

МЕТОД ПОЛУЧЕНИЯ ОПТИМАЛЬНЫХ УПРАВЛЕНИЙ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ УСТАНОВКОЙ

проф. Ю.Н. Колыбин, А.В. Риттер, А.В. Шендрик
(представил д.т.н., проф. Л.В. Дербунович)

Существующие системы управления мощных энергоустановок не полностью соответствуют современным требованиям по экономичности и экологичности. Проблеме улучшения топливно-экономических показателей и уменьшению загрязнения окружающей среды посвящена данная разработка.

Исходная модель энергетической установки типа стационарный дизель-генератор описывается следующими уравнениями движения коленчатого вала дизеля и ротора турбокомпрессора при внезапном набросе нагрузки на дизель:

$$\begin{aligned} I_{\text{Д}} \frac{d\Omega}{dt} &= M_i - M_{\text{п}} - M_{\text{Н}}; \\ I_{\text{ТК}} \frac{d\Omega_{\text{К}}}{dt} &= M_{\text{Т}} - M_{\text{К}}. \end{aligned} \quad (1)$$

Правые части дифференциальных уравнений (1) определяются следующим образом:

$$\begin{aligned} V_{\text{ч}} &= V_{\text{ч}}(h, \theta, \Omega); & \frac{V_{\text{ч}}}{n} &= V(h, \theta); \\ \alpha &= K_1 Q / V_{\text{ч}} / n; & T &= T(\alpha); \\ M_{\text{Т}} &= M_{\text{Т}}(Q * T); & M_{\text{К}} &= M_{\text{К}}(Q, \Omega_{\text{К}}); \\ M_{\text{Н}} &= \text{const}; & \eta_i &= \eta(\alpha, \Omega); \\ M_i &= K_2 \eta_i V_{\text{ч}} / n; & M_{\text{МП}} &= M(\Omega, M_{\text{К}}), \end{aligned} \quad (2)$$

где $V_{\text{ч}}$ – часовой расход топлива (кг/час);

n, Ω – скорость вращения коленвала дизеля, соответственно в (об/мин) и (рад/с);

$\Omega_{\text{К}}$ – скорость вращения турбины (рад/с);

α – коэффициент избытка воздуха;

$M_{\text{Т}}, M_{\text{К}}$ – соответственно моменты турбины и компрессора (н.м.);

M_i – индикаторный момент дизеля (н.м.);

I_D, I_{TK} – удельные моменты соответственно дизеля и турбокомпрессора (н.м.);

$M_{МП}$ – момент механических потерь (н.м.);

M_H, M_{HH} – момент нагрузки и момент нагрузки номинальный;

η_i – индикаторный КПД дизеля;

T – температура газов перед турбиной (градусы Кельвина);

K_1, K_2 – постоянные величины;

h – ход рейки подачи топлива (мм.);

Q – дополнительный воздух (кг/с);

θ – угол впрыска топлива в цилиндры дизель - генератора (рад).

После преобразования системы уравнений (1) с использованием зависимостей (2) получим следующую систему уравнений:

$$\frac{d\Omega}{dt} = F_1(\Omega, \Omega_K, h, Q, \theta, M_H) = b_1 + b_2 h^2 Q \theta^2 + b_3 h^2 \theta^2 + b_4 h^2 Q \theta + b_5 h^2 \theta + b_6 h^2 + b_7 h^2 Q + b_8 h Q \theta + b_9 h Q + b_{10} h \theta + b_{11} h + b_{12} Q ; \quad (3)$$

$$\frac{d\Omega_K}{dt} = F_2(\Omega, \Omega_K, h, Q, \theta) = b_{13} + b_{14} h Q^2 \theta + b_{15} h Q \theta + b_{16} h \theta + b_{17} h Q^2 + b_{18} h Q + b_{19} h + b_{20} Q^2 + b_{21} Q,$$

где $b_i = b(\Omega, \Omega_K), i = \overline{1, 21}$.

Так как уравнения движения объекта требуют форму записи вида (1), то в выражениях F_1, F_2 , соответственно учтены I_D, I_{TK} .

Применим принцип Максимума Понтрягина к данной модели с целью получения оптимальных управлений h, Q, θ .

Для этого выберем критерий качества вида

$$I = \int_{t_0}^{t_K} (1 + K_3 h + K_4 (\Omega_H - \Omega)^2) dt, \quad (4)$$

где K_3, K_4 – весовые коэффициенты, указывающие влияние на составляющие подынтегрального выражения и тем самым влияющие на качество переходного процесса; Ω_H – номинальное значение Ω .

Данный вид I учитывает основные требования к качеству переходного процесса – минимальные провалы оборотов, время переходного процесса и расход топлива.

