

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ, СОДЕРЖАЩИХ ЖИДКОСТЬ НА ЭТАПЕ ТРАНСПОРТИРОВКИ

В.А. Табуненко

(представил д.т.н., проф. О.Н. Фоменко)

Предложена методика, позволяющая исследовать динамические характеристики изделий специального назначения с отсеками, содержащими жидкость. В основе проведенных теоретических исследований лежит расчетная схема механической системы с распределенными параметрами и сосредоточенными массами и использование численных методов.

С целью сокращения времени для подготовки к пуску летательных аппаратов (ЛА), их необходимо заправлять заблаговременно и транспортировать к месту применения в заправленном состоянии. Отсюда возникает актуальная задача изучения влияния колеблющихся жидких компонентов топлива (ЖКТ) внутри топливного отсека (ТО) на упругие колебания корпуса ЛА и массу полезного груза на этапе транспортировки. Решить данную задачу можно, используя модели в виде:

- обобщенного натурального объекта ЛА;
- физической модели ЛА (с учетом критериев подобия);
- математической модели ЛА с распределенными параметрами и сосредоточенными массами;
- конкретной реализации разрабатываемого ЛА.

В приведенной статье предлагается рассмотреть теоретический подход позволяющий оценить влияние ЖКТ, находящихся в ТО на корпус ЛА при транспортировке его самоходными колесными транспортными средствами при помощи математической модели.

На рис.1 приведена расчетная схема механической системы типа ЛА с ЖКТ с распределенными параметрами и сосредоточенными массами. ЛА можно представить в виде балки с распределенными параметрами, на которой закреплены с помощью упругих невесомых связей ($C_0 - C_3$) и в виде дискретных масс, схематизирующих двигатель (m_0), ЖКТ (m_1 и m_2) и массу полезного груза (m_i). В общем случае, количество n сосредоточенных масс m_i зависит от конкретной схемы ЛА ($i = \overline{1, n}$). Перемещение дискретных масс ограничено вертикальной плоскостью параллельно оси Y . Начало отсчета помещаем в точку O . По оси координат X , проходя-

шей вдоль балки, обозначены координаты крепления дискретных масс $x_0 - x_4$ соответственно. Сосредоточенные массы m_1' и m_2' схематизируют подвижные части соответствующих ЖКТ и могут совершать угловые перемещения вдоль продольной плоскости балки с длиной подвеса на нерастяжимых и невесомых нитях l_1 и l_2 и углами отклонения φ_1 и φ_2 . Левая часть балки опирается на упругую неподвижную опору C_4 . Консольная часть балки опирается на правую упругую опору C_5 , которая может менять свое местоположение вдоль оси X .

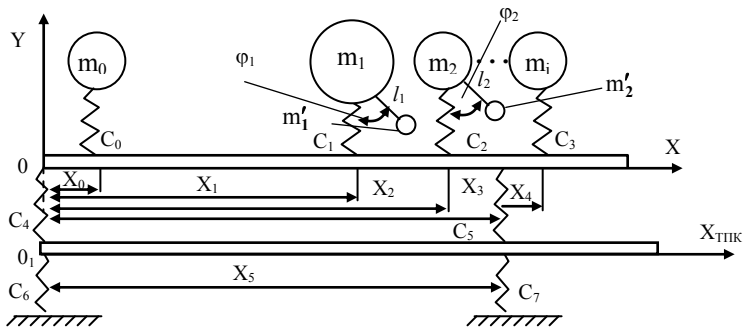


Рис. 1. Расчетная схема механической системы типа ЛА с ЖКТ

Верхняя балка установлена на нижнюю двухопорную балку с распределенными параметрами, схематизирующую тягач. Левая часть балки опирается на упругую опору C_6 , а правая часть опирается на упругую опору C_7 . Начало отсчета для второй балки помещаем в точку O_1 .

Особенностью рассматриваемой расчетной схемы является учет в ней ЖКТ, которые допускается представлять в виде сосредоточенных масс [1]. Вся масса жидкости, находящаяся в изделии, делится на неподвижную m_t и подвижную m_i массы. При этом выполняется равенство $m = m_t + \sum m_i$, где m - полная масса жидкости. Далее отмечено, что для первой гармоники колебаний приведенная масса подвижной жидкости численно равна массе объема цилиндра с высотой, равной примерно половине ($0,45 R$) радиуса ТО. Для второй гармоники колебаний приведенная масса подвижной жидкости в 30 раз меньше. Решение этой задачи, имеющее точность, достаточную для технических расчетов, приведено в [1]. Подвижная масса жидкости в ЛА определяется по формуле

$$m'_{1,2} \approx \frac{\pi \rho R^4}{4l_{1,2}},$$

где ρ - плотность жидкости; R - радиус бака.

Уравнения колебаний свободной поверхности жидкости аналогичны уравнениям колебаний маятников. Используя эту аналогию, в расчетной

схеме заменяем колеблющуюся жидкость системой математических маятников. Возможность такой замены была показана в [2].

Расчетную схему механической системы типа ЛА с ЖКТ в общем случае допускается рассматривать при прямолинейном установившемся движении, как систему, совершающую вертикальные колебания $y = y(t)$ и угловые колебания подвижной массы жидкости $\varphi = \varphi(t)$.

