

КРИТЕРИИ ЭФФЕКТИВНОСТИ В ЗАДАЧАХ УНИВЕРСАЛИЗАЦИИ АЛГОРИТМОВ УПРАВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЕМ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕ- ЛЕННОСТИ

д.т.н., проф. О.Н. Фоменко, к.т.н. А.А. Журавлев

Обсуждается проблема и обосновываются критерии эффективности в задачах межвидовой универсализации беспилотных летательных аппаратов (БЛА) и их алгоритмов управления на основе задания программных траекторий сплайн функциями.

Разработка новых образцов техники проводится в условиях неопределенности, которая обусловлена: неопределенностью экономической обстановки на протяжении всего жизненного цикла изделия; неоднозначностью целей; неполнотой исходной информации; наличием факторов, которые не поддаются контролю; невозможностью точного предсказания последствий синтезируемых и принимаемых решений; неповторяемостью и невозможностью экспериментальной проверки результатов принимаемых решений. Кроме того, за время, необходимое для реализации решения может существенно измениться полезность для государства разрабатываемой системы.

В качестве эффективного приема борьбы с этими неопределенностями предлагается универсализация технической системы. Целесообразность универсализации подтверждают тенденции развития боевых систем различных стран и стремление к эффективному использованию ограниченного ресурса государства.

Следует отметить, что практика использования специализированных систем и БЛА (как их элементов) свидетельствует о низком значении коэффициента использования БЛА в течение всего жизненного цикла системы.

Под свойством «универсальность» будем понимать способность БЛА реализовывать семейства различных программных траекторий и достигать поставленных целей управления в широком диапазоне условий на всех этапах своего жизненного цикла.

При межвидовой универсализации на этапе проектирования обосновано должны быть выбраны конструктивно компоновочная схема, кратность применения и допустимые области значений основных летно-технических характеристик универсального БЛА: диапазон дальностей и высот полета, семейства реализуемых траекторий, точность достижения цели, масса полезной

нагрузки, стартовая масса БЛА, длительность работы двигателя, допустимые осевые и нормальные перегрузки, степень устойчивости и маневренности, управляемость и некоторые другие характеристики.

Степень достижения заданных значений этих технических характеристик будет отражать техническую эффективность БЛА, а сами характеристики будут выступать в роли показателей критериев. Критерии эффективности имеют иерархическую структуру, соответствующую иерархической структуре конструкции БЛА.

Среди множества технических требований, предъявляемых к БЛА, весьма трудно выделить одно доминирующее. Свертка в один показатель также требует обоснования значений весовых коэффициентов и основана на опыте конструктора. Все это обуславливает многокритериальный подход к оценке эффективности универсального БЛА и дополнительно ставит задачу уменьшения размерности путем обоснованного уменьшения количества критериев.

Кроме того, необходим поиск аналитических выражений критериев в форме, позволяющей получить аналитическое решение задачи синтеза закона управления. Обычно простейшим является квадратичный критерий или критерий, содержащий четные степени от рассогласования измеряемых (относительно желаемого семейства траекторий) параметров движения центра масс. Эти рассогласования являются управляющими сигналами при формировании законов управления, возможно задаваемых критериями с неопределенными коэффициентами (параметрами). Тогда главной проблемой является их физическая интерпретация и обоснование допустимых областей их численных значений.

Для оценки влияния конструктивных параметров объекта и системы управления на летно-технические характеристики используется математическая модель движения БЛА. Обобщенный объект управления с адаптируемой перед стартом структурой описывается векторным нелинейным дифференциальным уравнением с ограничениями:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{k}_{p1}, \mathbf{k}_{p2}, \mathbf{u}, \boldsymbol{\xi}, t); \quad (\mathbf{x}, \mathbf{u}, \boldsymbol{\xi}, t) \in \Omega; \quad \mathbf{k}_{p1} \in \Omega_1; \quad \mathbf{k}_{p2} \in \Omega_2, \quad (1)$$

где \mathbf{x} – n -мерный вектор фазовых координат; \mathbf{k}_{p1} – n_1 -мерный вектор неопределенных существенных адаптируемых конструктивных параметров; \mathbf{k}_{p2} – n_2 -мерный вектор конструктивных параметров ($n_1 \ll n_2$); \mathbf{u} – n_u -мерный вектор – функция управления ($n_u \leq n$); $\boldsymbol{\xi}$ – n_3 -мерный вектор случайных и неопределенных возмущений; t – время. Особенностью (1) является то, что значения \mathbf{k}_{p1} адаптируемых конструктивных параметров являются заранее неопределенными. Они могут скачкообразно принимать любые дискретные значения из заданной области Ω_1 в течение жизненного цикла, в том числе и в полете. Поэтому необходимо синтезировать универсальное управление \mathbf{u} (и техническую систему, реализу-

ющую это управление) обеспечивающее достижение поставленных целей различными видами БЛА.

