УДК 621.313.322:621.346-55:681.515

МЕТОД ПОЛУЧЕНИЯ ОПТИМАЛЬНЫХ УПРАВЛЕНИЙ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ УСТАНОВКОЙ

проф. Ю.Н. Колыбин, А.В. Риттер, А.В. Шендрик
(представил д.т.н., проф. Л.В. Дербунович)

Существующие системы управления мощных энергоустановок не полностью соответствуют современным требованиям по экономичности и экологичности. Проблеме улучшения топливно-экономических показателей и уменьшению загрязнения окружающей среды посвящена данная разработка.

Исходная модель энергетической установки типа стационарный дизель-генератор описывается следующими уравнениями движения коленчатого вала дизеля и ротора турбокомпрессора при внезапном набросе нагрузки на дизель:

$$\begin{aligned} \mathbf{I}_{Д}\frac{d\Omega}{dt} &= \mathbf{M}_i - \mathbf{M}_п - \mathbf{M}_H; \\ \mathbf{I}_{ТК}\frac{d\Omega_K}{dt} &= \mathbf{M}_T - \mathbf{M}_K. \end{aligned} \tag{1}$$

Правые части дифференциальных уравнений (1) определяются следующим образом:

$$\begin{aligned} &\mathbf{B}_Ч = \mathbf{B}_Ч(h,\theta,\Omega); && \frac{\mathbf{B}_Ч}{n} = B(h,\theta); \\ &\alpha = K_1 Q / \mathbf{B}_Ч / n; && T = T(\alpha); \\ &\mathbf{M}_T = \mathbf{M}_T(Q * T); && \mathbf{M}_K = \mathbf{M}_K(Q,\Omega_K); \\ &\mathbf{M}_H = \mathrm{const}; && \eta_i = \eta(\alpha,\Omega); \\ &\mathbf{M}_i = K_2\eta_i\mathbf{B}_Ч / n; && \mathbf{M}_{МП} = M(\Omega,\mathbf{M}_K), \end{aligned} \tag{2}$$

где $\mathbf{B}_Ч$ – часовой расход топлива (кг/час);

$\mathbf{n},\boldsymbol{\Omega}$ – скорость вращения коленвала дизеля, соответственно в (об/мин) и (рад/с);

$\boldsymbol{\Omega}_K$ – скорость вращения турбины (рад/с);

α – коэффициент избытка воздуха;

$\mathbf{M}_T, \mathbf{M}_K$ – соответственно моменты турбины и компрессора (н.м.);

$\mathbf{M}_i$ – индикаторный момент дизеля (н.м.);

$\mathbf{I_Д, I_{ТК}}$ – удельные моменты соответственно дизеля и турбокомпрессора (н.м.);

$\mathbf{M_{МП}}$ – момент механических потерь (н.м.);

$\mathbf{M_Н, M_{НН}}$ – момент нагрузки и момент нагрузки номинальный;

$\boldsymbol{\eta_i}$ – индикаторный КПД дизеля;

$\mathbf{T}$ – температура газов перед турбиной (градусы Кельвина);

$\mathbf{K_1, K_2}$ – постоянные величины;

$\mathbf{h}$ – ход рейки подачи топлива (мм.);

$\mathbf{Q}$ – дополнительный воздух (кг/с);

$\boldsymbol{\theta}$ – угол впрыска топлива в цилиндры дизель - генератора (рад).

