ;  $X_c, Y_c, Z_c$  в абсолютной (инерциальной) геоцентрической экваториальной системе координат [4]. При определенных условиях, угловое положение продольной оси ЛА можно определить с помощью НКА при наличии избыточных бортовых средств спутниковой навигации [2].

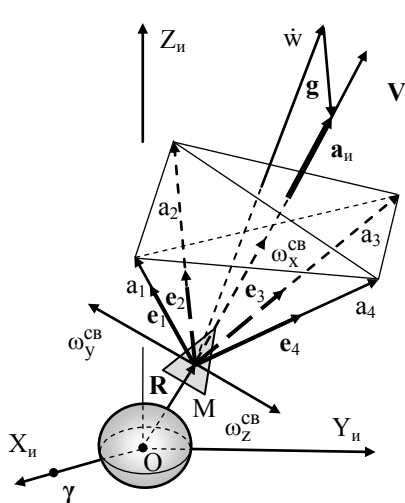


Рис. 1. Ориентация инерциальных измерителей

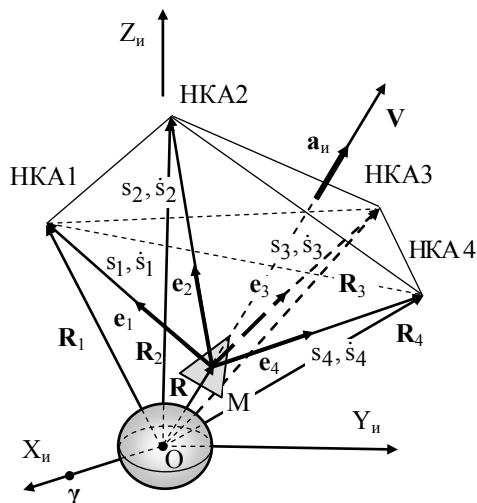


Рис. 2. Геометрия рабочего созвездия НКА

Радионавигационные измерения выполняются с ошибками, обусловленными влиянием относительного расположения созвездия видимых НКА; неточностью синхронизации передатчиков и приемника; изменением условий распространения радиоволн в ионосфере, тропосфере, интерференционными погрешностями; ошибками эфемерид НКА; нелинейностью фазовой характеристики приемника, неполным согласованием характеристик фильтрующих цепей и динамических воздействий, внутренними шумами приемника, внеш-

ними помехами, погрешностями дискретизации. Ошибки инерциальных измерительных приборов имеют природу отличную от ошибок радионавигационных измерителей. Отсутствие корреляции, позволяет уменьшить влияние ошибок каждого отдельного датчика различной физической природы на точность функционирования ЛА.

При создании и совершенствовании высокоточных навигационных систем управления ЛА, удовлетворяющих широкому спектру различных, противоречивых требований, возможны различные варианты построения и функционирования комплексов командно-измерительных приборов.

В общем случае алгоритмы математического моделирования инерциального базиса [3] различаются в зависимости от набора измерителей, способа ориентации и выбора группы угловых параметров связи (направляющие косинусы, углы Эйлера, углы Эйлера-Крылова, параметры вектора конечного поворота, кватернионы, параметры Кейли-Клейна, универсальные квадриплексные числа Люша и т.п.) приборной системы координат  $x_{cb}y_{cb}z_{cb}$  с инерциальной системой  $X_n Y_n Z_n$ , а так же используемых промежуточных систем координат. Управление движением центра масс ЛА, как правило, производится в ортогональной системе, чтобы иметь независимые каналы регулирования и снизить до приемлемого уровня влияние перекрестных связей. В тоже время измерители линейных кажущихся ускорений выгодно размещать в неортогональных направлениях [1]. Переход от косоугольного измерительного базиса к декартовому связанному осуществляется по формуле

$$[a_x^{cb} a_y^{cb} a_z^{cb}]^T = \Xi \cdot [a_1, a_2, \dots, a_k, \dots, a_n]^T, \quad (1)$$

где  $\Xi$  в общем случае матрица преобразования вида

$$\Xi = \begin{vmatrix} S\alpha_1 & S\alpha_3 & \dots & S\alpha_k & \dots & S\alpha_n \\ C\alpha_1 \cdot S\alpha_2 & C\alpha_3 \cdot S\alpha_4 & \dots & C\alpha_k \cdot S\alpha_{k+1} & \dots & C\alpha_n \cdot S\alpha_{n+1} \\ C\alpha_1 \cdot C\alpha_2 & C\alpha_3 \cdot C\alpha_4 & \dots & C\alpha_k \cdot C\alpha_{k+1} & \dots & C\alpha_n \cdot C\alpha_{n+1} \end{vmatrix},$$

где  $C\alpha_i \Leftrightarrow \cos \alpha_i \quad \forall i \in \{1, 2, \dots, n\}$ ;  $S\alpha_i \Leftrightarrow \sin \alpha_i \quad \forall i \in \{1, 2, \dots, n\}$ .