Обобщенная цель управления при выполнении БЛА различных задач заключается в доставке по желаемой траектории полезного груза массой $m_{\text{пн}} \in \Omega_{\text{пн}}$ из неопределенной заранее области начальных условий $x(0) \in \Omega_0$ в неопределенную область конечных условий $x(t_k) \in \Omega_k$ при наличии ограничений Ω и возмущений ξ . Достижение цели оценивается вероятностью того, что промах не превзойдет значения величины $r \in \Omega_{\text{зп}}$:

$$J = \max_u P \left\{ \|x(t_k) - x_u\| < r \right\}, \quad (2)$$

где x_u – вектор фазовых координат цели, которая может быть неподвижна или перемещаться в пространстве; r – радиус зоны поражения, принимающий дискретные значения заданной области.

Желаемые траектории, реализация которых требует управляющие силы, проектируются относительно баллистической траектории. Прогнозируемая баллистическая траектория получается на основе приближенных интегралов дифференциальных уравнений движения в атмосфере с помощью сплайн функций, в которых использованы свои аргументы на различных участках аппроксимации. Баллистическую траекторию движения центра масс БЛА в атмосфере ($n_n=0$) при отсутствии возмущений $\xi=0$ можно аппроксимировать сплайн функциями на базе степенных полиномов 3 - й степени:

$$y_i = \sum_{j=0}^I \left(\Lambda(x) \sum_{j=0}^3 b_{ji} \Delta x_i^j \right); \quad \Lambda(x) = \begin{cases} 1, & \text{при } x \in [x_i^*, x_{i+1}^*]; \\ 0, & \text{при } x \notin [x_i^*, x_{i+1}^*], \end{cases} \quad (3)$$

где i, I – номер и число участков аппроксимации; $\Lambda(x)$ - характеристическая функция участков аппроксимации сплайн функций; x_i^* - значение i -го участка аппроксимации.

Коэффициенты b_{ji} в силу уравнений движения (1) выражаются через начальные условия:

$$b_{0i} = y_{0i}; \quad b_{1i} = \text{tg } \theta_{0i}; \quad b_{2i} = -\frac{g}{2(v_{0i} \cos \theta_{0i})^2}; \quad b_{3i} = -\frac{g c_{x0} S_m \rho_i}{6m(v_{0i} \cos \theta_{0i})^2},$$

где g – ускорение силы земного притяжения; c_{x0} – коэффициент силы лобового сопротивления; S_m – площадь миделя; ρ_i – плотность воздуха в i -м слое; m - масса. Величина интервала $[x_i^*, x_{i+1}^*]$ определяется условием

$$|\cos \theta_{i+1} - \cos \theta_{0i}| \leq \varepsilon, \quad \text{где } \varepsilon = 0,02-0,04.$$

Семейства желаемых траекторий, переводящих систему (1) в требуемое конечное состояние (2) при отсутствии возмущений $\xi=0$, могут задаваться аналитическими выражениями, содержащими неопределенные параметры [1]. В вертикальной плоскости траектория $y^*(x)$ задается сплайн функциями на базе степенных полиномов 3 - й степени и экспоненциальных функций:

$$y_i^* = \sum_{i=0}^I \left(\Lambda_1(x) \sum_{j=0}^3 a_{ji} \Delta x_i^j + \Lambda_2(x) \sum_{k=1}^3 c_{ki} e^{\lambda_{ki} \Delta x_i} \right); \quad (4)$$

$$\Lambda_{1(2)}(x) = \begin{cases} 1, & \text{при } x \in [x_i^*, x_{i+1}^*]; \\ 0, & \text{при } x \notin [x_i^*, x_{i+1}^*], \end{cases}$$

$$a_{ji} \in \Omega_{a_{ji}}; \quad c_{ki} \in \Omega_{c_{ki}}; \quad \lambda_{ki} \in \Omega_{\lambda_{ki}};$$

$$\Delta x_i = x - x_i^*; \quad x_i^* \in \Omega_{x_i^*}; \quad \Delta x_i^* = x_{i+1}^* - x_i^*,$$

где $\Lambda_{1(2)}(x)$ - характеристическая функция участков аппроксимации сплайн функций; $a_{ji}, c_{ki}, \lambda_{ki}$ - неопределенные заранее коэффициенты, принадлежащие областям Ω с соответствующими индексами.

