

## СОГЛАСОВАНИЕ ОТСЧЕТНОЙ БАЗЫ ВИРТУАЛЬНО СТАБИЛИЗИРОВАННЫХ ПЛАТФОРМ КОМПЛЕКСИРОВАННЫХ НАВИГАЦИОННЫХ СИСТЕМ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

д.т.н., проф. О.Н. Фоменко, В. Г. Макаренко

Предлагается методика согласования измерений в бесплатформенных инерциальных навигационных системах (БИНС) одного типа на акселерометрах и датчиках угловой скорости (ДУС) с виртуально стабилизированной платформой. Рассматривается работа спутниковой БИНС (СБИНС) при комплексировании инерциальной системы избыточными радиотехническими средствами космической навигации.

Источником информации о текущем положении ЛА являются измерения с помощью различных чувствительных элементов относительно естественных или искусственных полей, которые называются первичными навигационными параметрами. Ими могут быть ускорения или скорость центра масс летательного аппарата (ЛА), и тогда вторичными параметрами будут интегралы по времени от них или производные и интегралы одновременно. В качестве естественных полей могут выступать: гравитационное, магнитное и радиационное поля Земли; поле, создаваемое излучением звезд, поля измеряемых параметров атмосферы. Искусственные навигационные поля создаются многочисленными общедоступными и специальными радиотехническими средствами, такими как наземные радиосистемы ближней, средней и дальней навигации, низкоорбитальные, среднеорбитальные космические навигационные системы и геостационарные спутниковые дополнения.

При получении математических зависимостей для определения навигационных параметров обычно используется большое количество инерциальных и неинерциальных систем координат (являющихся отсчетной базой), связанных между собой в определенной последовательности. Тогда при комплексировании измерителей важной задачей является согласование отсчетной базы для приведения результатов измерений приборами, построенными на разных физических принципах к единой системе координат, в которой задается цель управления и формируется само управление.

Инерциальная навигационная система (ИНС) на основе гиростабилизированной платформы (ГСП), содержит чувствительные элементы, установленные на изолированном от углового движения объекта основании. Физически реализованные платформы обладают рядом недостатков, таких как высокая стоимость, большое время подготовки к работе,

значительное потребление энергии, большой вес и габариты, необходимость термостабилизации. Наиболее перспективной представляется замена ГСП бесплатформенной ИНС, реализующей виртуальную стабилизированную платформу путем решения кинематических уравнений вращательного движения. С виртуальной стабилизированной платформой (ВСП) связана система координат, в которой формулируется задача управления движением ЛА как материальной точкой, движущейся в околоземном пространстве.

ВСП характеризуются следующими преимуществами по сравнению с ГСП: низкая стоимость, высокая оперативная готовность, упрощенная механическая часть системы, отсутствие ограничений на виды траекторий и динамику движения ЛА, возможность повышения точности за счет модернизации программно - математического обеспечения, применения новых алгоритмов оптимальной комплексной обработки измерений, использования методов искусственного интеллекта для анализа нештатных ситуаций и принятия решений по их парированию. В то же время точность работы ВСП ограничивается погрешностями чувствительных элементов, которые находятся в более тяжелых условиях, чем при работе на ГСП. Наибольшее влияние оказывают высокие угловые скорости и угловые вибрации, которые вызывают повышение требований к ДУС на ВСП по сравнению с ГСП.

Основной недостаток БИНС - ухудшение точности определения координат с увеличением времени работы можно ослабить путем использования взаимной коррекции с дополнительными навигационными средствами. Структурная схема БИНС ЛА с различными вариантами коррекции представлена на рис. 1.

