УДК 629.7.05; 621.39

СИНТЕЗ ОПТИМАЛЬНОГО АЛГОРИТМА УПРАВЛЕНИЯ ЛЕТАТЕЛЬНЫМ АППАРАТОМ ПРИ НАВЕДЕНИИ НА НАЗЕМНЫЕ ЦЕЛИ

И.Е. Бакулин
(представил д.т.н. В.И. Антюфеев)

Синтезирован оптимальный алгоритм траекторного управления летательными аппаратами при наведении их на наземные цели, совместно наилучший как по точности управления, так и по экономичности.

При наведении летательных аппаратов (ЛА) на наземные цели существенное влияние на рассеивание точек падения оказывают ветер и турбулентность атмосферы. Так, влияние ветра приводит к изменению величины и направления вектора воздушной скорости ЛА и появлению угла сноса, что в конечном итоге приводит к промаху ЛА.

Величину отклонения возмущенной траектории ЛА от номинальной принято характеризовать значением текущего промаха[1]:

$$\mathbf{h}=\mathbf{D}^2\boldsymbol{\omega}/\mathbf{V}_{сб}\ , \qquad (1)$$

где $\mathbf{h}$ - текущий промах; $\mathbf{D}$ - текущая дальность до цели; $\boldsymbol{\omega}$ - угловая скорость вращения линии визирования (ЛВ); $\mathbf{V}_{сб}$ - скорость сближения ЛА с целью.

Способность системы самонаведения (ССН) ЛА парировать воздействие возмущающих факторов во многом зависит от применяемого метода наведения. Наибольшее распространение в ССН получили методы прямого и флюгерного наведения. Это объясняется сравнительной простотой приборной реализации бортовых координаторов реализующих эти методы [2]. Основной недостаток данных методов состоят в том, что не учитывается действие ветра на ЛА, что вызывает дополнительные ошибки самонаведения [1]. Чтобы парировать действие ветра используют метод пропорционального наведения. При данном методе в процессе идеального наведения ЛА требуется, чтобы угловая скорость вращения вектора скорости ЛА была пропорциональной угловой скорости вращения линии визирования [2].

В соответствии с определением уравнение параметра рассогласования в вертикальной плоскости для этого метода записывается в виде

$$\Delta_{0в}=\mathbf{к}_{пр}\dot{\varepsilon}-\dot{\theta}\ , \qquad (2)$$

а уравнение идеальной связи

$$\dot{\theta}\ =\mathbf{к}_{пр}\dot{\varepsilon}\ , \qquad (3)$$

где $\dot{\varepsilon}$, $\dot{\theta}$ - угловые скорости вращения ЛВ и вектора скорости ЛА соответственно; $\Delta_{0в}$ - параметр рассогласования в вертикальной плоскости; $к_{пр}$ - постоянный по величине коэффициент пропорциональности. Его значение выбирается так, чтобы опорная траектория была близка к прямолинейной, если цель не маневрирует. Для горизонтальной плоскости измеряются подобные же параметры. Однако, при большой дальности до цели применение метода пропорционального сближения не оправдывает себя из-за плохой управляемости на начальных участках траектории, особенно при боковом ветре и наличия начальных ошибок наведения [3].

В связи с этим, желательно получить такой алгоритм траекторного управления, который был бы одинаково эффективным как на больших, так и на малых расстояниях до цели.

Цель работы - синтез алгоритма траекторного управления ЛА совместно наилучшего как по точности, так и по экономичности. При этом будем полагать, что эволюции ЛА в пространстве относительно наземной цели отображаются перемещением материальной точки, причем каналы управления ЛА в различных плоскостях являются независимыми и не влияют друг на друга.