Гамильтониан системы при оптимальных управлениях имеет вид

$$H = P_0 F_0(\Omega, h) + P_1 F_1(\Omega, \Omega_K, h, \theta, Q, M_H) + P_2 F_2(\Omega, \Omega_K, h, \theta, Q) = 0, \quad (5)$$

где $F_0(\Omega, \mathbf{h})$ – подынтегральная функция критерия качества (4);

$F_1(\Omega, \Omega_K, \mathbf{h}, Q, \theta, M_H)$ – правая часть первого дифференциального уравнения из системы (1), которая была получена последовательными преобразованиями M_i , M_n в выражения, в которых присутствуют только фазовые переменные и управления, с помощью зависимостей (2) при $M_H = \text{const}$;

$F_2(\Omega, \Omega_K, \mathbf{h}, Q, \theta)$ – правая часть второго дифференциального уравнения из системы (1), полученная вышеуказанным способом.

Тогда гамильтониан путем последовательных преобразований системы уравнений (3) и (5) можно привести к нужному для нас виду

$$\begin{aligned} H(\Omega, \Omega_K, \mathbf{h}, Q, \theta, M_H) = & P_0(1 + K_3 h + K_4(\Omega_H - \Omega)^2) + \\ & + P_1(b_1 + b_2 h^2 Q \theta^2 + b_3 h^2 \theta^2 + b_4 h^2 Q \theta + b_5 h^2 \theta + b_6 h^2 + b_7 h^2 Q + \\ & + b_8 h Q \theta + b_9 h Q + b_{10} h \theta + b_{11} h + b_{12} Q) + \\ & + P_2(b_{13} + b_{14} h Q^2 \theta + b_{15} h Q \theta + b_{16} h \theta + b_{17} h Q^2 + b_{18} h Q + b_{19} h + \\ & + b_{20} Q^2 + b_{21} Q) = 0 \text{ при } t_0 \leq t \leq t_K. \end{aligned} \quad (6)$$

Согласно принципу максимума Понтрягина и, учитывая, что частные производные от гамильтониана системы по управлениям должны быть равны нулю, а уравнений для исключения неизвестных сопряженных переменными P_0, P_1, P_2 должно быть минимум три, так как $P_0 = -1$, то за систему уравнений, с помощью которой можно определить оптимальные траектории управления, принимаем следующие соотношения:

$$\begin{aligned} H(\Omega, \Omega_K, \mathbf{h}, Q, \theta, M_H) &= 0; \\ F_3(\Omega, \Omega_K, \mathbf{h}, \theta, Q) &= 0; \\ F_4(\Omega, \Omega_K, \mathbf{h}, \theta, Q) &= 0; \\ F_5(\Omega, \Omega_K, \mathbf{h}, \theta, Q) &= 0, \end{aligned} \quad (7)$$

где

$$\begin{aligned} \frac{\partial H}{\partial \mathbf{h}} &= F_3(\Omega, \Omega_K, \mathbf{h}, \theta, Q) = 0; \\ \frac{\partial H}{\partial Q} &= F_4(\Omega, \Omega_K, \mathbf{h}, \theta, Q) = 0; \\ \frac{\partial H}{\partial \theta} &= F_5(\Omega, \Omega_K, \mathbf{h}, \theta, Q) = 0. \end{aligned}$$

Запишем уравнения (7) в следующем виде:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{H} &= \mathbf{P}_1 \mathbf{F}_1 + \mathbf{P}_2 \mathbf{F}_2 + \mathbf{P}_0 \mathbf{F}_0 = \mathbf{0}; \\
 \mathbf{P}_1 \frac{\partial \mathbf{F}_1}{\partial \mathbf{h}} + \mathbf{P}_2 \frac{\partial \mathbf{F}_2}{\partial \mathbf{h}} + \mathbf{P}_0 \frac{\partial \mathbf{F}_0}{\partial \mathbf{h}} &= \mathbf{0}; \\
 \mathbf{P}_1 \frac{\partial \mathbf{F}_1}{\partial \mathbf{Q}} + \mathbf{P}_2 \frac{\partial \mathbf{F}_2}{\partial \mathbf{Q}} + \mathbf{P}_0 \frac{\partial \mathbf{F}_0}{\partial \mathbf{Q}} &= \mathbf{0}; \\
 \mathbf{P}_1 \frac{\partial \mathbf{F}_1}{\partial \theta} + \mathbf{P}_2 \frac{\partial \mathbf{F}_2}{\partial \theta} + \mathbf{P}_0 \frac{\partial \mathbf{F}_0}{\partial \theta} &= \mathbf{0}.
 \end{aligned} \tag{8}$$

Исключая сопряженные переменные $\mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2$ при $\mathbf{P}_0 = -1$ из (8) последовательной подстановкой, получаем функцию

$$\mathbf{F}_6 = \mathbf{F}(\Omega, \Omega_K, \mathbf{h}, \mathbf{Q}, \theta),$$

значения которой равны нулю при оптимальных значениях \mathbf{h} , \mathbf{Q} и θ . Следовательно, для объекта, работающего на холстом ходу ($\mathbf{M}_H = \mathbf{0}$), при набросе нагрузки ($\mathbf{M}_H \neq \mathbf{0}$) решая непрерывно уравнение \mathbf{F}_6 на предмет его равенства нулю, получаем текущие значения \mathbf{h} , \mathbf{Q} и θ , которые являются оптимальными управлениями и могут изменяться в пределах:

$$0 \leq \mathbf{h} \leq 21 \text{ мм}; \quad 0 \leq \mathbf{Q}_d \leq 7 \text{ кг/ч}; \quad 0.345 \leq \theta \leq 0.381 \text{ рад.}$$