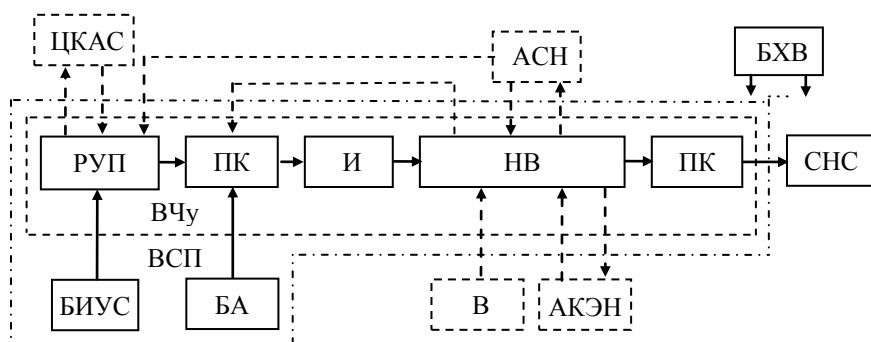


Рис. 1. Структурная схема комплексированной БИНС ЛА

Основу комплексированной БИНС ЛА может составлять ВСП, в составе блока измерителей угловой скорости (БИУС), блока акселерометров (БА) и вычислительного устройства (ВЧу), в котором происходит

решение уравнений Пуассона (РУП) для получения параметров ориентации, преобразование координат (ПК), интегрирование (И) основного навигационного уравнения и другие навигационные вычисления (НВ).

Данные от цифровой камеры астросистемы (ЦКАС), высотомера (В), аппаратуры спутниковой навигации (АСН) или аппаратуры корреляционно - экстремального наведения (АКЭН) могут использоваться для повышения точности навигационных определений или для коррекции матрицы направляющих косинусов. После преобразования в ПК координат к базису, в котором осуществляется управление, параметры движения ЛА выдаются в систему наведения и стабилизации (СНС). Работа всех узлов комплексированной БИНС синхронизируется с помощью бортового хранителя времени (БХВ).

БИНС можно реализовать двумя разными способами. В случае создания виртуальной платформы информация от измерителей угловых скоростей используется для непрерывного вычисления матрицы преобразования или матрицы направляющих косинусов  $\Lambda = |k_{ij}|$  ( $i, j = 1, 2, 3$ ), характеризующей ориентацию осей  $x_{св}, y_{св}, z_{св}$ , жестко связанных с ЛА, относительно инерциальных навигационных осей  $X_{и}, Y_{и}, Z_{и}$ . Если в качестве навигационной системы координат выбрана система связанная с местной вертикалью, то это вращение матрицы можно учесть, введя обратную связь от навигационного вычислителя к преобразователю координат. В блоке преобразования координат проекции негравитационных ускорений на оси  $x_{св}, y_{св}, z_{св}$  пересчитываются в проекции на навигационные оси. Сигналы, получаемые в этом случае, аналогичны показаниям акселерометров, установленных на ГСП. Дальнейшая обработка сигналов зависит от цели управления.

Другой вариант БИНС решает навигационное уравнение в связанной с ЛА системе координат. Он полностью оправдывает термин бесплатформенный, так как не использует стабилизированное основание ни в виде физической ГСП, ни в виде виртуальной (вычисляемой) платформы. В этом случае при решении навигационного уравнения в навигационном вычислителе приходится учитывать члены, характеризующие поворотные и кориолисовы ускорения, так как чувствительные элементы реагируют на движения объекта в инерциальном пространстве. Выходные сигналы о положении ЛА и его скоростях необходимо преобразовывать в навигационную систему координат. Решение навигационного уравнения в связанных осях имеет переменную составляющую, частота которой совпадает с частотой движения ЛА вокруг центра масс и на порядок превышает частоту переменной составляющей движения центра масс относительно инерциальных осей. Следовательно, выбор системы отсчета, в которой будут интегрироваться навигационные уравнения, существенно влияет на объем вычислений и требуемое быстродействие.

Схема БИНС, реализующая ВСП, потребует вычислитель с меньшим быстродействием, а само навигационное уравнение будет иметь более простой вид.