После ортогонализации измерительного базиса проекции кажущегося ускорения в инерциальной системе координат определяются по формулам:

$$[a_{X_n} a_{Y_n} a_{Z_n}]^T = \Lambda \cdot [a_x^{cb} a_y^{cb} a_z^{cb}]^T,$$

т.е.

$$a_{X_n} = \kappa_{11} \cdot a_x^{cb} + \kappa_{12} \cdot a_y^{cb} + \kappa_{13} \cdot a_z^{cb};$$

$$a_{Y_n} = \kappa_{21} \cdot a_x^{cb} + \kappa_{22} \cdot a_y^{cb} + \kappa_{23} \cdot a_z^{cb};$$

$$a_{Z_n} = \kappa_{31} \cdot a_x^{cb} + \kappa_{32} \cdot a_y^{cb} + \kappa_{33} \cdot a_z^{cb},$$

где

$$\kappa_{11} = \cos(x_{cb}, X_n), \dots, \kappa_{13} = \cos(z_{cb}, X_n);$$

$$\vdots$$

$$\kappa_{31} = \cos(x_{cb}, Z_n), \dots, \kappa_{33} = \cos(z_{cb}, Z_n).$$

Матрицу  $\Lambda(\mathbf{t})$  направляющих косинусов перехода от ортогонального связанного к прямоугольному инерциальному базису можно найти с помощью формулы Пуассона  $\dot{\Lambda}(\mathbf{t}) = \mathbf{k}, \rho, \sigma$  при начальных условиях  $\Lambda(\mathbf{t}_0) = \Lambda_0$ , где матрица  $\Pi(\mathbf{t})$  получена по информации от датчиков угловой скорости

$$\Pi(\mathbf{t}) = \begin{vmatrix} 0 & -\omega_z^{\text{CB}}(\mathbf{t}) & \omega_y^{\text{CB}}(\mathbf{t}) \\ \omega_z^{\text{CB}}(\mathbf{t}) & 0 & -\omega_x^{\text{CB}}(\mathbf{t}) \\ -\omega_y^{\text{CB}}(\mathbf{t}) & \omega_x^{\text{CB}}(\mathbf{t}) & 0 \end{vmatrix}.$$

Таким образом, элементы матрицы  $\Lambda(\mathbf{t})$  направляющих косинусов перехода от связанной к инерциальной системе координат можно найти из решения системы 9 дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} \dot{\kappa}_{11} &= \kappa_{12} \cdot \omega_z^{\text{CB}} - \kappa_{13} \cdot \omega_y^{\text{CB}}; & \dot{\kappa}_{12} &= \kappa_{13} \cdot \omega_x^{\text{CB}} - \kappa_{11} \cdot \omega_z^{\text{CB}}; & \dot{\kappa}_{13} &= \kappa_{11} \cdot \omega_y^{\text{CB}} - \kappa_{12} \cdot \omega_x^{\text{CB}}; \\ \dot{\kappa}_{21} &= \kappa_{22} \cdot \omega_z^{\text{CB}} - \kappa_{23} \cdot \omega_y^{\text{CB}}; & \dot{\kappa}_{22} &= \kappa_{23} \cdot \omega_x^{\text{CB}} - \kappa_{21} \cdot \omega_z^{\text{CB}}; & \dot{\kappa}_{23} &= \kappa_{21} \cdot \omega_y^{\text{CB}} - \kappa_{22} \cdot \omega_x^{\text{CB}}; \\ \dot{\kappa}_{31} &= \kappa_{32} \cdot \omega_z^{\text{CB}} - \kappa_{33} \cdot \omega_y^{\text{CB}}; & \dot{\kappa}_{32} &= \kappa_{33} \cdot \omega_x^{\text{CB}} - \kappa_{31} \cdot \omega_z^{\text{CB}}; & \dot{\kappa}_{33} &= \kappa_{31} \cdot \omega_y^{\text{CB}} - \kappa_{32} \cdot \omega_x^{\text{CB}}. \end{aligned}$$

Задание начальных условий данной системы уравнений представляет собой выставку бесплатформенной инерциальной системы. Проекция ускорения ЛА на инерциальные оси находят из соотношений:

$$\mathbf{a}_{X_{\text{И}}}(\mathbf{t}) = \dot{\mathbf{w}}_{X_{\text{И}}}(\mathbf{t}) + \mathbf{g}_{X_{\text{И}}}(\mathbf{R}); \quad \mathbf{a}_{Y_{\text{И}}}(\mathbf{t}) = \dot{\mathbf{w}}_{Y_{\text{И}}}(\mathbf{t}) + \mathbf{g}_{Y_{\text{И}}}(\mathbf{R});$$

$$\mathbf{a}_{Z_{\text{И}}}(\mathbf{t}) = \dot{\mathbf{w}}_{Z_{\text{И}}}(\mathbf{t}) + \mathbf{g}_{Z_{\text{И}}}(\mathbf{R}),$$

где  $X_{\text{И}}, Y_{\text{И}}, Z_{\text{И}}$  - координаты местоположения ЛА относительно инерциальной системы координат  $X_{\text{И}}Y_{\text{И}}Z_{\text{И}}$ ;  $\mathbf{g}_{X_{\text{И}}}, \mathbf{g}_{Y_{\text{И}}}, \mathbf{g}_{Z_{\text{И}}}$  - проекции вектора  $\bar{\mathbf{g}}$  интенсивности гравитационного поля на оси  $X_{\text{И}}Y_{\text{И}}Z_{\text{И}}$ .