Математическая модель колебаний рассматриваемой механической системы построена на основе классических уравнений колебания балок, которая описывается системой дифференциальных уравнений в частных производных 4-го порядка, имеет следующий вид:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(EI(x) \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right) + m(x) \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + m_0 \delta(x - x_0) \left(\ddot{y}_0 + \ddot{y} \right) + m_1 \delta(x - x_1) \left(\ddot{y}_1 + \ddot{y} \right) + m_2 \delta(x - x_2) \left(\ddot{y}_2 + \ddot{y} \right) + m_3 \delta(x - x_3) \left(\ddot{y}_3 + \ddot{y} \right) + \sum_{k=1}^2 \delta(x - x_2^k) k_x = P(x, t),$$

$$m_0 \ddot{y}_0 + c_0 (y_0 - y) = 0 ;$$

$$m_1^* \ddot{y}_1 + c_1 (y_1 - y) + m_1' l_1 \ddot{\varphi}_1 \dot{\varphi}_1 + m_1' g = 0 ;$$

$$\frac{\Phi_1}{l_1} \ddot{y}_1 - \ddot{\varphi}_1 + \frac{\Phi_1}{l_1} g, \quad \text{где} \quad m_1^* = m_1 + m_1' ;$$

$$m_2^* \ddot{y}_2 + c_2 (y_2 - y) + m_2' l_2 \ddot{\varphi}_2 \dot{\varphi}_2 + m_2' g = 0 ;$$

$$\frac{\Phi_2}{l_2} \ddot{y}_2 - \ddot{\varphi}_2 + \frac{\Phi_2}{l_2} g, \quad \text{где} \quad m_2^* = m_2 + m_2' ;$$

...

$$m_i \ddot{y}_3 + c_3 (y_3 - y) = 0 ;$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x_{\text{тнк}}^2} \left(EI(x_{\text{тнк}}) \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right) + m(x_{\text{тнк}}) \frac{\partial^2}{\partial t_{\text{тнк}}^2} = 0$$

при заданных начальных условиях

$$y_0(t=0) = Y_0; \quad \dot{y}_0(t=0) = 0; \quad y_1(t=0) = Y_0; \quad \dot{y}_1(t=0) = 0;$$

$$y_2(t=0) = Y_0; \quad \dot{y}_2(t=0) = 0; \quad y_3(t=0) = Y_0; \quad \dot{y}_3(t=0) = 0;$$

$$\Phi_1(t=0) = \Phi_0; \quad \dot{\Phi}_1(t=0) = 0; \quad \Phi_2(t=0) = \Phi_0; \quad \dot{\Phi}_2(t=0) = 0$$

и граничных условиях:

$$y''(0) = 0; \quad y'''(0) = c_4 y; \quad y''_{\text{тнк}}(0) = 0; \quad y'''_{\text{тнк}}(0) = c_6 y_{\text{тнк}} ;$$

$$y''(x_3) = 0; \quad y'''(x_3) = c_5 y; \quad y''_{\text{тнк}}(x_5) = 0; \quad y'''_{\text{тнк}}(x_5) = c_7 y_{\text{тнк}} ,$$

где E - модуль упругости балки; t - время; $I(x)$ - момент инерции балки; $m(x)$ - распределенная масса балки; $y = y(x, t)$ - прогиб балки.

Для решения этой системы дифференциальных уравнений использован метод конечных разностей. Основные положения этого метода приводятся в работе [3]. В результате решения системы дифференциальных уравнений были получены частота (f) и амплитуда колебаний (A) верхней балки. В качестве входных величин при решении использовались параметры, характеризующие натуральный объект. В результате решения получены: $f_1 = 1,2$ Гц, $A_1 = 0,05$ м при запрограммированном ЖКТ натурном изделии и $f_2 = 2,5$ Гц, $A_2 = 0,015$ м при незапрограммированном.

Одним из критериев правильности выбора математической модели ЛА является сравнение частот и форм упругих колебаний с результатами экспериментальных исследований, проведенных на физической модели. С целью создания физической модели были разработаны критериальные зависимости в виде безразмерных комплексов [4] для натурального и модельного объектов

$$\left(\frac{mSL^4 \omega^2}{EI} \right)_H = \left(\frac{mSL^4 \omega^2}{EI} \right)_M,$$

где S - поперечное сечение; L - длина; ω - частота колебаний корпуса, и построена экспериментальная установка для физического моделирования [5]. Проведенные экспериментальные исследования [6] подтвердили результаты теоретических исследований (относительная ошибка составила 8 - 15%).

ЛИТЕРАТУРА

1. Колесников К.С., Сухов В.Н. Упругий летательный аппарат как объект автоматического управления. – М.: Машиностроение, 1974. – 266 с.
2. Микишев Г.Н. Экспериментальные методы в динамике космических аппаратов. – М.: Машиностроение, 1978. – 246 с.
3. Заварькин В.М., Житомирский В.Г., Лапчик М.П. Численные методы. – М.: Просвещение, 1991. – 175 с.
4. Табуненко В.А. Разработка экспериментальной установки для исследования динамических характеристик механических конструкций с отсеками, содержащими жидкость // Зб. наук. праць. – Харків: ХВУ. – 2001. – Вип. 4(30). – С. 176 - 179.
5. Патент № 33464А Украина, МКИ 6 G 09В 23\06. Стенд для дослідження гнучких коливальних довшомірних вантажів при їх транспортуванні. Заявка на изобретение / Табуненко В.А., Иванченко О.В., Прокопов В.А., Бушманов Д.В., № 99021069; Заявл. 09.04.85; Опубл. 15.02.2001.
6. Табуненко В.А. Экспериментальные исследования и анализ динамических характеристик механических конструкций с отсеками, содер-

жащими жидкость // Сб. научн. тр. – Харьков: ХВУ. – 2000. Вып. 1(31). – С. 120 - 121.

Поступила в редколлегию 31.07.2001