Согласование отсчетной базы можно выполнять в два этапа - согласование отсчетной базы для решения навигационной задачи и согласование отсчетной базы для обеспечения выполнения целевой задачи (задачи управления). Выбор наилучшей совокупности из множества возможных ансамблей систем координат с согласованием отсчета времени определяется противоречивыми требованиями минимизации вычислений, увеличения точности навигации при заданной надежности. Возможен так же векторный подход, инвариантный к различным системам отсчета, но неинвариантный ко времени.

В случае бесплатформенной инерциальной системы в качестве чувствительных элементов выступают акселерометры с минимальной избыточностью, которые измеряют проекции кажущегося ускорения на оси косоугольной связанной системы. Структурная схема алгоритма на основе вычисления матрицы направляющих косинусов представлена на рис. 2. При косоугольном расположении акселерометров, перед переходом к инерциальной системе координат необходимо выполнить ортогонализацию путем умножения на соответствующую матрицу преобразования  $\Xi$  [1]. После ортогонализации измерительного базиса проекции кажущегося ускорения в инерциальной системе координат определяются по формуле

$$[a_{Xн} \ a_{Yн} \ a_{Zн}]^T = \Lambda \cdot [a_x^{cb} \ a_y^{cb} \ a_z^{cb}]^T,$$

где

$$\Lambda = \begin{vmatrix} \kappa_{11} & \kappa_{12} & \kappa_{13} \\ \kappa_{21} & \kappa_{22} & \kappa_{23} \\ \kappa_{31} & \kappa_{32} & \kappa_{33} \end{vmatrix};$$

$$\begin{aligned} \kappa_{11} &= \cos(x_{cb}, X_n), \dots, \kappa_{13} = \cos(z_{cb}, X_n); \\ &\dots \\ \kappa_{31} &= \cos(x_{cb}, Z_n), \dots, \kappa_{33} = \cos(z_{cb}, Z_n). \end{aligned}$$

Формирование матрицы направляющих косинусов выполняется по информации от блока измерителей угловой скорости, который выдает проекции  $\omega_x^{cb}(t)$ ,  $\omega_y^{cb}(t)$ ,  $\omega_z^{cb}(t)$  вектора угловой скорости  $\omega(t)$  на оси  $x^c, y^c, z^c$  связанной системы координат. Кинематические уравнения вращательного движения могут быть записаны с использованием трехпараметрических (углов Эйлера и углов Крылова), четырехпараметрических

ских (кватернионов, квадриплексных чисел Люша и параметров Кейли - Клейна), а так же девятипараметрических (направляющих косинусов) способов определения ориентации. Матрицу  $\Lambda(\mathbf{t})$  направляющих косинусов перехода от связанного к инерциальному базису можно найти с помощью формулы Пуассона [2] :

$$\dot{\Lambda}(\mathbf{t}) = -\Pi(\mathbf{t}) \cdot \Lambda(\mathbf{t}), \quad (1)$$

где  $\Pi(\mathbf{t}) = \begin{vmatrix} \mathbf{0} & -\omega_z^{\text{CB}}(\mathbf{t}) & \omega_y^{\text{CB}}(\mathbf{t}) \\ \omega_z^{\text{CB}}(\mathbf{t}) & \mathbf{0} & -\omega_x^{\text{CB}}(\mathbf{t}) \\ -\omega_y^{\text{CB}}(\mathbf{t}) & \omega_x^{\text{CB}}(\mathbf{t}) & \mathbf{0} \end{vmatrix}$ , матрица, полученная по информа-

ции от датчиков угловой скорости; начальные условия  $\Lambda(\mathbf{t}_0) = \Lambda_0$ .

Таким образом, элементы матрицы  $\Lambda(\mathbf{t})$  направляющих косинусов перехода от связанной к инерциальной системе координат можно найти из решения системы 9 дифференциальных уравнений, задание начальных условий которых представляет собой выставку БИНС. Погрешности определения направляющих косинусов больше всех остальных факторов влияют на результирующую точность ВСП.