После преобразования системы уравнений (1) с использованием зависимостей (2) получим следующую систему уравнений:

$$\begin{aligned}
\frac{d\Omega}{dt} &= F_1(\Omega, \Omega_K, h, Q, \theta, M_H) = b_1 + b_2 h^2 Q\,\theta^2 + b_3 h^2 \theta^2 + b_4 h^2 Q\,\theta + \\
&\quad + b_5 h^2 \theta + b_6 h^2 + b_7 h^2 Q + b_8 h Q\,\theta + b_9 h Q + b_{10} h\,\theta + b_{11} h + b_{12} Q\ ; \\
\frac{d\Omega_K}{dt} &= F_2(\Omega, \Omega_K, h, Q, \theta) = b_{13} + b_{14} h Q^2\,\theta + b_{15} h Q\,\theta + b_{16} h\,\theta + \\
&\quad + b_{17} h Q^2 + b_{18} h Q + b_{19} h + b_{20} Q^2 + b_{21} Q,
\end{aligned} \tag{3}$$

где $\mathbf{b_i = b(\Omega, \Omega_K), i = \overline{1,21}}$.

Так как уравнения движения объекта требуют форму записи вида (1), то в выражениях $\mathbf{F_1, F_2}$, соответственно учтены $\mathbf{I_Д, I_{ТК}}$.

Применим принцип Максимума Понтрягина к данной модели с целью получения оптимальных управлений $\mathbf{h}$, $\mathbf{Q}$, $\boldsymbol{\theta}$.

Для этого выберем критерий качества вида

$$I = \int_{t_0}^{t_K} (1 + K_3 h + K_4 (\Omega_H - \Omega)^2) dt, \tag{4}$$

где $\mathbf{K_3, K_4}$ – весовые коэффициенты, указывающие влияние на составляющие подынтегрального выражения и тем самым влияющие на качество переходного процесса; $\mathbf{\Omega_H}$ – номинальное значение $\mathbf{\Omega}$.

Данный вид $\mathbf{I}$ учитывает основные требования к качеству переходного процесса – минимальные провалы оборотов, время переходного процесса и расход топлива.

Гамильтониан системы при оптимальных управлениях имеет вид

$$H = P_0 F_0(\Omega, h) + P_1 F_1(\Omega, \Omega_K, h, \theta, Q, M_H) + P_2 F_2(\Omega, \Omega_K, h, \theta, Q) = 0\,, \tag{5}$$

где $\mathbf{F_0(\Omega, h.)}$ – подынтегральная функция критерия качества (4);

$\mathbf{F_1(\Omega, \Omega_K, h, Q, \theta, M_H)}$ – правая часть первого дифференциального уравнения из системы (1), которая была получена последовательными преобразованиями $\mathbf{M_i}$, $\mathbf{M_п}$ в выражения, в которых присутствуют только фазовые переменные и управления, с помощью зависимостей (2) при $\mathbf{M_H = const}$;

$\mathbf{F_2(\Omega, \Omega_K, h, Q, \theta)}$ – правая часть второго дифференциального уравнения из системы (1), полученная вышеуказанным способом.

Тогда гамильтониан путем последовательных преобразований системы уравнений (3) и (5) можно привести к нужному для нас виду

$$\begin{aligned}
&\mathbf{H(\Omega, \Omega_K, h, Q, \theta, M_H) = P_0(1 + K_3 h + K_4(\Omega_H - \Omega)^2) +}\\
&\mathbf{+ P_1(b_1 + b_2 h^2 Q\theta^2 + b_3 h^2\theta^2 + b_4 h^2 Q\theta + b_5 h^2\theta + b_6 h^2 + b_7 h^2 Q +}\\
&\mathbf{+ b_8 hQ\theta + b_9 hQ + b_{10} h\theta + b_{11} h + b_{12} Q) +}\\
&\mathbf{+ P_2(b_{13} + b_{14} hQ^2\theta + b_{15} hQ\theta + b_{16} h\theta + b_{17} hQ^2 + b_{18} hQ + b_{19} h +}\\
&\mathbf{+ b_{20} Q^2 + b_{21} Q) = 0} \text{ при } \mathbf{t_0 \le t \le t_K}.
\end{aligned} \tag{6}$$