Одним из наиболее перспективных направлений, позволяющих решить эту задачу, является использование математического аппарата статистической теории оптимального управления [4]. В общем случае данная теория позволяет для системы

$$\dot{\mathbf{x}}_{\mathbf{y}}(\mathbf{t}) = \mathbf{F}_{\mathbf{y}}\mathbf{x}_{\mathbf{y}}(\mathbf{t}) + \mathbf{B}_{\mathbf{y}}\mathbf{u}(\mathbf{t}) + \xi_{\mathbf{y}}(\mathbf{t}), \tag{4}$$

предназначенной для отработки процесса

$$\dot{\mathbf{x}}_{\mathbf{т}}(\mathbf{t}) = \mathbf{F}_{\mathbf{т}}\mathbf{x}_{\mathbf{т}}(\mathbf{t}) + \xi_{\mathbf{т}}(\mathbf{t}), \tag{5}$$

при наличии измерений

$$\mathbf{z}(\mathbf{t}) = \mathbf{H}\mathbf{x}(\mathbf{t}) + \xi_{\mathbf{и}}(\mathbf{t}), \tag{6}$$

сформировать сигнал управления

$$\mathbf{u}(\mathbf{t}) = \mathbf{K}^{-1}\mathbf{B}_{\mathbf{y}}{}^{\mathbf{T}}\mathbf{Q}\left[\hat{\mathbf{x}}_{\mathbf{т}}(\mathbf{t}) - \hat{\mathbf{x}}_{\mathbf{y}}(\mathbf{t})\right], \tag{7}$$

оптимальный по минимуму локального функционала качества

$$\mathbf{I} = \mathbf{M}_{\mathbf{y}}\left\{\left[\mathbf{x}_{\mathbf{т}}(\mathbf{t}) - \mathbf{x}_{\mathbf{y}}(\mathbf{t})\right]^{\mathbf{T}}\mathbf{Q}\left[\mathbf{x}_{\mathbf{т}}(\mathbf{t}) - \mathbf{x}_{\mathbf{y}}(\mathbf{t})\right] + \int_{\mathbf{0}}^{\mathbf{t}}\mathbf{u}^{\mathbf{T}}(\mathbf{t})\mathbf{K}\mathbf{u}(\mathbf{t})\mathbf{dt}\right\}. \tag{8}$$

В (4) - (8) обозначено: $\mathbf{x_у}$ и $\mathbf{x_т}$ – $\mathbf{n}$ - мерные векторы управляемых и требуемых фазовых координат в текущие моменты времени $\mathbf{t}$; $\mathbf{F_у}$ и $\mathbf{F_т}$ – динамические матрицы состояния процессов (4 - 5); $\mathbf{u}$ – $\mathbf{r}$ - мерный ($\mathbf{r} \le \mathbf{n}$) вектор сигналов управления; $\mathbf{B_у}$ – матрица эффективности управления; $\xi_у$ и $\xi_т$ – $\mathbf{n}$ - мерные векторы центрированных гауссовских шумов состояния; $\mathbf{z}$ – $\mathbf{m}$ - мерный ($\mathbf{m} \le \mathbf{2n}$) вектор измерений; $\mathbf{x} = \left[\mathbf{x}_{\mathbf{r}}^{\mathbf{T}}\ ;\ \mathbf{x}_{\mathbf{y}}^{\mathbf{T}}\right]^{\mathbf{T}}$ - обобщенный вектор состояния; $\boldsymbol{\xi}_{и}$ – вектор центрированных гауссовских шумов измерений; **Q** – матрица штрафов за точность функционирования; **K** – матрица штрафов за экономичность; $\hat{\mathbf{x}}_{\mathbf{т}}$ и $\hat{\mathbf{x}}_{\mathbf{y}}$ – векторы оптимальных оценок процессов $\mathbf{x}_{т}$ и $\mathbf{x}_{у}$; $\mathbf{M}_{у}$ – знак операции условного математического ожидания.

Отличительная особенность закона управления (7) – это то, что он не требует априорного знания временного интервала наведения, обеспечивая оптимизацию системы на каждый момент времени. Кроме того, несомненным достоинством алгоритма локальной оптимизации является его простота [5].

Следует отметить, что задача оптимизации алгоритма траекторного управления на основе соотношений (4) - (8) может быть решена различными способами. Так, в [3] получен алгоритм, являющийся частным случаем метода последовательных упреждений, при котором управление осуществляется путем изменения требуемого бокового ускорения ЛА. Недостатком указанного алгоритма является то, что для его реализации необходимо непосредственно измерять на борту как дальность до цели, так и скорость сближения с ней, а также угол сноса обусловленный боковым ветром. Для этого в состав бортовой аппаратуры помимо инерциальной навигационной системы должны входить активная радиолокационная станция и доплеровский измеритель скорости и угла сноса, что не всегда приемлемо как по массогабаритным показателям, так и по соображениям скрытности и помехозащищенности.