Решение матричного дифференциального уравнения (1) в общем виде не существует. Методом последовательных приближений значения матрицы ориентации вычисляются с фиксированным шагом по формуле

$$\tilde{\Lambda}(\mathbf{t}_{i+1}) = \Pi_{i+1} \cdot \tilde{\Lambda}(\mathbf{t}_i), \quad (2)$$

где  $\Pi_{i+1}$  - матрица преобразования, элементы которой являются заданными функциями от  $\omega_x^{\text{CB}}(\mathbf{t})$ ,  $\omega_y^{\text{CB}}(\mathbf{t})$ ,  $\omega_z^{\text{CB}}(\mathbf{t})$ ;  $\mathbf{t}_{i+1} = \mathbf{t}_i + \mathbf{h}$  ( $\mathbf{i} = 0, 1, 2, \dots, \mathbf{n}$ );  $\mathbf{h}$  - шаг интегрирования.

Ошибки вычисления матрицы направляющих косинусов при выбранном методе численного интегрирования можно понизить, уменьшая шаг интегрирования (без учета ошибок округления). Однако, это приведет к увеличению объема вычислений и, следовательно, к повышению требований к быстродействию бортового информационно - вычислительного комплекса при вычислении направляющих косинусов в реальном времени.

Из (2) следует, что вычисленное значение матрицы направляющих косинусов в момент  $\mathbf{t}_n$  будет

$$\tilde{\Lambda}(\mathbf{t}_n) = \Pi_n \cdot \Pi_{n-1} \cdot \dots \cdot \Pi_2 \cdot \Pi_1 \cdot \Lambda(\mathbf{t}_0).$$

Точное решение уравнения (1) можно записать с помощью матрицанта [3]:

$$\Lambda(t_i) = [E - \int_{t_i}^{t_{i+1}} \Pi \cdot dt + \int_{t_i}^{t_{i+1}} \Pi \int_{t_i}^t \Pi \cdot d\tau \cdot dt - \dots] \cdot \Lambda(t_0).$$

Обозначив выражение в квадратных скобках через  $\Pi_{i+1}$ , запишем точное значение матрицы  $\Lambda(t_i)$  следующим образом:

$$\tilde{\Lambda}(t_n) = \Pi_n \cdot \Pi_{n-1} \cdot \dots \cdot \Pi_2 \cdot \Pi_1 \cdot \Lambda(t_0).$$

Тогда погрешность вычисления матрицы преобразования на  $i$ -м шаге равна

$$\Delta_i = \tilde{\Pi}_i - \Pi_i, \quad (3)$$

Разлагая (3) в ряд Тейлора с точностью до  $O(h^{k+1})$ , получим

$$\Delta_i = \frac{h^k}{k!} \cdot \left. \frac{d^k \Delta}{dt^k} \right|_{t_{i-1}},$$

где  $k$  - такое целое положительное число, что для любого  $s < k$  величина  $d^s \Delta / dt^s$  в точке  $t_{i-1}$  равна нулю.

После преобразований получим

$$\Delta \Lambda(t) = \frac{h^{k-1}}{k!} \cdot \Lambda(t) \cdot \int_{t_0}^t \Lambda^T(t) \cdot \frac{d^k \Delta}{dt^k} \cdot \Lambda(t) dt + O(h^k). \quad (4)$$

Формула (4) дает возможность при выбранном методе численного интегрирования (1) проследить характер изменения погрешностей вычисления направляющих косинусов и принимать решение о необходимости ее коррекции. После определения матрицы направляющих косинусов и пересчета измеренных составляющих вектора кажущегося ускорения в инерциальную систему координат проекции ускорения ЛА на инерциальные оси находят из соотношений:

$$a_{X_n}(t) = \dot{w}_{X_n}(t) + g_{X_n}(R);$$

$$a_{Y_n}(t) = \dot{w}_{Y_n}(t) + g_{Y_n}(R);$$

$$a_{Z_n}(t) = \dot{w}_{Z_n}(t) + g_{Z_n}(R),$$

где  $X_n, Y_n, Z_n$  - координаты местоположения ЛА относительно инерциальной системы координат  $X_n Y_n Z_n$ ;  $g_{X_n}, g_{Y_n}, g_{Z_n}$  - проекции вектора  $\bar{g}$  на оси  $X_n Y_n Z_n$ . Декартовы координаты  $X_n Y_n Z_n$  связаны с гео-

