

## СИНТЕЗ СТАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ДВУХПАРАМЕТРОВЫХ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ РЕЗОНАНСНЫХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ

А.С. Комирный, д.т.н., проф. А.И. Овчаренко, М.В. Шапиро

Приведены научные положения по синтезу статических моделей двухпараметровых измерительных преобразователей, предназначенных для использования при измерении важнейших параметров сельскохозяйственных культур на примере жмыха подсолнечника, у которого такими параметрами являются влажность и масличность.

При внесении в поле катушки или конденсатора резонансного контура измерительного преобразователя наблюдается изменение (в большинстве случаев – уменьшение) резонансной частоты и ухудшение добротности. Раздельное измерение этих параметров принципиально позволяет измерить две незлектрические величины, причем в отличие от классических мостовых преобразователей – с хорошей чувствительностью. На пути создания соответствующих приборов и преобразователей необходимо решить задачу синтеза адекватной модели, отражающей статическую связь между измеряемыми параметрами преобразователя и измеряемыми величинами материала. Эта задача распадается на две: выбор подходящей структуры модели (структурный синтез) и определение коэффициентов в выбранной структуре (параметрический синтез).

Для решения первой из поставленных задач в измерительной технике в практике планирования эксперимента наиболее часто используют три типа моделей:

- двухпараметрическую линейную

$$\begin{cases} \mathbf{A} = \mathbf{a}_{11}\mathbf{W} + \mathbf{a}_{12}\mathbf{M}; \\ \mathbf{F} = \mathbf{a}_{21}\mathbf{W} + \mathbf{a}_{22}\mathbf{M}; \end{cases} \quad (1)$$

- двухпараметрическую неполную квадратичную, которая бывает двух типов – трёхчленная (возможно 10 вариантов), например:

$$\begin{cases} \mathbf{A} = \mathbf{a}_{11}\mathbf{W} + \mathbf{a}_{12}\mathbf{M} + \mathbf{a}_{13}\mathbf{WM}; \\ \mathbf{F} = \mathbf{a}_{21}\mathbf{W} + \mathbf{a}_{22}\mathbf{M} + \mathbf{a}_{23}\mathbf{WM}, \end{cases} \quad (2)$$

и четырёхчленная модель, для которой возможно 5 вариантов, например:

$$\begin{cases} \mathbf{A} = \mathbf{a}_{11}\mathbf{W} + \mathbf{a}_{12}\mathbf{M} + \mathbf{a}_{13}\mathbf{WM} + \mathbf{a}_{14}\mathbf{W}^2; \\ \mathbf{F} = \mathbf{a}_{21}\mathbf{W} + \mathbf{a}_{22}\mathbf{M} + \mathbf{a}_{23}\mathbf{WM} + \mathbf{a}_{24}\mathbf{W}^2; \end{cases} \quad (3)$$

- двухпараметрическую полную квадратичную

$$\begin{cases} \mathbf{A} = \mathbf{a}_{11}\mathbf{W} + \mathbf{a}_{12}\mathbf{M} + \mathbf{a}_{13}\mathbf{WM} + \mathbf{a}_{14}\mathbf{W}^2 + \mathbf{a}_{15}\mathbf{M}^2; \\ \mathbf{F} = \mathbf{a}_{21}\mathbf{W} + \mathbf{a}_{22}\mathbf{M} + \mathbf{a}_{23}\mathbf{WM} + \mathbf{a}_{24}\mathbf{W}^2 + \mathbf{a}_{25}\mathbf{M}^2, \end{cases} \quad (4)$$

где  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{F}$  - выходные параметры измерительного преобразователя;  
 $\mathbf{W}$ ,  $\mathbf{M}$  - измеряемые неэлектрические величины материала.