Декартовы координаты  $X_{\text{И}}Y_{\text{И}}Z_{\text{И}}$  связаны с геоцентрическими  $\mathbf{R}, \varphi, \lambda$  известными соотношениями:

$$\mathbf{R} = \sqrt{X_{\text{И}}^2 + Y_{\text{И}}^2 + Z_{\text{И}}^2}; \quad \left| \mathbf{a} \right|^2 = v^{\text{mk}} \cdot \mathbf{a}_{\text{м}} \cdot \mathbf{a}_{\text{к}}; \quad \lambda = \arctg \frac{Y_{\text{И}}}{X_{\text{И}}} [-\pi, \pi] - S_{\text{Гр}},$$

где  $S_{\text{Гр}}$  - гринвичское звездное время в радианах (задается таблично с интерполированием в промежуточных точках, или вычисляется с заданной степенью точности). На основании известных координат  $e_{\lambda 1}, e_{\lambda 2}, e_{\lambda 3}$  и  $X_{\text{И}}, Y_{\text{И}}, Z_{\text{И}}$  можно вычислить проекции  $\mathbf{g}_{X_{\text{И}}}, \mathbf{g}_{Y_{\text{И}}}, \mathbf{g}_{Z_{\text{И}}}$  вектора  $\mathbf{g}$ :

$$\begin{pmatrix} g_{X_H} \\ g_{Y_H} \\ g_{Z_H} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\sin(\lambda + S_{ГР}) & -\sin \varphi \cdot \cos(\lambda + S_{ГР}) & \cos \varphi \cdot \cos(\lambda + S_{ГР}) \\ \cos(\lambda + S_{ГР}) & -\sin \varphi \cdot \sin(\lambda + S_{ГР}) & \cos \varphi \cdot \sin(\lambda + S_{ГР}) \\ 0 & \cos \varphi & \sin \varphi \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ g_2 \\ g_3 \end{pmatrix},$$

где  $g_2 = 0,5 \cdot g_e^T \cdot (e^2 - q) \cdot (a/R)^4 \cdot \sin 2\varphi$ ;  $g_3 = -g_e^T \cdot (e^2 - q) \cdot (a/R)^2 \times$   
 $\times \left[ 1 - 0,5 \cdot e^2 + 1,5 \cdot q + 0,5 \cdot (e^2 - q) \cdot (1 - 3 \sin^2 \varphi) \cdot (a/R)^2 \right],$

где, в свою очередь,  $g_e^T = 9,780318 \text{ см/с}^2$  - величина ускорения свободного

падения на экваторе;  $q = \frac{a \cdot \Omega_3^2}{g_e^T} = 0,00346775$  - безразмерный коэффициент;

$a = 6378245 \text{ м}$ ,  $b = 63568663 \text{ м}$  - большая и малая полуоси эллипсоида  
 Ф.Н. Красовского;  $e^2 = \left( a^2 - b^2 \right) / a^2 \approx 0,0066934$  - квадрат эксцентриситета;

$\Omega_3 = 7,292116 \cdot 10^{-5} \text{ 1/с}$  - угловая скорость вращения Земли.

Тогда проекции вектора действительной скорости ЛА будут равны:

$$\begin{aligned} \dot{X}_H &= \dot{X}_H(t_0) + \int_0^t a_{X_H}(t) dt; & \dot{X}_H(t_0) &= \dot{X}_{H0}; & X_H(t_0) &= X_{H0}; \\ \dot{Y}_H &= \dot{Y}_H(t_0) + \int_0^t a_{Y_H}(t) dt; & \dot{Y}_H(t_0) &= \dot{Y}_{H0}; & Y_H(t_0) &= Y_{H0}; \\ \dot{Z}_H &= \dot{Z}_H(t_0) + \int_0^t a_{Z_H}(t) dt; & \dot{Z}_H(t_0) &= \dot{Z}_{H0}; & Z_H(t_0) &= Z_{H0}. \end{aligned} \quad (2)$$

а модуль вектора скорости в инерциальной системе координат можно пред-  
 ставить в виде

$$V_H = \sqrt{\dot{X}_H^2 + \dot{Y}_H^2 + \dot{Z}_H^2}. \quad (3)$$

Текущие координаты находят, интегрируя систему (2):

$$\begin{aligned} X_H &= X_H(t_0) + \int_0^t \dot{X}_H(t) dt; & X_H(t_0) &= X_{H0}; \\ Y_H &= Y_H(t_0) + \int_0^t \dot{Y}_H(t) dt; & Y_H(t_0) &= Y_{H0}; \\ Z_H &= Z_H(t_0) + \int_0^t \dot{Z}_H(t) dt; & Z_H(t_0) &= Z_{H0}. \end{aligned}$$

