УДК 681.3:518.5

ПРЕОБРАЗОВАНИЯ СХЕМНОЙ МОДЕЛИ И ИТЕРАЦИОННЫЙ АЛГОРИТМ АНАЛИЗА ТРУБОПРОВОДНОЙ СЕТИ

к.т.н. Н.Н. Бондина, к.т.н. Ю.М. Мешенгиссер, к.т.н. Ю.Г. Марченко
(представил д.т.н., проф. В.В. Рудаков)

Предложен итерационный алгоритм решения системы нелинейных алгебраических уравнений, описывающей распределение расходов в трубопроводной сети. Условие сходимости алгоритма выражено через параметры схемы замещения сети.

Модулем обширного класса систем аэрации воды является трубопроводная сеть, представляющая собой последовательное соединение входного участка и основной магистрали, вдоль которой с произвольным шагом посредством тройников присоединены аэраторы. Боковые ответвления тройников, последовательно соединённые с соответствующими аэраторами, образуют поперечные участки основной магистрали, а её отрезки между поперечными участками с последовательно соединёнными прямыми проходами тройников – продольные участки. Число аэраторов **n** может достигать сотен. Общий расход сети **Q** и число **n** определяются обычно конкретными условиями аэрации. Известны также расходно - напорные характеристики отдельных элементов и давление на концах поперечных участков со стороны аэраторов, которое является одинаковым. При проектировании модулей необходимо найти давление в начале магистрали, распределение общего расхода, а также подобрать такие элементы (трубы, тройники, аэраторы и т.п.), которые обеспечили бы достаточно равномерное распределение воздуха по поперечным участкам сети (аэраторам) и, следовательно, эффективную аэрацию воды [1]. В связи с описанной технической задачей возникает необходимость в анализе трубопроводной сети.

В последние полтора десятилетия получили развитие декомпозиционные методы моделирования на ЭВМ распределительных систем практически любой сложности и различного назначения [2,3]. Моделирование древовидной структуры типа «гребёнка», к которой можно отнести и рассматриваемую в данной статье сеть, является одной из важных подзадач этих методов. Анализ «гребёнки», описанный в [3], базируется на том, что известны давление и расход в её начале, а также различные давления на концах поперечных участков. При этом расходы на участках находятся последовательно от начала «гребёнки» к её концу, а расчет расхода на каждом участке (в боковом ответвлении) требует итерационного решения соответствующего уравнения. В рассматриваемой задаче давление в начале сети неизвестно и подлежит определению, поэтому итерационный алгоритм анализа сети построен на преобразованиях её схемной модели.

Схемная модель трубопроводной сети. В основе дальнейшего анализа лежат допущения о несжимаемости воздуха и неизменности его плотности в трубопроводной сети, которые позволяют использовать методы гидравлических расчётов трубопроводов для несжимаемых жидкостей [4]. Схема замещения исследуемой трубопроводной сети показана на рис. 1. Эта схема подобна электрической цепи постоянного тока с сосредоточенными параметрами [5], но, в отличие от последней, состоит из гидравлических сопротивлений. Приняты следующие обозначения: $\mathbf{S_0}$ - гидравлическое сопротивление входного участка сети; $\mathbf{S_{Гk}}$ - гидравлическое сопротивление участка основной магистрали перед **k** - м тройником; $\mathbf{S'_{Тk}}$, $\mathbf{S''_{Тk}}$ - гидравлические сопротивления соответственно прямого прохода и бокового ответвления **k** - го тройника [6]; $\mathbf{S_{ak}}$ - гидравлическое сопротивление **k** - го аэратора.

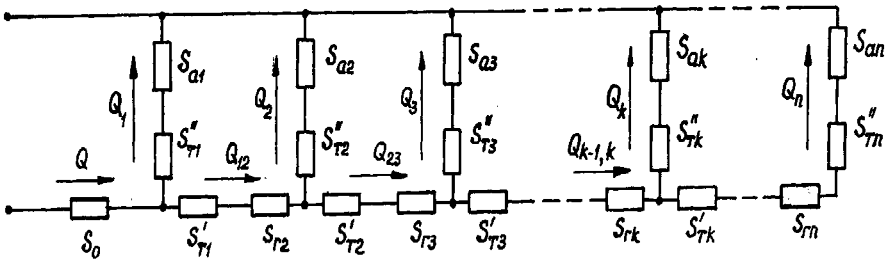

Рис. 1. Схема замещения исследуемой трубопроводной сети

По схеме замещения, представленной на рис. 1, с помощью первого и второго гидравлического свойства сети, которые аналогичны соответствующим законам Кирхгофа в электрических цепях с сосредоточенными параметрами [5 - 7], обычно составляют систему нелинейных алгебраических уравнений для неизвестных расходов на поперечных участках сети $\mathbf{Q_k}$, $\mathbf{k=\overline{1..n}}$. Нелинейность уравнений обусловлена тем, что для любого **i**-го участка сети с гидравлическим сопротивлением $\mathbf{S_i}$ справедливо такое соотношение между потерями напора $\mathbf{h_i}$ и расходом $\mathbf{Q_i}$ [4, 6]:

$$\mathbf{h_i = S_i Q_i^{\beta_i}} \,. \qquad (1)$$

Показатель степени $\boldsymbol{\beta_i}$ в формуле (1) на различных участках сети принимает различные значения. Заметим, что величина $\mathbf{S_i}$, как правило, зависит от расхода $\mathbf{Q_i}$, поэтому фактически зависимость (1) имеет более сложный характер. Свернём схему в эквивалентное гидравлическое сопротивление. Нелинейный характер зависимости (1) затрудняет выполнение этой процедуры, поэтому введём приведенные гидравлические сопротивления

$$\mathbf{R_i = S_i Q_i^{\beta_i - 1}}. \tag{2}$$

Зависимость (1) при этом становится условно линейной. После замены гидравлических сопротивлений приведенными гидравлическими сопротивлениями получаем схемную модель сети, которая внешне не отличается от схемы замещения на рис. 1. Однако, если предположить, что значения $\mathbf{R_i}$ известны, то схемная модель, в отличие от схемы замещения, свёртывается в эквивалентное приведенное гидравлическое сопротивление.

Итерационный алгоритм. Система алгебраических уравнений для расходов на продольных участках трубопроводной сети имеет вид:

$$\mathbf{\frac{R_1 + R_{1,2}}{R_1} Q_{1,2} = Q}\,; \tag{3}$$

$$\mathbf{Q_{k-1,k} - \frac{R_k + R_{k,k+1}}{R_k} Q_{k,k+1} = 0}\,, \quad \mathbf{k = \overline{2, n-1}}\,. \tag{4}$$

Величины $\mathbf{R_k}$, $\mathbf{R_{k,k+1}}$ определяются через приведенные гидравлические сопротивления элементов сети.

Систему уравнений (3), (4) представляем в матричной форме

$$\mathbf{A\overline{Q} = \bar{c}}\,, \tag{5}$$

где $\mathbf{A}$ - двухдиагональная матрица, состоящая из главной диагонали и соседней с ней нижней диагонали; $\mathbf{\overline{Q}}$ - вектор - столбец неизвестных расходов на продольных участках сети; $\mathbf{\bar{c}}$ - вектор - столбец правых частей, у которого первый элемент равен $\mathbf{Q}$, а остальные – нулю. Итерационный процесс представлен соотношением

$$\mathbf{\overline{Q}^{(m+1)} = B^{(m)}\overline{Q}^{(m)} + \overline{c_1}}\,, \quad \mathbf{m = 0,1,2,\ldots,s}\,, \tag{6}$$

где $\mathbf{B^{(m)}}$ - квадратная матрица с одной ненулевой диагональю, нижней по отношению к главной диагонали; $\mathbf{\overline{c_1}}$ - вектор - столбец, у которого первый элемент равен $\dfrac{R_1}{R_1 + R_{1,2}} Q$, а остальные – нулю. Элементы матрицы $B^{(m)}$ равны

$$b_{ik}^{(m)} = \frac{R_k^{(m)}}{R_k^{(m)} + R_{k,k+1}^{(m)}}, \quad i = \overline{2, n-1}, \quad k = i - 1. \tag{7}$$

Используя формулу (7), можно показать, что $\max\limits_{k} |b_{ik}| < 1$ и, следовательно, предложенный алгоритм сходится при любом начальном приближении.

ЛИТЕРАТУРА

1. Мешенгиссер Ю.М., Галич Р.А., Щетинин А.В., Марченко Ю.Г. Особенности расчета системы аэрации «Экополимер» // Сб. докл. межд. конгресса «Экология, технология, экономика водоснабжения и канализации» – Харьков: Укр. гос. НИИ прогрессивных технологий в комун. хоз-ве. – 1997. – С. 75 - 76.
2. Пухов Г.Е. Декомпозиционные методы уравновешивания нелинейных сетевых систем // Электронное моделирование. – 1984. – №2. – С. 3 - 12.
3. Моделирование газовых и жидкостных распределительных систем / Кондращенко И.Я., Винничук С.Д., Фёдоров М.Ю. – К.: Наук. думка, 1990. – 184 с.
4. Альтшуль А.Д., Животовский Л.С., Иванов Л.П. Гидравлика и аэродинамика. – М.: Стройиздат, 1987. – 414 с.
5. Нейман Л.Р., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники: Т.1. – Л.: Энергоиздат, 1981. – 536 с.
6. Справочник по гидравлике / Под ред. В.А. Большакова. – К.: Выща школа, 1984. – 343 с.
7. Меренков А.П., Сидлер В.Г., Такайшвили М.К. Обобщение электрических методов на гидравлические цепи // Электронное моделирование. – 1982. – №2. – С. 3 - 11.

Поступила в редколлегию 05.10.2001