

## МЕТОДИКА ВИЗНАЧЕННЯ РАЦІОНАЛЬНИХ РОЗМІРІВ ЗАПАСІВ КОМПЛЕКТУЮЧИХ

к.в.н. А.Ф. Лазутський, к.в.н. С.В. Ворошилов, М.В. Холошевський  
(подав д.в.н., проф. І.О. Кириченко)

У статті розглянута методика визначення раціональних розмірів запасів комплектуючих.

У якості вихідної моделі використовується марківська модель функціонування системи обслуговування під час надходження заявок із дискретним станом та безперервним часом.

При вирішенні поставленого завдання припустимо:

система обслуговування готова до роботи і ніяких робіт щодо її підготовки не проводиться;

технічне обслуговування системи під час обслуговування нею заявок не виконується.

У цьому випадку розмічений граф станів системи під час обслуговування поданих заявок, що надходять, може бути поданий у вигляді, зображеному на рис. 1.

Система диференціальних рівнянь Колмогорова [1] для ймовірностей станів системи, відповідних графу (рис. 1), якщо припустити, що потоки, які переводять систему із стану в стан, пуасоновські, стаціонарні, має наступний вигляд:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dP_1(t)}{dt} = -P_1(t)(\lambda_{12} + \lambda_{13} + \lambda_{14} + \lambda_{15}) + P_2\lambda_{21} + P_3(t)\lambda_{31} + P_4(t)\lambda_{41}; \\ \frac{dP_2(t)}{dt} = -P_2(t)(\lambda_{21} + \lambda_{23} + \lambda_{25}) + P_1(t)\lambda_{12} + P_3(t)\lambda_{32}; \\ \frac{dP_3(t)}{dt} = -P_3(t)(\lambda_{31} + \lambda_{32} + \lambda_{34} + \lambda_{35}) + P_1(t)\lambda_{13} + P_2(t)\lambda_{23} + P_4(t)\lambda_{43}; \\ \frac{dP_4(t)}{dt} = -P_4(t)(\lambda_{41} + \lambda_{43} + \lambda_{45}) + P_1(t)\lambda_{14} + P_3(t)\lambda_{34}; \\ \frac{dP_5(t)}{dt} = P_1(t)\lambda_{15} + P_2(t)\lambda_{25} + P_3(t)\lambda_{35} + P_4(t)\lambda_{45}. \end{array} \right. (1)$$

У випадку, коли система не переміщується систему диференціальних рівнянь Колмогорова можна записати як:

$$\begin{cases} \frac{dP_1(t)}{dt} = -P_1(t)(\lambda_{12} + \lambda_{13} + \lambda_{15}) + P_2\lambda_{21} + P_3(t)\lambda_{31}; \\ \frac{dP_2(t)}{dt} = -P_2(t)(\lambda_{21} + \lambda_{23} + \lambda_{25}) + P_1(t)\lambda_{12} + P_3(t)\lambda_{32}; \\ \frac{dP_3(t)}{dt} = -P_3(t)(\lambda_{31} + \lambda_{32} + \lambda_{35}) + P_1(t)\lambda_{13} + P_2(t)\lambda_{23}; \\ \frac{dP_5(t)}{dt} = P_1(t)\lambda_{15} + P_2(t)\lambda_{25} + P_3(t)\lambda_{35}. \end{cases} \quad (2)$$