Тогда модуль радиус - вектора в инерциальной системе координат равен

$$\mathbf{R}_n = \sqrt{X_n^2 + Y_n^2 + Z_n^2} . \quad (4)$$

Теперь получим кинематические параметры ЛА по спутниковым измерениям в косоугольной системе (рис. 2), подобной связанной косоугольной системе координат БИНС (рис. 1). Это позволит в качестве инвариантов использовать результаты навигационных определений ЛА, выполненные физически разнородными системами, и в процессе диагностики и коррекции накопившихся ошибок замещать данные одной системы данными от другой системы, которой больше доверяем в данный момент. Существенным отличием рассматриваемых косоугольных систем является то, что БИНС имеет измерительные оси жестко связанные с объектом, а косоугольная спутниковая система постоянно деформируется из-за относительного движения ЛА и НКА.

Рассмотрим один из возможных алгоритмов определения скорости ЛА по сигналам НКА при помощи доплеровских измерений [4].

Выражение для радиальной скорости  $\dot{s}$  имеет следующий вид:

$$\dot{s} = \frac{\left( \mathbf{R}_i - \mathbf{R} \right)^T \cdot \left( \mathbf{V}_i - \mathbf{V} \right)}{s} + \Delta \dot{s} , \quad (5)$$

где  $s = \sqrt{\left( \mathbf{R}_i - \mathbf{R} \right)^T \cdot \left( \mathbf{R}_i - \mathbf{R} \right) + \Delta s}$  - дальность ЛА - НКА;  $\mathbf{R}$ ,  $\mathbf{R}_i$  - радиус векторы ЛА и  $i$ -го НКА в абсолютной геоцентрической системе координат;  $\mathbf{V}_i$  - вектор абсолютной скорости  $i$ -го НКА.

Параметры  $\mathbf{R}_i$  и  $\mathbf{V}_i$  наряду со служебной и другой вспомогательной информацией передаются в навигационном сообщении  $i$ -го НКА; значение  $\mathbf{R}$  определяется на этапе обработки кодовых спутниковых измерений;  $\mathbf{V}$  - искомый вектор абсолютной скорости ЛА;  $\Delta s = \mathbf{c} \cdot \Delta \tau$  - погрешность определения дальности, вызванная смещением частоты  $\Delta \tau$  опорного генератора навигационного приемника ЛА относительно бортового генератора НКА, общая для всех НКА;  $e_i$  - погрешность определения радиальной скорости ЛА - НКА, вызванная дрейфом смещения синхронизации, общим для всех каналов;  $\mathbf{c}$  - скорость света в вакууме.

Соотношение (5) представим в виде

$$\dot{s} = \mathbf{V}_{si} + \mathbf{V}_s + \Delta \dot{s} ,$$

где  $\mathbf{V}_{si} = \frac{\left( \mathbf{R}_i - \mathbf{R} \right)^T}{s} \cdot \mathbf{V}_i$ ;  $\mathbf{V}_s = -\frac{\left( \mathbf{R}_i - \mathbf{R} \right)^T}{s} \cdot \mathbf{V}$ ;  $\dot{s}_i$  - значение измерения доплеровского смещения частоты, представленное в виде суммы трех составляющих. Первое слагаемое  $\mathbf{V}_{si}$  вычисляется в явном виде по известной информации о параметрах движения НКА и координатах ЛА, вторая составляющая  $\mathbf{V}_s$  - линейно зависит от абсолютной скорости объекта  $\mathbf{V}$ . Третья составляющая  $\Delta \dot{s}$ , для повышения точности, может быть оценена в результате

решения навигационной задачи. Следовательно, задача определения скорости ЛА при помощи доплеровских измерений сводится к стандартной линейной задаче оценивания. Ее решение по методу наименьших квадратов (при постулировании соответствующих гипотез о шумах измерений) имеет вид [4]:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{V}_c \\ \Delta \dot{\mathbf{s}} \end{bmatrix} = \left( \mathbf{H}^T \cdot \mathbf{W}^{-1} \cdot \mathbf{H} \right)^{-1} \cdot \mathbf{H}^T \cdot \mathbf{W}^{-1} \cdot \dot{\mathbf{s}},$$

где  $\mathbf{H}^T$  развернутом виде имеет вид

$$\mathbf{H}^T = - \begin{bmatrix} \frac{x_1 - x}{s_1} & \frac{x_2 - x}{s_2} & \frac{x_3 - x}{s_3} & \frac{x_4 - x}{s_4} \\ \frac{y_1 - y}{s_1} & \frac{y_2 - y}{s_2} & \frac{y_3 - y}{s_3} & \frac{y_4 - y}{s_4} \\ \frac{z_1 - z}{s_1} & \frac{z_2 - z}{s_2} & \frac{z_3 - z}{s_3} & \frac{z_4 - z}{s_4} \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix};$$

$\mathbf{W} = \sigma_s^2 \cdot \mathbf{I}$  - корреляционная матрица шумов измерений;  $\mathbf{I} = \text{diag}(1, 1, 1, 1)$ ;

$\dot{\mathbf{s}}$  - вектор измерений радиальной скорости.