Коэффициенты a_{ji} могут быть выражены через начальные условия y_{0i}, θ_{0i} и требуемые конечные условия y_{ki}^*, θ_{ki}^* рассматриваемого участка аппроксимации:

$$a_{0i} = y_{0i}; \quad a_{1i} = \text{tg } \theta_{0i};$$

$$a_{2i} = -\frac{1}{\Delta x_i^*} \left[3 \frac{y_{0i} - y_{ki}^*}{\Delta x_i^*} + 2 \text{tg } \theta_{0i} + \text{tg } \theta_{ki}^* \right];$$

$$a_{3i} = \frac{1}{\Delta x_i^{*2}} \left[2 \frac{y_{0i} - y_{ki}^*}{\Delta x_i^*} + \text{tg } \theta_{0i} + \text{tg } \theta_{ki}^* \right].$$

При заданных значениях λ_{ki} коэффициенты c_{ki} однозначно определяются тремя начальными условиями:

$$y_{0i}^* = y_{0i}; \quad \frac{dy_{0i}^*}{dx} = \frac{dy_{0i}}{dx} \Big|_{\Delta x_i = 0}; \quad \frac{d^2 y_{0i}^*}{dx^2} = \frac{d^2 y_{0i}}{dx^2} \Big|_{\Delta x_i = 0}.$$

Стыковка i - го участка аппроксимации с $(i-1)$ - м участком обеспечивается выполнением условий $y_{0i} = y_{ki-1}$; $\theta_{0i} = \theta_{ki-1}$, а с последу-

ющим $(i+1)$ - м участком выполнением условия $y_{ki} = y_{0i+1}$. Для i - го участка аппроксимации управляющим параметром служит программное значение угла θ_{ki}^* , которое будет определять значение n_n нормальной перегрузки при движении на этом участке траектории.

В общем случае, чтобы полностью задать траекторию (4) необходимо определить количество участков аппроксимации I , величину каждого участка Δx_i^* и требуемые в конце каждого участка (кроме последнего) значения y_{ki}^* , θ_{ki}^* , $i \neq I$. Естественно, что значения x_{ki}^* ; y_{ki}^* должны совпадать с соответствующими заданными координатами $x_{ц}$; $y_{ц}$. На каждом i - м участке возможно варьировать значением y_{si}^* относительно значений y , соответствующих прогнозируемой баллистической траектории (3), а также значением желаемого угла θ_{ki} , при этом получается семейство различных участков траекторий.

В качестве критерия можно использовать выражение, определяющее сколько энергии нужно затратить на движение по программной траектории (4), на управление при изменении прогнозируемой траектории (3) движения материальной точки в аэрокосмическом пространстве (при нулевых нормальных и боковых негравитационных управляющих силах) и изучить при этом, какие по величине эти негравитационные силы должны быть (т.е. изучить управляемость движения материальной точки по программной траектории).

Программное значение нормальной перегрузки, реализующей траекторию (4) в силу динамики определяется соотношением

$$n_{ni}^* = \frac{\cos \theta_i^*}{g_0} \left((6 a_{3i} \Delta x_i + 2 a_{2i}) \cos^2 \theta_i^* v^2 + g \right), \quad (5)$$

где значение угла наклона вектора скорости вычисляется по выражению

$$\theta_i^* = \arctg \frac{d y_i^*}{d x} = \arctg (3 a_{3i} \Delta x_i^2 + 2 a_{2i} \Delta x_i + a_{1i}).$$

Задачи, связанные с поражением малоразмерных целей, могут оцениваться показателем эффективности пусков K_3 , характеризующим возможную степень воздействия на цель путем доставки боевого заряда в ее окрестность:

$$K_3 = c \sigma^2 ; \quad c = q(m_{бз})^{-2/3}, \quad (6)$$

где c - неопределенный коэффициент; $q(m_{бз})$ - мощность заряда, как функция его массы; σ - приведенное среднеквадратическое отклонение, характеризующее точность функционирования наземных и бортовых средств управления при достижении цели.