Линейная модель (1) наиболее проста для параметрического синтеза и при использовании в измерительном приборе требует минимального объема вычислений, а, значит, минимальной памяти и минимального времени. Однако, погрешность такой модели при сколько-нибудь существенном диапазоне измерений может быть недопустима велика. Наиболее точное (адекватное) описание зависимостей между  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{F}$  и  $\mathbf{W}$ ,  $\mathbf{M}$  дает квадратичная модель (4). Однако процедуры параметрического синтеза и в особенности использования модели в приборе (вычисление  $\mathbf{W}$  и  $\mathbf{M}$  по измеренным  $\mathbf{A}$  и  $\mathbf{F}$ ) для этого типа модели являются очень сложными. В связи с изложенным можно использовать следующий подход: выбрать компромиссную структуру модели (один из вариантов (2) или (3)) и, если она окажется «избыточно» точной, перейти к более простой модели (1). Если же она окажется недостаточно точной, перейти к более сложной модели (4).

Задача параметрического синтеза (определение  $\mathbf{a}_{ij}$ ) в неэлектрических измерениях часто усложняется невозможностью проведения активного эксперимента (направленного варьирования  $\mathbf{W}$ ,  $\mathbf{M}$ ). Типичным примером как раз и является измерение параметров материалов. При пассивном эксперименте не удастся ортогонализировать матрицу эксперимента и объем вычислений при параметрическом синтезе резко возрастает.

Как пример, рассмотрим определение коэффициентов  $\mathbf{a}_{ij}$  для неполной квадратичной модели вида (2). Предположив достаточную близость законов распределения ошибок измерения  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{F}$  к нормальному, а также высокую точность определения факторов  $\mathbf{W}$ ,  $\mathbf{M}$ , используем классическую процедуру по методу наименьших квадратов.

Суммы квадратов невязок равны:

$$\Phi_{\mathbf{A}} = \sum_{i=1}^3 \left[ \bar{A}_i - (\mathbf{a}_{11}\mathbf{W}_i + \mathbf{a}_{12}\mathbf{M}_i + \mathbf{a}_{13}\mathbf{M}_i\mathbf{W}_i) \right]^2; \quad (5)$$

$$\Phi_F = \sum_{i=1}^3 \left[ \bar{F}_i - (a_{21} W_i + a_{22} M_i + a_{23} W_i M_i) \right]^2. \quad (6)$$

Частные производные уравнений (5) и (6) по  $a_{ij}$  равны:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \Phi_A}{\partial a_{11}} = -2 \sum_{i=1}^3 \left[ \bar{A}_i - (a_{11} W_i + a_{12} M_i + a_{13} W_i M_i) \right] W_i; \\ \frac{\partial \Phi_A}{\partial a_{12}} = -2 \sum_{i=1}^3 \left[ \bar{A}_i - (a_{11} W_i + a_{12} M_i + a_{13} W_i M_i) \right] M_i; \\ \frac{\partial \Phi_A}{\partial a_{13}} = -2 \sum_{i=1}^3 \left[ \bar{A}_i - (a_{11} W_i + a_{12} M_i + a_{13} W_i M_i) \right] W_i M_i. \end{array} \right. \quad (7)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \Phi_F}{\partial a_{21}} = -2 \sum_{i=1}^3 \left[ \bar{F}_i - (a_{21} W_i + a_{22} M_i + a_{23} W_i M_i) \right] W_i; \\ \frac{\partial \Phi_F}{\partial a_{22}} = -2 \sum_{i=1}^3 \left[ \bar{F}_i - (a_{21} W_i + a_{22} M_i + a_{23} W_i M_i) \right] M_i; \\ \frac{\partial \Phi_F}{\partial a_{23}} = -2 \sum_{i=1}^3 \left[ \bar{F}_i - (a_{21} W_i + a_{22} M_i + a_{23} W_i M_i) \right] W_i M_i. \end{array} \right. \quad (8)$$