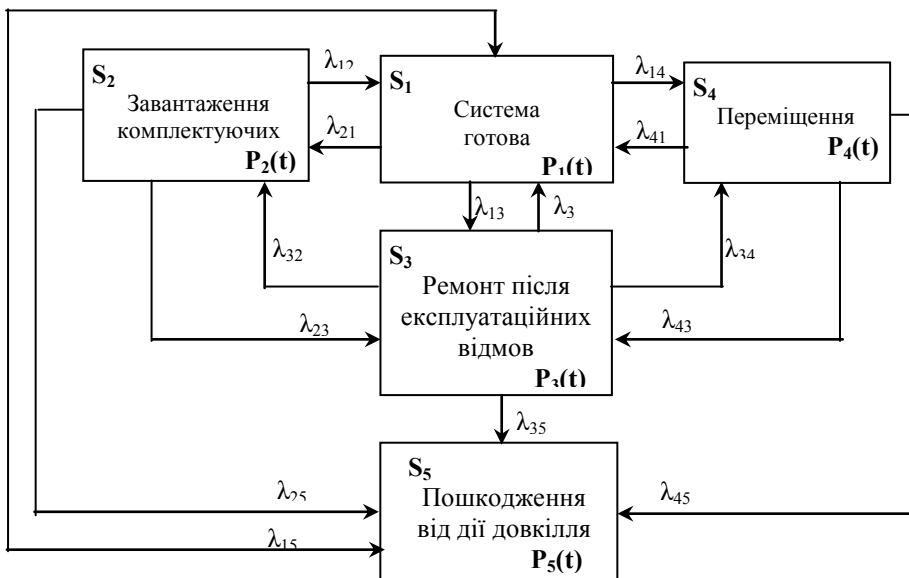


Рис.1. Граф фазових станів системи обслуговування (загальний)

Системи (1) та (2) є системами однорідних лінійних диференційних рівнянь, кожна з яких у матричному записі [2] може бути подана як

$$\frac{dP}{dt} = A \cdot P,$$

де  $P$  – вектор (стовпець) невідомих функцій  $P_i = P_i(t); i = \overline{1,4}$  для (2) та  $i = \overline{1,5}$  для (1);  $A$  – квадратна матриця коефіцієнтів при  $P_i(t)$ .

Вважаючи за початкові умови

$$P_1(0) = 1; P_2(0) = \dots = P_n(0) = 0 \quad (3)$$

(на момент початку надходження заявок система готова до здійснення обслуговування), рішення системи

$$\frac{dP}{dt} = A \cdot P,$$

відносно  $P_1(t)$  має вигляд [2]:

$$P_1(t) = \sum_{j=1}^n a_j \cdot e^{\lambda_j t}, \quad (4)$$

де  $a_j$  – постійні;  $\lambda_j$  – корені характеристичного рівняння  $\Delta(\lambda) = |\lambda E - A| = 0$  ( $E$  - одинична матриця).

Переходячи до середнього відносного часу готовності системи до обслуговування під час надходження заявок тривалістю  $T_n$ :

$$P_{1\text{ср}} = \frac{1}{T} \int_0^{T_n} P_1(t) dt,$$

або з врахуванням (4)

$$P_{1\text{ср}} = \frac{1}{T} \sum_{j=1}^n \left( \frac{a_j}{\lambda_j} e^{\lambda_j T_n} - \frac{a_j}{\lambda_j} \right),$$

потенційна кількість обслуговування заявок, що надходять за час  $T_n$ , визначається з виразу

$$N_{\text{ср}} = \frac{T_n \cdot P_{1\text{ср}}}{\tau_n^{(s)}},$$

де  $\tau_n^{(s)}$  - цикл роботи системи при обслуговуванні кожної заявки  $S$  комплектуючими у розглядуваній обстановці, а потреба у комплектуючих визначається з виразу

$$N_{\text{потр}} = S \cdot N_{\text{ср}} = \frac{S}{\tau_n^{(s)}} \int_0^{T_n} P_1(t) dt = \frac{S}{\tau_n^{(s)}} \sum_{j=1}^n \left( \frac{a_j}{\lambda_j} e^{\lambda_j T_n} - \frac{a_j}{\lambda_j} \right).$$

Необхідно зазначити, що кількість комплектуючих, яка розрахована з використанням марківської моделі, є екстремальною оцінкою їх потрібної кількості для реалізації потенційних можливостей щодо обслуговування заявок, які надходять до розглядуваної системи [3].

## ЛІТЕРАТУРА

1. Вентцель Е.С. Исследование операций. М.: Сов.радио, – 1972. – 552 с.
2. Сигорский В.П. Математический аппарат инженера. – К.: Техника. – 1975. – 766 с.
3. Новиков О.А., Петухов С.И. Прикладные вопросы теории массового обслуживания. – М.: Сов.радио. – 1969. – 400 с.

Подана до редколегії 24.09.2001