Согласно принципу максимума Понтрягина и, учитывая, что частные производные от гамильтониана системы по управлениям должны быть равны нулю, а уравнений для исключения неизвестных сопряженных переменными $\mathbf{P_0, P_1, P_2}$ должно быть минимум три, так как $\mathbf{P_0 = -1}$, то за систему уравнений, с помощью которой можно определить оптимальные траектории управления, принимаем следующие соотношения:

$$\begin{aligned}
&\mathbf{H(\Omega, \Omega_K, h, Q, \theta, M_H) = 0};\\
&\mathbf{F_3(\Omega, \Omega_K, h, \theta, Q) = 0};\\
&\mathbf{F_4(\Omega, \Omega_K, h, \theta, Q) = 0};\\
&\mathbf{F_5(\Omega, \Omega_K, h, \theta, Q) = 0},
\end{aligned} \tag{7}$$

где
$$\mathbf{\frac{\partial H}{\partial h} = F_3(\Omega, \Omega_K, h, \theta, Q) = 0};$$
$$\mathbf{\frac{\partial H}{\partial Q} = F_4(\Omega, \Omega_K, h, \theta, Q) = 0};$$
$$\mathbf{\frac{\partial H}{\partial \theta} = F_5(\Omega, \Omega_K, h, \theta, Q) = 0}.$$

Запишем уравнения (7) в следующем виде:

$$
\begin{aligned}
&\mathbf{H = P_1F_1 + P_2F_2 + P_0F_0 = 0;}\\
&\mathbf{P_1\frac{\partial F_1}{\partial h} + P_2\frac{\partial F_2}{\partial h} + P_0\frac{\partial F_0}{\partial h} = 0;}\\
&\mathbf{P_1\frac{\partial F_1}{\partial Q} + P_2\frac{\partial F_2}{\partial Q} + P_0\frac{\partial F_0}{\partial Q} = 0;}\\
&\mathbf{P_1\frac{\partial F_1}{\partial \theta} + P_2\frac{\partial F_2}{\partial \theta} + P_0\frac{\partial F_0}{\partial \theta} = 0.}
\end{aligned}
\qquad (8)
$$

Исключая сопряженные переменные $\mathbf{P_1, P_2}$ при $\mathbf{P_0 = -1}$ из (8) последовательной подстановкой, получаем функцию

$$\mathbf{F_6 = F(\Omega, \Omega_K, h, Q, \theta)},$$

значения которой равны нулю при оптимальных значениях $\mathbf{h}$, $\mathbf{Q}$ и θ. Следовательно, для объекта, работающего на холстом ходу $\mathbf{(M_H = 0)}$, при набросе нагрузки $\mathbf{(M_H \neq 0)}$ решая непрерывно уравнение $\mathbf{F_6}$ на предмет его равенства нулю, получаем текущие значения $\mathbf{h}$, $\mathbf{Q}$ и θ, которые являются оптимальными управлениями и могут изменяться в пределах:

$$\mathbf{0 \le h \le 21}\ \text{мм}; \quad \mathbf{0 \le Q_Д \le 7}\ \text{кг/ч}; \quad \mathbf{0.345 \le \theta \le 0.381}\ \text{рад}.$$

Полученные таким образом $\mathbf{h = h(t, M_H)}$, $\mathbf{Q = Q(t, M_H)}$, $\mathbf{\theta = \theta(t, M_H)}$ представляют собой семейство функций двух переменных, реализация которых с помощью микропроцессорной техники не представляет значительных трудностей. Входными воздействиями на вычислительную систему являются $\mathbf{\Omega(t)}$, $\mathbf{\Omega_K(t)}$, $\mathbf{M_H}$, а выходными - $\mathbf{h(t)}$, $\mathbf{Q(t)}$, $\mathbf{\theta(t)}$. Поскольку решениями функции $\mathbf{F_6}$ являются несколько траекторий, так как принцип максимума является необходимым условием оптимального управления, то поиск следует производить по минимальному значению критерия качества (4) на интервале $\mathbf{t_0 \le t \le t_K}$.