Рассмотрим на примере движения ЛА в вертикальной плоскости возможность получения оптимального алгоритма, исходя из допущения, что ЛА оснащен только пассивными навигационными средствами и непосредственным измерениям на борту доступны следующие величины: $\boldsymbol{\theta}$, $\dot{\boldsymbol{\theta}}$ - угол наклона вектора скорости ЛА и его производная соответственно; $\boldsymbol{\varepsilon}$, $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}$ - угол наклона линии визирования и ее производная соответственно; **D** - текущая дальность до цели; $\mathbf{V_p}$ - скорость ЛА.

Для этого удобно представить [1], что ЛА движется в невозмущенной атмосфере при отсутствии ветра, а наземная цель перемещается со скоростью $\mathbf{V}_{ц}$, равной по величине скорости ветра и противоположной ей по направлению.

Уравнения кинематики самонаведения ЛА, характеризующие скорость изменения вектора дальности и его угловую скорость вращения в вертикальной плоскости имеют вид [1, 6]:

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = \frac{\mathbf{V_p}}{\mathbf{D}}\sin(\boldsymbol{\varepsilon}-\boldsymbol{\theta}) - \frac{\mathbf{V}_{ц}}{\mathbf{D}}\sin\boldsymbol{\varepsilon}\,; \tag{9}$$

$$\dot{\mathbf{D}} = -\mathbf{V_p}\cos(\boldsymbol{\varepsilon}-\boldsymbol{\theta}) + \mathbf{V}_{ц}\cos\boldsymbol{\varepsilon}\,. \tag{10}$$

Продифференцировав (9), получим [6] закон изменения угловой скорости вращения ЛВ $\omega_в$ в вертикальной плоскости в форме (4) при $\xi_y = 0$:

$$\dot{\varepsilon} = \omega_в\,; \quad \dot{\omega}_в = -2\omega_в \frac{\dot{D}}{D} - \frac{V_p}{D}\cos(\varepsilon - \theta)\dot{\theta}. \qquad (11)$$

Из (1) следует, что для получения текущего промаха $h_в = 0$ необходимо обеспечить требуемое значение угловой скорости ЛВ $\omega_{вт} = 0$. Тогда сигнал управления (7) оптимальный по минимуму функционала (8), будет совместно наилучшим как по точности наведения (промаху $h_в$), так и по энергии, затраченной на управление [5].

Выберем в качестве параметра управления угловую скорость вращения вектора скорости ЛА- $\dot{\theta}$. Тогда сравнивая (11) с (4) - (7), находим:

$$x_т = \omega_{вт} = 0;\ x_y = \omega_в = \dot{\varepsilon};\ u = \dot{\theta};\ B_y = -\frac{V_p}{D}\cos(\varepsilon - \theta);\ Q = q_\omega = q_{\dot{\varepsilon}};\ K = k_{\dot{\theta}}. \qquad (12)$$

С учетом (12) минимизируемый функционал (8) можно записать в виде

$$I = M_y\left\{[\omega_{вт} - \omega_в]^2 q_\omega + \int_0^t u^2 K dt\right\} = M_y\left\{[0 - \dot{\varepsilon}]^2 q_{\dot{\varepsilon}} + \int_0^t \dot{\theta}^2 k_{\dot{\theta}} dt\right\}. \qquad (13)$$

Подставив (12) в (7), найдем закон изменения требуемого значения угловой скорости вращения вектора скорости ЛА

$$\dot{\theta}_т = \frac{q_{\dot{\varepsilon}} V_p}{k_{\dot{\theta}} D}\cos(\varepsilon - \theta)\dot{\varepsilon}. \qquad (14)$$

Тогда алгоритм траекторного управления ЛА при наведении на наземную цель будет описываться соотношением

$$\Delta_{0в} = \dot{\theta}_т - \dot{\theta} = \frac{q_{\dot{\varepsilon}} V_p}{k_{\dot{\theta}} D}\cos(\varepsilon - \theta)\dot{\varepsilon} - \dot{\theta}, \qquad (15)$$

где $\Delta_{0в}$ – параметр рассогласования в вертикальной плоскости.