Результатом решения задачи оценивания на основе модели спутниковых радионавигационных измерений (5) будет оценка

$$\mathbf{V}_c = [\dot{X}_c, \dot{Y}_c, \dot{Z}_c]^T \quad (6)$$

вектора абсолютной скорости  $\mathbf{V}$  летательного аппарата и оценка модуля

$$V_c = \sqrt{\dot{X}_c^2 + \dot{Y}_c^2 + \dot{Z}_c^2}. \quad (7)$$

По аналогии, оценка модуля радиуса вектора в инерциальной системе координат, полученного по спутниковым измерениям, равна

$$R_c = \sqrt{X_c^2 + Y_c^2 + Z_c^2}. \quad (8)$$

Таким образом, с помощью аппаратуры спутниковой навигации могут быть получены координаты и составляющие вектора скорости ЛА в той же системе отчета, что и вектор состояния, вычисленный по данным БИНС. Если в качестве спутниковой навигационной системы используется GPS, то полученный вектор состояния необходимо привести к соответствующему виду.

На основании рассмотренных алгоритмов работы системы управления ЛА используем некоторые векторные инварианты [1]. Пусть  $\mathbf{a}_i = \mathbf{a} \cdot \mathbf{e}_i$  ( $\mathbf{i} = \overline{1, n}$ ) - проекция вектора  $\mathbf{a}$  на направление единичного вектора  $\mathbf{e}_i$ , - ковариантную составляющую вектора в заданном произвольном базисе (рис.1).



Для любой тройки некопланарных попарно неколлинеарных единичных векторов имеем

$$\mathbf{a} = \sum_{j=1}^3 \mathbf{e}^j \cdot \mathbf{a}_j,$$

где  $\mathbf{e}^j = \frac{\mathbf{e}_k \times \mathbf{e}_m}{\Delta}$  - аффинные (контравариантные) координаты вектора в данном базисе;  $\Delta = \mathbf{e}_{j_1} \cdot (\mathbf{e}_{j_2} \times \mathbf{e}_{j_3})$  ( $j_1 \neq j_2 \neq j_3$ ) - составляют циклическую перестановку индексов из множества  $\mathbf{i}, \mathbf{k}, \mathbf{m} \in \overline{1, \mathbf{n}}$ . В общем виде проекцию вектора, полученного по результатам измерений трех приборов из  $\mathbf{n}$  на  $\mathbf{s}$ -направление (единичный вектор  $\mathbf{e}_s$ ) можно представить как

$$\mathbf{a}_s = \mathbf{a}_j (\mathbf{e}^j \times \mathbf{e}_s); \quad (j_1 \neq j_2 \neq j_3; \quad \lambda_s^j \cdot \zeta_j - \zeta_s = \mathbf{b}_s; \quad s \neq j_1 \neq j_2 \neq j_3). \quad (9)$$

В случае, если 4 измерителя дадут значения  $\mathbf{a}_s, \mathbf{a}_{j_1}, \mathbf{a}_{j_2}, \mathbf{a}_{j_3}$ , то должны соблюдаться тождества (9). Тогда в качестве инвариантов могут выступить соотношения типа

$$\mathbf{J}_s = \sum_{j=1}^3 \lambda_s^j \cdot \mathbf{a}_j - \mathbf{a}_s = \mathbf{0}, \quad (s = 1, 2, \dots, \mathbf{n}); \quad (10)$$

Положим

$$\mathbf{a}_i^{\text{ИЗМ}} = \mathbf{a}_i + \zeta_i, \quad (i = 1, 2, \dots, \mathbf{n}). \quad (11)$$

Подставив (11) в (10), получим

$$\mathbf{J}_s = \lambda_s^j \cdot \mathbf{a}_j^{\text{ИЗМ}} + \lambda_s^j \cdot \zeta_j - \mathbf{a}_s^{\text{ИЗМ}} - \zeta_s = \mathbf{0}, \quad (s = 1, 2, \dots, \mathbf{n}; \quad j = 1, 2, 3).$$

В данном выражении переменная  $\zeta_s$  включает ошибку вычислителя, а оценка величины ошибок  $\zeta_j$  возможна из выражения  $\lambda_s^j \cdot \zeta_j - \zeta_s = \mathbf{b}_s$ , где  $\mathbf{b}_s = \mathbf{a}_s^{\text{ИЗМ}} - \lambda_s^j \cdot \mathbf{a}_j^{\text{ИЗМ}}$ .