центрическими сферическими известными соотношениями:

$$\mathbf{R} = \sqrt{X_{\text{н}}^2 + Y_{\text{н}}^2 + Z_{\text{н}}^2}; \quad \varphi = \arctg \frac{Z_{\text{н}}}{\sqrt{X_{\text{н}} + Y_{\text{н}}}}; \quad \lambda = \arctg \frac{Y_{\text{н}}}{X_{\text{н}}} [-\pi, \pi] - S_{\text{ГР}},$$

где  $S_{\text{ГР}}$  - гринвичское звездное время в радианах.

На основании известных координат  $\mathbf{R}$ ,  $\varphi$ ,  $\lambda$  и  $X_{\text{н}}$ ,  $Y_{\text{н}}$ ,  $Z_{\text{н}}$  можно вычислить проекции  $\mathbf{g}_{X_{\text{н}}}$ ,  $\mathbf{g}_{Y_{\text{н}}}$ ,  $\mathbf{g}_{Z_{\text{н}}}$  вектора  $\bar{\mathbf{g}}$ . Составляющие вектора гравитационного ускорения с высокой точностью известны относительно эллипсоида Ф. Н. Красовского (системы координат 1942 г. (СК-42)). При использовании спутниковой навигации необходимо учитывать отличие параметров земли ПЗ-90 (для спутниковой системы ГЛОНАСС) и WGS-84 (для системы GPS) от эллипсоида Ф. Н. Красовского. Для пересчета координат из одной системы в другую необходимо знать линейные элементы смещения начала второй системы координат относительно первой ( $\Delta X_0, \Delta Y_0, \Delta Z_0$ ).

В общем виде преобразование координат осуществляется по формуле

$$\begin{pmatrix} X_{\text{R}} \\ Y_{\text{R}} \\ Z_{\text{R}} \end{pmatrix} = (\mathbf{1} + \mathbf{dm}) \cdot \begin{pmatrix} 1 & \omega_z & -\omega_y \\ -\omega_z & 1 & \omega_x \\ \omega_y & -\omega_x & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} A_{\text{R}} \\ B_{\text{R}} \\ C_{\text{R}} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \Delta X_0 \\ \Delta Y_0 \\ \Delta Z_0 \end{pmatrix},$$

где  $\omega_x, \omega_y, \omega_z$  - угловые элементы вращения осей второй системы для обеспечения их параллельности с осями первой системы, выраженные в радианах, масштабный коэффициент  $\mathbf{dm}$  характеризует различие линейных масштабов двух систем координат.

Навигационная информация спутникового канала формируется на трассе распространения сигнала. Информация о дальности от ЛА до навигационного космического аппарата (НКА) содержится во временной задержке принятого сигнала относительно излученного (его модели формируемой опорным генератором), а информация об относительной скорости ЛА - в доплеровском смещении частоты принимаемого сигнала. Схема навигационных определений ИНС на основе ВСП, комплексированной избыточными средствами спутниковой навигации показана на рис. 2, где изображено: ПНКА - передатчик навигационного космического аппарата; ТРС - трасса распространения радиосигнала; ПА - приемная антенна; ПУ - приемное устройство; БХВ - бортовой хранитель времени; БА - блок акселерометров; О - ортогонализация; ПК - преобразователь координат; БИУС - блок измерителей угловой скорости; РУП - решение уравнений Пуассона; УС - устройство сравнения; АКИИ - алгоритмы

контроля с помощью искусственного интеллекта; СНС - система наведения и стабилизации.

После определения первичных навигационных параметров данные от каждого канала приемного устройства объединяются в вычислителе для получения координат в требуемых системах отсчета.