Полученные таким образом $\mathbf{h} = \mathbf{h}(t, \mathbf{M}_H)$, $\mathbf{Q} = \mathbf{Q}(t, \mathbf{M}_H)$, $\theta = \theta(t, \mathbf{M}_H)$ представляют собой семейство функций двух переменных, реализация которых с помощью микропроцессорной техники не представляет значительных трудностей. Входными воздействиями на вычислительную систему являются $\Omega(t)$, $\Omega_K(t)$, \mathbf{M}_H , а выходными - $\mathbf{h}(t)$, $\mathbf{Q}(t)$, $\theta(t)$. Поскольку решениями функции \mathbf{F}_6 являются несколько траекторий, так как принцип максимума является необходимым условием оптимального управления, то поиск следует производить по минимальному значению критерия качества (4) на интервале $t_0 \leq t \leq t_K$.

Составлена модель, реализующая:

- уравнения движения объекта;
- механизм получения оптимальных управлений в заданные моменты времени из уравнения $\mathbf{F}_6 = \mathbf{F}(\Omega, \Omega_K, \mathbf{h}, \mathbf{Q}, \theta)$.

Модель составлена в виде программы на языке Паскаль. Программа была испытана для широкого диапазона нагрузки

$$0.5\mathbf{M}_H \leq \mathbf{M}_H \leq 0.75\mathbf{M}_H.$$

Программа показала свою достаточно достоверную работоспособность.

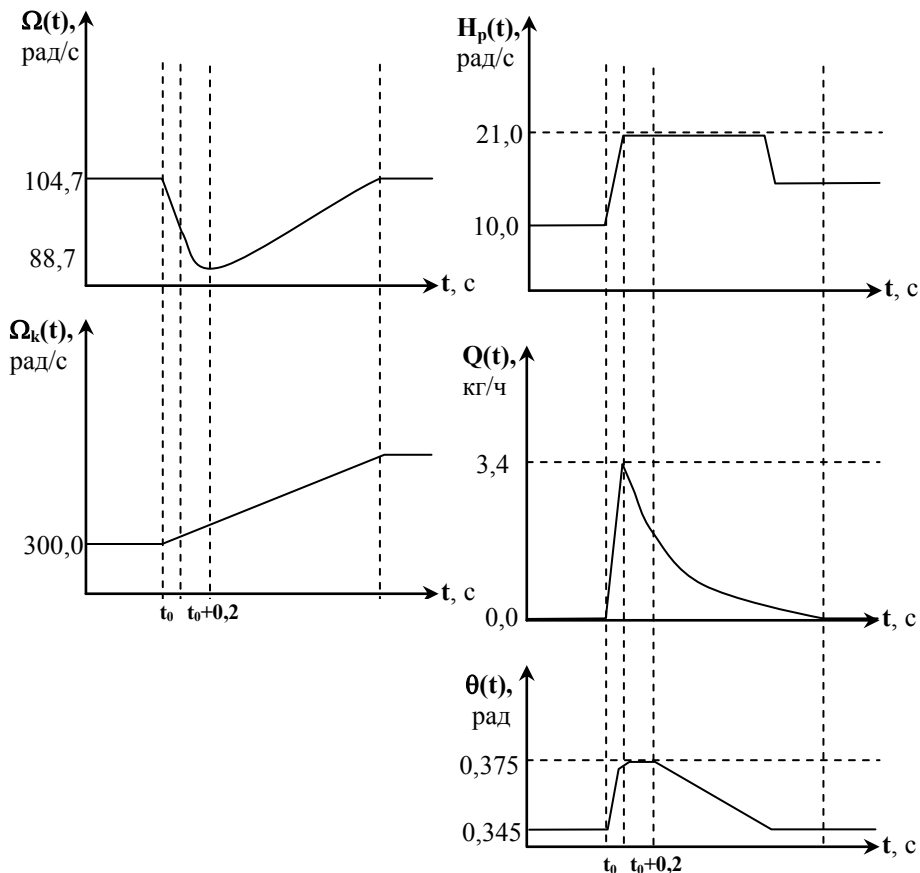


Рис. 1. Результаты проверки программы при $M_K = 0.75M_H$

На рис.1. приведены результаты вида – $\Omega(t)$, $\Omega_k(t)$, $h(t)$, $Q(t)$, $\theta(t)$ при $M_K = 0.75M_H$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Габасов Р., Кирилова Ф. М. Принцип максимума в теории оптимального управления. – М.: Наука и техника, 1974. – 272 с.
2. Получение законов управления стационарным дизелем с помощью принципа максимума. / Ю. Н. Колыбин, А. Н. Борисенко, В. Н. Соболев // Двигатели внутреннего сгорания. – Харьков. – 1985. – Вып. 42. – С. 92 - 95.

Поступила в редколлегию 15.10.2001