Составлена модель, реализующая:

– уравнения движения объекта;

– механизм получения оптимальных управлений в заданные моменты времени из уравнения $\mathbf{F_6 = F(\Omega, \Omega_K, h, Q, \theta)}$.

Модель составлена в виде программы на языке Паскаль. Программа была испытана для широкого диапазона нагрузки

$$\mathbf{0.5M_H \le M_H \le 0.75M_H}.$$

Программа показала свою достаточно достоверную работоспособность.

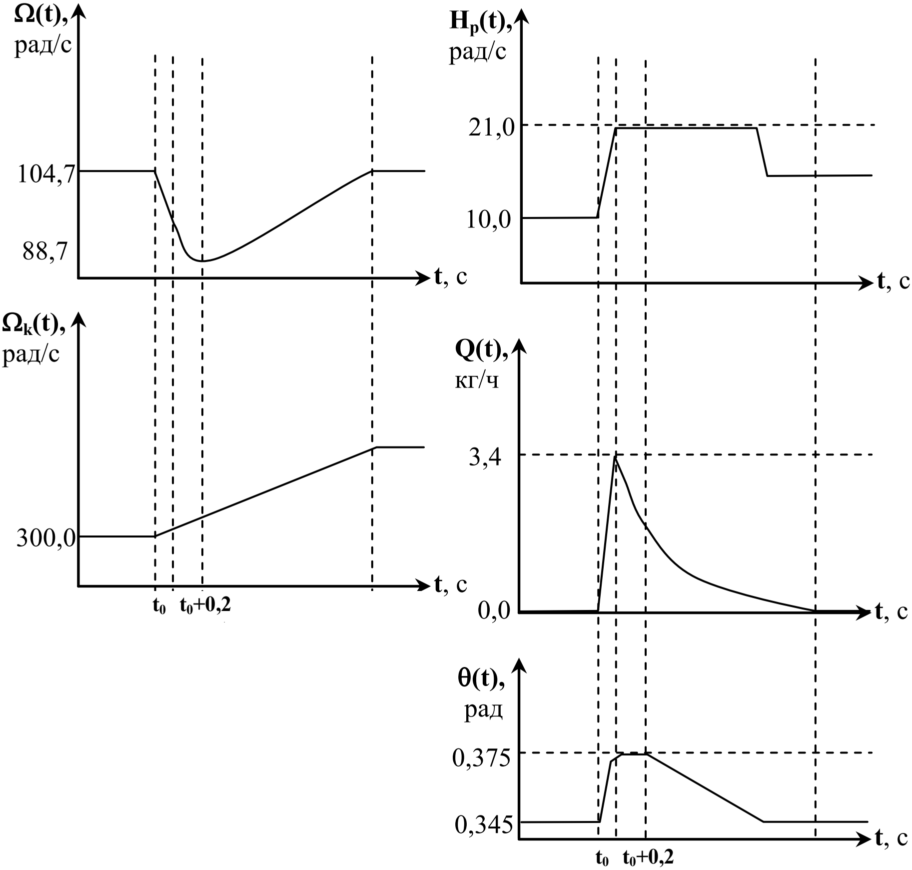

Рис. 1. Результаты проверки программы при $\mathbf{M_K = 0.75M_H}$

На рис.1. приведены результаты вида – $\mathbf{\Omega(t)}$, $\mathbf{\Omega_K(t)}$, $\mathbf{h(t)}$, $\mathbf{Q(t)}$, $\mathbf{\theta(t)}$ при $\mathbf{M_K = 0.75M_H}$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Габасов Р., Кирилова Ф. М. Принцип максимума в теории оптимального управления. – М.: Наука и техника, 1974. – 272 с.

2. Получение законов управления стационарным дизелем с помощью принципа максимума. / Ю. Н. Колыбин, А. Н. Борисенко, В. Н. Соболь // Двигатели внутреннего сгорания. – Харьков. – 1985. – Вып. 42. – С. 92 - 95.

Поступила в редколлегию 15.10.2001