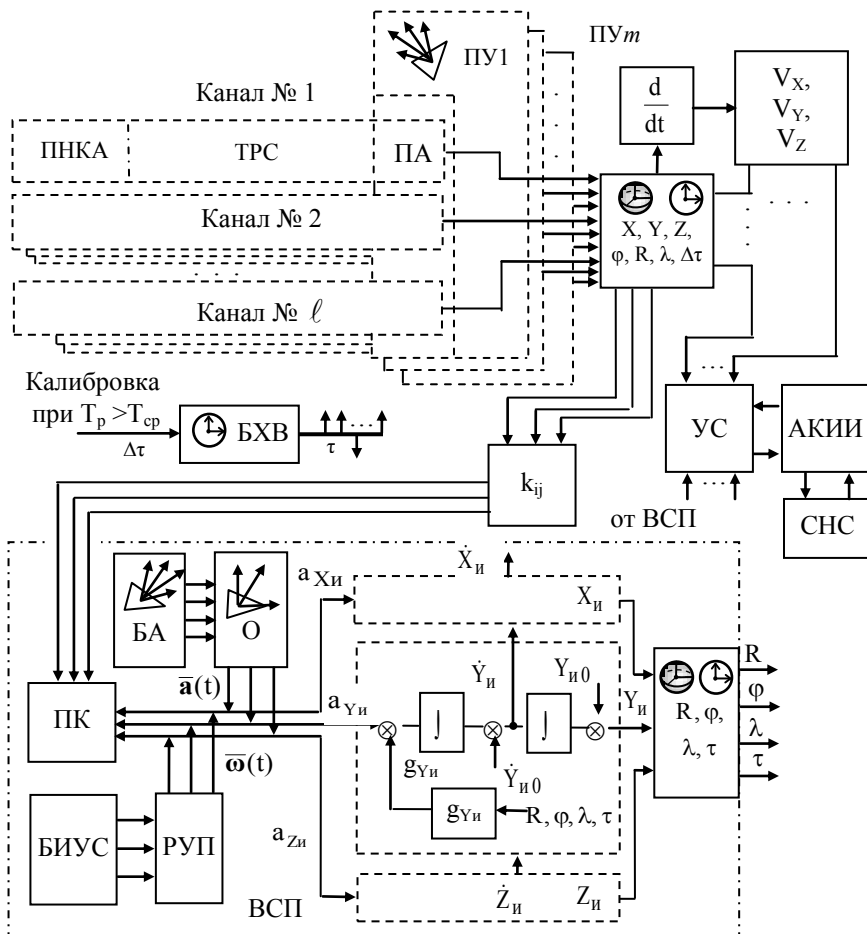


Рис. 2. Схема навигационных определений ИНС на основе ВСП, комплексированной избыточными средствами спутниковой навигации

Измерения ИНС и АСН основаны на разных принципах. В спутниковой навигации первоначально определяются координаты. Путем дифференцирования возможно получение скоростей и ускорений. В БИНС для получения координатных параметров используются операции интегрирования и ошибки с течением времени накапливаются. Однако на малом интервале времени



измерения инерциальные приборы вызывают большее доверие и могут использоваться для инвариантного контроля спутниковой навигации [1].

С этой точки зрения возможно измерительные устройства разделять на приборы интегрирующего типа и измерители дифференцирующего типа.

Применяемые в геодезии режимы разностно - фазовых измерений характеризуются более высокой точностью навигационных определений. Однако, пока еще, для их реализации необходим интервал накопления измерений от нескольких минут до двух суток. График увеличения точностных характеристик средств спутниковой навигации (ССН) в зависимости от времени непрерывной работы представлен на рис. 3. На рис. 4 показано влияние дрейфа лазерных гироскопов БИНС на ошибку определения положения неподвижного объекта [4]. Различный характер изменения ошибок инерциальных и радиотехнических систем целесообразно использовать при комплексировании.