Полагая, что при нормальной работе СУ ошибки измерений и вычислений близки к нулю, получим совокупность инвариантов для инерциальной навигационной системы в составе пяти измерителей кажущегося ускорения:

$$\begin{aligned} \mathbf{J}_{\mathbf{n}1} &= \mathbf{e}_1 \cdot (\mathbf{e}_3 \times \mathbf{e}_4) \cdot \mathbf{a}_2 + \mathbf{e}_1 \cdot (\mathbf{e}_4 \times \mathbf{e}_2) \cdot \mathbf{a}_3 + \mathbf{e}_1 \cdot (\mathbf{e}_2 \times \mathbf{e}_3) \cdot \mathbf{a}_4 - \\ &\quad - \mathbf{e}_2 \cdot (\mathbf{e}_3 \times \mathbf{e}_4) \cdot \mathbf{a}_1 = \mathbf{0}; \\ \mathbf{J}_{\mathbf{n}2} &= \mathbf{e}_1 \cdot (\mathbf{e}_3 \times \mathbf{e}_5) \cdot \mathbf{a}_2 + \mathbf{e}_1 \cdot (\mathbf{e}_3 \times \mathbf{e}_2) \cdot \mathbf{a}_3 + \mathbf{e}_1 \cdot (\mathbf{e}_2 \times \mathbf{e}_3) \cdot \mathbf{a}_5 - \\ &\quad - \mathbf{e}_2 \cdot (\mathbf{e}_3 \times \mathbf{e}_5) \cdot \mathbf{a}_1 = \mathbf{0}; \\ \mathbf{J}_{\mathbf{n}3} &= \mathbf{e}_1 \cdot (\mathbf{e}_4 \times \mathbf{e}_5) \cdot \mathbf{a}_2 + \mathbf{e}_1 \cdot (\mathbf{e}_5 \times \mathbf{e}_2) \cdot \mathbf{a}_4 + \mathbf{e}_1 \cdot (\mathbf{e}_2 \times \mathbf{e}_4) \cdot \mathbf{a}_5 - \\ &\quad - \mathbf{e}_2 \cdot (\mathbf{e}_4 \times \mathbf{e}_5) \cdot \mathbf{a}_1 = \mathbf{0}; \end{aligned} \quad (12)$$

$$\mathbf{J}_{n4} = \mathbf{e}_1 \cdot (\mathbf{e}_4 \times \mathbf{e}_5) \cdot \mathbf{a}_3 + \mathbf{e}_1 \cdot (\mathbf{e}_5 \times \mathbf{e}_3) \cdot \mathbf{a}_4 + \mathbf{e}_1 \cdot (\mathbf{e}_3 \times \mathbf{e}_4) \cdot \mathbf{a}_5 - \\ - \mathbf{e}_3 \cdot (\mathbf{e}_4 \times \mathbf{e}_5) \cdot \mathbf{a}_1 = 0;$$

$$\mathbf{J}_{n5} = \mathbf{e}_2 \cdot (\mathbf{e}_4 \times \mathbf{e}_5) \cdot \mathbf{a}_3 + \mathbf{e}_2 \cdot (\mathbf{e}_5 \times \mathbf{e}_3) \cdot \mathbf{a}_4 + \mathbf{e}_2 \cdot (\mathbf{e}_3 \times \mathbf{e}_4) \cdot \mathbf{a}_5 - \\ - \mathbf{e}_3 \cdot (\mathbf{e}_4 \times \mathbf{e}_5) \cdot \mathbf{a}_2 = 0.$$

При выполнении всех равенств  $\mathbf{J}_{n\ell} = \mathbf{0}$ , с вероятностью, близкой к единице, можно утверждать, что все пять измерительных каналов работают исправно. При отказе одного из акселерометров четыре равенства из пяти нарушатся, останется верным только то равенство, куда не входят anomальные измерения. Это дает возможность диагностики и исключения из обработки отказавшего канала автономно (внутри инерциальной системы).

Если в качестве измеряемой величины выступает дальность от  $\mathbf{i}$  - го НКА до ЛА  $\mathbf{s}_i$  или скорость изменения дальности  $\dot{\mathbf{s}}_i$  (рис. 2), а единичных векторов  $\mathbf{e}_i$  - нормированные разности векторов

$$\mathbf{e}_i = \frac{(\mathbf{R}_i - \mathbf{R})}{|\mathbf{R}_i - \mathbf{R}|},$$