Этот показатель имеет вид квадратичного критерия, что удобно для аналитического решения задач оптимизации.

Использование линейной части разложения функции промаха в ряд Тейлора позволяет выразить σ через полные отклонения значений координат и скорости центра масс от их программных значений в момент выключения двигателя t_k и обосновать требования по точности, предъявляемые к системе управления БЛА, на основе выражения

$$\sigma^2 = \frac{1}{4} \left[\left(\frac{\partial L}{\partial x} \Delta x \right)^2 + \left(\frac{\partial L}{\partial y} \Delta y \right)^2 + \left(\frac{\partial B}{\partial z} \Delta z \right)^2 + \left(\frac{\partial L}{\partial v_x} \Delta v_x \right)^2 + \left(\frac{\partial L}{\partial v_y} \Delta v_y \right)^2 + \left(\frac{\partial B}{\partial v_z} \Delta v_z \right)^2 \right],$$

где $\Delta x = x(t_k) - x^*(t_k)$; $\Delta y = y(t_k) - y^*(t_k)$; $\Delta z = z(t_k) - z^*(t_k)$;

$\Delta v_x = v_x(t_k) - v_x^*(t_k)$; $\Delta v_y = v_y(t_k) - v_y^*(t_k)$; $\Delta v_z = v_z(t_k) - v_z^*(t_k)$;

L – отклонение по дальности; B – боковое отклонение.

Анализ известных технических решений может дать эмпирическую зависимость между величиной σ и массой бортовых средств управления $m_{БСУ}$, обеспечивающих ее достижение. В ходе проектирования из области допустимых технических решений $\Omega_{пр}$ целесообразно выбирать то, которое доставит минимум значению K_3 , при ограничении значения суммарной массы $m_1 = m_{БЗ} + m_{БСУ}$:

$$K_{Т3}^* = \min_{\Omega_{пр}} K_{Т3}(q(m_{БЗ}), \sigma(m_{БСУ})), \text{ при } m_1 \in \Omega_m. \quad (7)$$

Следует подчеркнуть, что увеличение точности попадания сильнее влияет на изменение значения K_3 , чем такое же увеличение мощности заряда.

Физическую реализуемость семейства траекторий (4), определяет максимальное значение потребных n_y нормальных и осевых n_x перегрузок. Область допустимых значений Ω_a назначается из условия, чтобы максимум максимальных значений перегрузок на каждой траектории семейства, в силу системы уравнений (1), не превышал максимально допустимого значения $n_{max}^{доп}$, определяемого возможной конструкцией и прочностью БЛА

$$E = \max_{\Omega_a} \max_t |n_{x(y)}| \leq n_{max}^{доп}. \quad (8)$$

В виду того, что стоимость БЛА на предварительном этапе проектирования определить весьма трудно, то ее косвенно можно оценить через m_0 стартовую массу. В ходе проектирования ведется поиск допустимых технических решений $\Omega_{пр}$, обеспечивающих минимальное значение m_0^* при $m_{пн} \in \Omega_{пн}$:

$$m_0^* = \min_{\Omega_{пр}} m_0. \quad (9)$$

Масса полезной нагрузки в функции мощности заряда может определяться зависимостью вида

$$m_{\text{пн}} = \kappa_{\text{бч}} q^{\alpha_{\text{бч}}}, \quad (10)$$

где $\kappa_{\text{бч}}$ и $\alpha_{\text{бч}}$ - эмпирические коэффициенты.

На основе формулы Циолковского и аппроксимации зависимости L_{max} максимальной дальности баллистической траектории от значения v_0 модуля вектора скорости в конце активного участка траектории, в [2] получено соотношение, связывающее значение m_0 стартовой массы с массой $m_{\text{пн}}$ полезной нагрузки n - ступенчатой ракеты, максимальной дальностью полета, массовыми и энергетическими показателями при формах траекторий, близких к энергетически оптимальным. Это выражение имеет вид

$$m_0 = \frac{m_{\text{пн}}}{\left[(1 + \alpha)^n \sqrt{\exp\left(\frac{A L_{\text{max}}^a}{\bar{J}_1 g_0}\right)} - \alpha \right]^n}; \quad \alpha = \frac{m_{\text{крч}}}{m_{\text{т1}}}, \quad (11)$$

где $m_{\text{крч}}$ - масса конструкции БЛА; $m_{\text{т1}}$ - масса топлива; \bar{J}_1 - среднее значение удельного импульса тяги; A, a - постоянные коэффициенты.