Приравнивание нулю уравнений (7), (8) дает системы линейных уравнений в нормальном виде:

$$\left\{ \begin{array}{l} a_{11} \sum_{i=1}^3 W_i^2 + a_{12} \sum_{i=1}^3 W_i M_i + a_{13} \sum_{i=1}^3 W_i^2 M_i = \sum_{i=1}^3 \bar{A}_i W_i; \\ a_{11} \sum_{i=1}^3 W_i M_i + a_{12} \sum_{i=1}^3 M_i^2 + a_{13} \sum_{i=1}^3 W_i M_i^2 = \sum_{i=1}^3 \bar{A}_i M_i; \\ a_{11} \sum_{i=1}^3 W_i^2 M_i + a_{12} \sum_{i=1}^3 W_i M_i^2 + a_{13} \sum_{i=1}^3 W_i^2 M_i^2 = \sum_{i=1}^3 \bar{A}_i W_i M_i. \end{array} \right. \quad (9)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} a_{21} \sum_{i=1}^3 W_i^2 + a_{22} \sum_{i=1}^3 W_i M_i + a_{23} \sum_{i=1}^3 W_i^2 M_i = \sum_{i=1}^3 \bar{F}_i W_i; \\ a_{21} \sum_{i=1}^3 W_i M_i + a_{22} \sum_{i=1}^3 M_i^2 + a_{23} \sum_{i=1}^3 W_i M_i^2 = \sum_{i=1}^3 \bar{F}_i M_i; \\ a_{21} \sum_{i=1}^3 W_i^2 M_i + a_{22} \sum_{i=1}^3 W_i M_i^2 + a_{23} \sum_{i=1}^3 W_i^2 M_i^2 = \sum_{i=1}^3 \bar{F}_i W_i M_i. \end{array} \right. \quad (10)$$

Решение (9), (10), например, по правилу Крамера дает:

$$a_{11} = \frac{\det \begin{bmatrix} \sum \bar{A}_i W_i & \sum M_i W_i & \sum M_i W_i^2 \\ \sum \bar{A}_i M_i & \sum M_i^2 & \sum M_i^2 W_i \\ \sum \bar{A}_i M_i W_i & \sum M_i^2 W_i & \sum M_i^2 W_i^2 \end{bmatrix}}{\det \begin{bmatrix} \sum W_i^2 & \sum M_i W_i & \sum M_i W_i^2 \\ \sum W_i M_i & \sum M_i^2 & \sum M_i^2 W_i \\ \sum M_i W_i^2 & \sum M_i^2 W_i & \sum M_i^2 W_i^2 \end{bmatrix}}, \quad (11)$$

$$a_{12} = \frac{\det \begin{bmatrix} \sum W_i^2 & \sum \bar{A}_i W_i & \sum M_i W_i^2 \\ \sum W_i M_i & \sum \bar{A}_i M_i & \sum M_i^2 W_i \\ \sum M_i W_i^2 & \sum \bar{A}_i M_i W_i & \sum M_i^2 W_i^2 \end{bmatrix}}{\det \begin{bmatrix} \sum W_i^2 & \sum M_i W_i & \sum M_i W_i^2 \\ \sum W_i M_i & \sum M_i^2 & \sum M_i^2 W_i \\ \sum M_i W_i^2 & \sum M_i^2 W_i & \sum M_i^2 W_i^2 \end{bmatrix}}, \quad (12)$$

$$a_{13} = \frac{\det \begin{bmatrix} \sum W_i^2 & \sum M_i W_i & \sum \bar{A}_i W_i \\ \sum W_i M_i & \sum M_i^2 & \sum \bar{A}_i M_i \\ \sum M_i W_i^2 & \sum M_i^2 W_i & \sum \bar{A}_i M_i W_i \end{bmatrix}}{\det \begin{bmatrix} \sum W_i^2 & \sum M_i W_i & \sum M_i W_i^2 \\ \sum W_i M_i & \sum M_i^2 & \sum M_i^2 W_i \\ \sum M_i W_i^2 & \sum M_i^2 W_i & \sum M_i^2 W_i^2 \end{bmatrix}}, \quad (13)$$

Аналогично записываются коэффициенты  $a_{21}$ ,  $a_{22}$ ,  $a_{23}$ , только теперь для частот  $F_i$ .