тогда для избыточного созвездия из 5-ти НКА получим совокупности выражений аналогичные (12), где вместо  $\mathbf{a}_i$  будут фигурировать измеряемые величины  $\mathbf{s}_i$  и  $\dot{\mathbf{s}}_i$ :

$$\mathbf{J}_{c1} = \mathbf{e}_1 \cdot (\mathbf{e}_3 \times \mathbf{e}_4) \cdot \mathbf{s}_2 + \mathbf{e}_1 \cdot (\mathbf{e}_4 \times \mathbf{e}_2) \cdot \mathbf{s}_3 + \mathbf{e}_1 \cdot (\mathbf{e}_2 \times \mathbf{e}_3) \cdot \mathbf{s}_4 - \mathbf{e}_2 \cdot (\mathbf{e}_3 \times \mathbf{e}_4) \cdot \mathbf{s}_1 = 0;$$

$$\mathbf{J}_{c5} = \mathbf{e}_2 \cdot (\mathbf{e}_4 \times \mathbf{e}_5) \cdot \mathbf{s}_3 + \mathbf{e}_2 \cdot (\mathbf{e}_5 \times \mathbf{e}_3) \cdot \mathbf{s}_4 + \mathbf{e}_2 \cdot (\mathbf{e}_3 \times \mathbf{e}_4) \cdot \mathbf{s}_5 - \mathbf{e}_3 \cdot (\mathbf{e}_4 \times \mathbf{e}_5) \cdot \mathbf{s}_2 = 0.$$

и

$$\mathbf{J}'_{c1} = \mathbf{e}_1 \cdot (\mathbf{e}_3 \times \mathbf{e}_4) \cdot \dot{\mathbf{s}}_2 + \mathbf{e}_1 \cdot (\mathbf{e}_4 \times \mathbf{e}_2) \cdot \dot{\mathbf{s}}_3 + \mathbf{e}_1 \cdot (\mathbf{e}_2 \times \mathbf{e}_3) \cdot \dot{\mathbf{s}}_4 - \mathbf{e}_2 \cdot (\mathbf{e}_3 \times \mathbf{e}_4) \cdot \dot{\mathbf{s}}_1 = 0;$$

$$\mathbf{J}'_{c5} = \mathbf{e}_2 \cdot (\mathbf{e}_4 \times \mathbf{e}_5) \cdot \dot{\mathbf{s}}_3 + \mathbf{e}_2 \cdot (\mathbf{e}_5 \times \mathbf{e}_3) \cdot \dot{\mathbf{s}}_4 + \mathbf{e}_2 \cdot (\mathbf{e}_3 \times \mathbf{e}_4) \cdot \dot{\mathbf{s}}_5 - \mathbf{e}_3 \cdot (\mathbf{e}_4 \times \mathbf{e}_5) \cdot \dot{\mathbf{s}}_2 = 0.$$

Применение (13), (14) для спутниковой навигации позволяет выполнять диагностику (контролировать доступность) системы спутниковой навигации независимо от БИНС. На основе изложенного можно проводить выбор рабочего созвездия из избыточного количества доступных НКА путем исключения из обработки информации от спутников, измерения по которым в данный момент характеризуются наибольшими погрешностями. Данный подход требует меньших вычислительных затрат и обладает большим быстродействием по сравнению с известными способами. Достаточно частое выполнение предлагаемой процедуры проверки измерительных каналов спутниковой навигации позволит сгладить эффект скачкообразного изменения точности оценок и самого вектора состояния ЛА, так называемый "рывок созвездия". В случае фазового метода измерения дальности координатная информация от инерци-

альной системы может значительно облегчить разрешение неоднозначности, возникающей в процессе измерений.

В соответствии с [1] получим набор квадратичных инвариантов. Пусть имеется две тройки базисных векторов  $\mathbf{e}_{j_1}, \mathbf{e}_{j_2}, \mathbf{e}_{j_3}$  и  $\mathbf{e}_{k_1}, \mathbf{e}_{k_2}, \mathbf{e}_{k_3}$ . Тогда измеряемый вектор  $\mathbf{a}$  равен соответственно

$$\mathbf{a} = \sum_{j=1}^3 \mathbf{a}_j \cdot \mathbf{e}^j \quad \text{и} \quad \mathbf{a} = \sum_{k=1}^3 \mathbf{a}_k \cdot \mathbf{e}^k.$$

Спроектируем показания измерителя на ось  $\mathbf{e}_s$  и приравняем проекции

$$\mathbf{a}_j \cdot \mathbf{e}^j \cdot \mathbf{e}_s = \mathbf{a}_k \cdot \mathbf{e}^k \cdot \mathbf{e}_s.$$

Тогда

$$\mathbf{J}_s = \lambda_s^j \cdot \mathbf{a}_j^{\text{изм}} - \mu_s^k \cdot \mathbf{a}_k = 0; \quad (15)$$

$$\lambda_s^j = \mathbf{e}^j \cdot \mathbf{e}_s; \quad \mu_s^k = \mathbf{e}^k \cdot \mathbf{e}_s \quad (j = j_1, j_2, j_3, \quad k = k_1, k_2, k_3, \quad s = 1, 2, \dots, n).$$

Линейный инвариант (15) содержит уже 6 слагаемых, которые позволяют определить ошибки части измерителей.