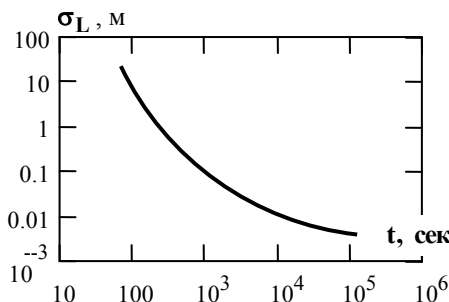


Рис. 3. Точностные характеристики АСН

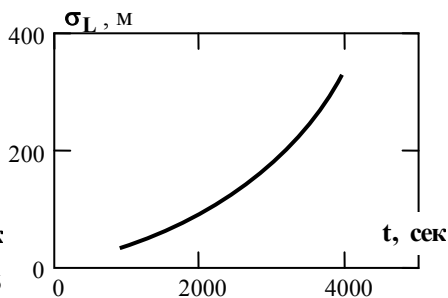


Рис. 4. Влияние дрейфа гироскопов БИНС

Так как навигационные измерения используются, в конечном счете, для управления ЛА, то необходимо ввести критерий оценки качества согласования отсчетной базы и требуемой точности ВСП. Если целью управления является минимизация отклонения  $\Delta L$  точки падения по дальности полета  $L$ , дающее наибольший вклад в рассеивание по дальности [5], то можно показать, что при разложении в ряд Тейлора функции  $\Delta L$  по параметрам движения вектора скорости  $V$ , радиус - вектора центра масс  $r$  и угла наклона вектора скорости  $\Theta$  к местному горизонту с учетом только одного квадратичного члена, получим

$$\Delta L = \frac{\partial L}{\partial V} \cdot \Delta V + \frac{\partial L}{\partial r} \cdot \Delta r + \frac{\partial L}{\partial \Theta} \cdot \Delta \Theta + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 L}{\partial \Theta^2} \cdot \Delta \Theta^2,$$

где  $\Delta V$ ,  $\Delta r$ ,  $\Delta \Theta$  - отклонения соответственно текущих скорости, радиус вектора и угла наклона траектории, обусловленные инструментальными погрешностями измеряемых и вычисляемых величин, а

$\frac{\partial L}{\partial V}, \frac{\partial L}{\partial r}, \frac{\partial L}{\partial \Theta}, \frac{\partial^2 L}{\partial \Theta^2}$  - баллистические производные в момент выключения двигателя. При полете на максимальную дальность по оптимальной траектории это выражение упрощается, так как  $\left( \frac{\partial L}{\partial \Theta} = 0 \right)$ .

Тогда критерий оценки промаха в виде среднеквадратичного отклонения  $\sigma$  имеет вид

$$\sigma = \sqrt{\mathbf{M} \left[ \Delta L^2 + \Delta B^2 \right]},$$

где  $\mathbf{M}$  – математическое ожидание,  $\Delta B$  - ошибка в боковом направлении. Данный критерий может быть использован для обоснования требуемой точности навигационного комплекса ЛА и качества согласования отсчетной базы ВСП.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Фоменко О. Н., Макаренко В. Г. Инвариантный контроль, диагностика и коррекция комплексированных навигационных систем летательных аппаратов // Системи обробки інформації. – Харків : НАНУ, ПАНМ, ХВУ. – 2001. – Вип. 4(14). – С. 188 - 199.
2. Бабич О. А. Обработка информации в навигационных комплексах. – М.: Машиностроение, 1991. – 512 с.
3. Баданский Е. Д., Фурман В. Д. О погрешностях численного интегрирования уравнений Пуассона // Космические исследования. – 1970. – №6. – С. 944 - 948.
4. Инерциальные навигационные системы морских объектов / Под ред. Д. П. Лукьянова – Л.: Судостроение, 1989. – 184 с.
5. Апазов Р. М., Лавров С. С., Мишин В. П. Баллистика управляемых ракет дальнего действия. – М.: Машиностроение, 1965. – 266 с.

*Поступила в редколлегию 10.09.2001*