По найденным параметрам (11)...(13) модель (2) должна быть проверена на адекватность. В простейшем случае вычисляют относительную погрешность в экспериментальных точках:

$$\delta_{ijA} = \frac{A_{ij}^* - A_{ij}}{A_{ij}}; \quad \delta_{ijF} = \frac{F_{ij}^* - F_{ij}}{F_{ij}}, \quad (14)$$

где  $A_{ij}^*$ ,  $F_{ij}^*$  - предсказанные по модели значения амплитуды и частоты;

$A_{ij}$ ,  $F_{ij}$  - измеренные значения амплитуды и частоты;

$i, j = 1, 2, 3$  – порядковые номера значений факторов  $M$  и  $W$ .

Информация о числовых характеристиках (14) полей погрешности может быть использована для оценивания равнозначности полей погрешностей амплитуды и частоты. Наиболее распространенным критерием этой оценки является непараметрический критерий Уилкоксона. Применение непараметрического критерия связано с малыми объемами выборки, связанными, в том числе, и с пассивным характером эксперимента. Если гипотеза о принадлежности полей погрешностей к единой генеральной совокупности отвергается, то следует предпринять меры по повышению точности измерений и (или) предсказаний параметра ( $A$  или  $F$ ), имеющего большую оценку дисперсии погрешности. Если это невозможно, то для обеспечения равнозначности можно снизить требования к точности измерения и (или) предсказания параметра ( $A$  или  $F$ ), имеющего меньшую оценку дисперсии погрешности.

Описанная методика использовалась в эксперименте по измерению влажности и масляности жмыха, получаемого на экструдерах ЭК-75/1200 в процессе переработки семян подсолнечника. Отобранные пробы различной влажности получали «добавку» масляности путем домешивания подсолнечного масла. Измерения влажности и масляности проб осуществлялись по ГОСТ 10857-64 [1, 2]. Схема измерений показана на рис. 1.

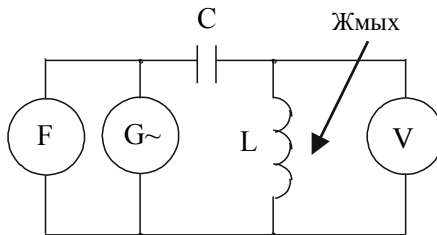


Рис. 1. Схема измерений параметров проб

Результаты измерений сведены в табл.1 и табл.2.

Таблица 1

Амплитуда на катушке при резонансе, В

W, % \ M, %	14,5	15,0	16,0
7,0	10,188	10,220	10,210
12,5	7,787	7,810	7,752
16,5	5,310	5,256	5,225

Таблица 2

Резонансная частота, мГц

W, % \ M, %	14,5	15,0	16,0
7,0	5,988	5,990	5,987
12,5	5,915	5,918	5,915
16,5	5,838	5,836	5,832

Вычисление коэффициентов по (11)...(13) привело к модели:

$$\begin{cases} A = 0,42041W + 0,94711M - 0,06373WM ; \\ F = 0,23962W + 0,42930M - 0,01892WM . \end{cases} \quad (15)$$

Результаты расчетов относительной погрешности по формулам (14), проведенные для точек, заданных табл. 1 и 2, проверены на равнозначность по критерию Уилкоксона.

## ЛИТЕРАТУРА

- ГОСТ 10856-64 «Семена масличные. Методы определения влажности».
- ГОСТ 10856-64 «Семена масличные. Методы определения масличности».
- Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов. – М.: Наука, 1981. – 841 с.

*Поступила в редколлегию 03.09.2001*