Приравняв квадраты модулей вектора, полученные в двух различных минимальных наборах измерителей, получим группу квадратичных инвариантов, которые целесообразно использовать в случае больших по амплитуде ошибок с разными знаками. Такие ошибки могут не выявляться линейными инвариантами. В общем виде квадрат модуля вектора в косоугольной системе координат для любой тройки базисных векторов  $\mathbf{e}_{\lambda_1}, \mathbf{e}_{\lambda_2}, \mathbf{e}_{\lambda_3}$  выражается

$$|\mathbf{a}|^2 = \nu^{\text{mk}} \cdot \mathbf{e}_m \cdot \mathbf{e}_k,$$

$$\text{где } \nu^{\text{mk}} = \frac{(\mathbf{e}_\lambda \cdot \mathbf{e}_\rho) \cdot (\mathbf{e}_\mu \cdot \mathbf{e}_\sigma) - (\mathbf{e}_\lambda \cdot \mathbf{e}_\sigma) \cdot (\mathbf{e}_\mu \cdot \mathbf{e}_\rho)}{\Delta^2};$$

$$\Delta = \mathbf{e}_{\lambda_1} \cdot (\mathbf{e}_{\lambda_2} \times \mathbf{e}_{\lambda_3}),$$

$m, \lambda, \mu$  и  $k, \rho, \sigma$  - циклические перестановки индексов.

Запишем выражение для квадратичного инварианта. Им будет модуль разности квадратов модулей векторов абсолютной скорости, полученных по данным минимального набора инерциальных измерителей (3) и аппаратуры спутниковой навигации (7)

$$\mathbf{J}_V^s = \left| V_n^2 - V_c^2 \right| = \left| (\dot{X}_n^2 + \dot{Y}_n^2 + \dot{Z}_n^2) - (\dot{X}_c^2 + \dot{Y}_c^2 + \dot{Z}_c^2) \right| \leq \varepsilon_V, \quad (16)$$

где  $\varepsilon_V$  - определенная, наперед заданная, точность скоростных параметров. При наличии ошибок измерений неравенство (16) нарушится. Сравнение квадратов модулей векторов, полученных по наборам измерений минимального состава БИНС и спутниковых измерений, позволяют контролировать работоспособность и точность каждого набора разнородных измерителей комплексированной навигационной системы совместно с соответствующими

вычислительными средствами. Для коррекции оценок навигационных параметров на различных этапах полета можно использовать выражение

$$\mathbf{J}_R^s = \mathbf{R}_n^2 - \mathbf{R}_c^2 = (\mathbf{X}_n^2 + \mathbf{Y}_n^2 + \mathbf{Z}_n^2) - (\mathbf{X}_c^2 + \mathbf{Y}_c^2 + \mathbf{Z}_c^2). \quad (17)$$

Знак выражения (17) может указывать на более вероятный неисправный набор измерителей минимального состава. Кроме того, так как перед стартом инерциальная навигационная система может быть автономно проверена путем измерения вектора ускорения силы тяжести Земли, а условия устойчивого приема сигналов от спутников могут не соблюдаться, то на начальном этапе полета, в случае нарушения неравенства (17) используются данные от инерциальной навигационной системы, а в последующем, при обеспечении условий устойчивой работы аппаратуры спутниковой навигации, выполняется коррекция нарастающих во времени ошибок БИНС по данным спутниковой навигационной системы.

Таким образом, использование инвариантного подхода к диагностике и коррекции комплексированных навигационных систем управления ЛА позволяет проводить автономную и комплексную оценку качества работы каждой из избыточных навигационных подсистем с единых методологических позиций, с минимальными вычислительными и временными затратами. В случае спутниковой навигации с помощью инвариантов возможно проводить выбор наилучшего созвездия из избыточного количества доступных НКА, сглаживать эффект скачкообразного изменения точности оценок и самого вектора состояния ЛА, вызываемый сменой рабочего созвездия. Рассмотренная методика позволяет синтезировать дополнительные независимые множества инвариантных выражений для повышения точностных и надежностных характеристик СУ.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Фоменко О.Н. Квазиинвариантные оптимальные системы автоматического управления // Автоматика и телемеханика. – 1969. – №2.
2. Макаренко В.Г. Определение ориентации космического аппарата с помощью спутниковой навигационной системы // Системы обробки інформації. – Харків: НАНУ, ПАНМ, ХВУ. – 1999. – Вип. 2(6). – С. 111 - 114.
3. Лебедев Д.В., Ткаченко А.И. Системы инерциального управления. Алгоритмические аспекты. – К.: Наук. думка, 1991. – 208 с.
4. Вавилова Н.Б., Голован А.А., Парусников Н.А., Трубников С.А. Математические модели и алгоритмы обработки измерений спутниковой навигационной системы GPS. Стандартный режим. – М.: МГУ, 2001. – 120 с.
5. Уваров В.Н., Ершов А.А. Инвариантный контроль избыточных измерительно-вычислительных структур // Информатика. – К.: Наукова думка. – 1998. – Вып.5. – С. 187 - 189.

6. Харченко В.С., Шурыгин Д.В. Экспертная оценка многоверсионных систем с временной избыточностью с учетом весов типов дефектов // Системи обробки інформації. – Харків: НАНУ, ПАНМ, ХВУ. – 2001. – Вип. 2(12). – С. 3 - 8.

*Поступила в редколлегию 29.06.2001*

---