Аналогично можно сформулировать закон для наведения в горизонтальной плоскости.

На основании анализа соотношений (14), (15) можно сделать следующие заключения. Полученный метод наведения (14) является частным случаем метода пропорционального сближения [1], [2] и отличается от него нестационарным характером коэффициентов, учитывающих в требуемом законе наведения веса ошибок управления. Иначе его можно записать в виде

$$\dot{\theta}_т = к_{пр}(D)\dot{\varepsilon}, \qquad (16)$$

где $к_{пр}(D) = \frac{q_{\dot{\varepsilon}} V_p}{k_{\dot{\theta}} D}\cos(\varepsilon - \theta)$ - коэффициент пропорциональности, зависящий в первую очередь от текущей дальности до цели.

Сигнал управления зависит не от абсолютных значений коэффициентов штрафов $\mathbf{q}_{\dot{\varepsilon}}$ и $\mathbf{k}_{\dot{\theta}}$ а от их соотношения $\mathbf{q}_{\dot{\varepsilon}}/\mathbf{k}_{\dot{\theta}}$, что существенно облегчает их выбор. Полагая известными значения $\mathbf{V_р}$ и $\mathbf{D}$, соотношение $\mathbf{q}_{\dot{\varepsilon}}/\mathbf{k}_{\dot{\theta}}$ следует выбирать таким образом, чтобы на момент $\mathbf{t_0}$ начала самонаведения $\mathbf{к_{пр}} \approx \mathbf{1}$. При этом уравнение (14) переходит в уравнение идеальной связи метода погони ($\theta = \varepsilon$), обеспечивающего на больших расстояниях до цели траекторию сближения близкую к прямолинейной. Этим обеспечивается требование экономичности управления. По мере уменьшения дальности $\mathbf{D}$ величина $\mathbf{к_{пр}}$ начинает возрастать, а при $\mathbf{к_п} > \mathbf{4}$ нормальные потребные перегрузки ракеты в районе точки встречи с целью стремятся к нулю независимо от начальных условий в момент $\mathbf{t_0}$ [2]. При $\mathbf{D} \to \mathbf{0}$ $\mathbf{к_{пр}} \to \infty$ и уравнение (14) переходит в уравнение идеальной связи метода параллельного сближения ($\dot{\varepsilon} = \omega_в = \mathbf{0}$). Из (1) следует, что в такой ситуации текущий промах $\mathbf{h_в} = \mathbf{0}$. .Данное обстоятельство поясняет способность функционала (13) учитывать требования точности наведения.

Таким образом, синтезированный алгоритм наведения, реализуя минимум функционала качества (13), позволяет получить ССН, совместно наилучшую как по точности управления, так и по экономичности.

ЛИТЕРАТУРА

1. Максимов М.В., Горгонов Г.И. Радиоэлектронные системы самонаведения. – М.: Радио и связь, 1982. – 304 с.

2. Фриденсон Е.С. Основы ракетной техники. – М.: МО СССР, 1973. – 204 с.

3. Меркулов В.И., Дрогалин В.В. Обоснование состава информации, используемой в комплексе бортового оборудования при наведении на наземные цели // Радиотехника. – 1996. – №9. – С. 103 - 105.

4. Максимов М.В., Меркулов В.И. Радиоэлектронные следящие системы. Синтез методами теории оптимального управления. – М.: Радио и связь, 1990. – 256 с.

5. Меркулов В.И., Курилкин В.В., Саблин В.Н. Алгоритм пропорционального самонаведения ракет «воздух - поверхность» с синтезированием апертуры антенны // Радиотехника. – 2000. – №7. – С.47 - 54.

6. Баклицкий В.К., Юрьев А.Н. Корреляционно - экстремальные методы навигации. – М.: Радио и связь, 1982. – 256 с.

Поступила в редколлегию 03.05.2001