Значительную долю стартовой массы БЛА составляет $m_{\text{т}}$ масса топлива. Поэтому после выбора рациональной конструктивно - компоновочной схемы и конструкционных материалов, требуется определить минимальный запас топлива, обеспечивающий гарантированное решение любой s - й задачи из заданного перечня S .

Общую массу топлива $m_{\text{т}}$ можно представить в виде

$$m_{\text{т}} = m_{\text{т1}} + m_{\text{т2}} + m_{\text{т3}} + m_{\text{т4}} + m_{\text{т5}}, \quad (12)$$

где $m_{\text{т1}}$ - масса полностью выгоревшего топлива, расходуемая для разгона БЛА до минимальной скорости, обеспечивающей полет по баллистической траектории на максимальную дальность; $m_{\text{т2}}$ - масса топлива, обеспечивающая приращение скорости, для маневрирования относительно баллистической траектории, при сохранении максимальной дальности; $m_{\text{т3}}$ - масса топлива, затрачиваемая на обеспечение стабилизации движения центра масс БЛА относительно программной траектории; $m_{\text{т4}}$ - масса топлива, затрачиваемая на обеспечение устойчивого полета; $m_{\text{т5}}$ - масса топлива, обеспечивающая работу турбогенераторного источника питания в течение всего полета.

В ходе проектирования ведется поиск такой стратегии управления u , обеспечивающей минимум показателю критерия

$$m_{\text{т}}^* = \min_u m_{\text{т}}. \quad (13)$$

В полете определяется сигнал рассогласования пропорциональный отклонению измеряемых или вычисляемых в навигационном алгоритме параметров движения БЛА от программных значений. Этому рассогласованию ставится в соответствие квадратичный критерий, физически соответствующий расходу топлива на управление относительно программной траектории (4).

Если для управления движением в боковой и вертикальной плоскости использовать двигатель поперечного управления, ориентации и стабилизации, то будут отсутствовать газовые рули. Это приведет к отсутствию потери тяги на газовых рулях, уменьшению массы и энергопотребления рулевого привода. Возможно организовать управление движением центра масс независимо от углового движения. В этом случае затраты топлива m_{T3} для стабилизации движения центра масс и m_{T4} для угловой стабилизации можно рассматривать отдельно.

Минимум значения m_{T3} массы топлива, затрачиваемой на обеспечение боковой и нормальной стабилизации движения центра масс БЛА относительно программной траектории в течение всего времени полета t_n , целесообразно искать на основе минимизации векторного квадратичного функционала

$$J_d = \int_0^{t_n} [\delta d(t)^2 + \alpha_1^2 \delta \dot{d}(t)^2 + \alpha_2^2 \delta \ddot{d}(t)^2 + \beta^2 u_d^2] dt, \quad (14)$$

где $d(t) = (y(t), z(t))$; $\delta d(t) = d(t) - d^*(t)$; $d^*(t)$ - вектор программных функций; $\alpha_1, \alpha_2, \beta$ - весовые неопределенные коэффициенты, которые подлежат выбору на основе инженерного опыта конструктора.

Для поиска минимального значения m_{T4} массы топлива, затрачиваемогося на обеспечение устойчивого полета, также целесообразно использовать минимизацию векторного квадратичного функционала вида (14).

В заключении отметим, что рассмотренные в статье принципы построения и критерии оценки основных параметров многоцелевого БЛА и его системы управления являются базой для проведения межвидовой универсализации механических систем.

ЛИТЕРАТУРА

1. Фоменко О.Н., Журавлев А.А. Построение математической модели и классификация неопределенностей в ней для задач межвидовой универсализации летательных аппаратов ракетной техники // Зб. наук. пр. ХВУ. – Харків: ХВУ. – 2001. – Вип. 2(12). – С. 202 - 210.

2. Проектирование и испытания баллистических ракет / Под ред. В.И. Варфоломеева, М.И. Копытова. – М: МО СССР, 1970. – С. 248 - 268.

Поступила в редколлегию 22.08.2001
