

МЕТОДИКА СИНТЕЗА ГЕНЕРАТОРОВ М - ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ НА КЛЕТОЧНЫХ АВТОМАТАХ

И.Н. Темников

(представил д.т.н., проф. Г.И. Загарий)

Предлагается методика синтеза аддитивного клеточного автомата (КА). Приводятся правила формирования КА разрядности 4 - 10, которые формируют последовательности максимальной длины.

Тестопригодное проектирование является одним из основных этапов проектирования современных СБИС – систем на одном кристалле. В соответствии с требованиями международного стандарта проектирования IEEE 1149.1 архитектура должна обеспечивать во время тестирования последовательное сканирование входных и выходных данных и может восприниматься как комбинационная. На вентиляльном уровне для проверки отдельных макро – узлов используется метод встроенного самотестирования, при котором схемы генерации тестов и сжатия ответных реакций являются составной частью этого макроблока. Для реализации встроенного самотестирования используются генераторы исчерпывающих тестовых наборов. При этом подходе генерируются все возможные тестовые наборы на входах схемы и полученная реакция схемы сравнивается с известным «эталонным» значением. Исчерпывающий набор тестов может генерировать либо обычным счетчиком, либо регистром сдвига с линейными обратными связями. При этом обеспечивается обнаружение всех кратных константных неисправностей схемы и исключается процедура моделирования неисправностей.

Исходя из вышеизложенного, в статье предлагается методика синтеза генератора последовательности максимальной длины на основе клеточных автоматов (КА) [1].

Значение каждого разряда (клетки) КА в определенный момент времени зависит от значения этого разряда и соседних разрядов (клеток) в предыдущий момент времени. Значение разряда в последующий момент времени, соответствующее всем возможным входным комбинациям, образует число, называемое «номером правила» в схеме классификации, предложенной в [1].

Определение 1. КА называется аддитивным, если применяемые к его клеткам правила включают только функции «Исключающее ИЛИ» и «Эквивалентность».

В [2] было показано, что L – клеточный аддитивный КА описывается характеристической матрицей размера $L \times L$. Эта характеристическая матрица также называется T – матрицей. Конструкция T – матрицы основана на

зависимости соседних клеток в КА. Элемент T^{ij} равен 1 в том случае, если состояние i – й клетки зависит от состояния j – й клетки. Конструкция T – матрицы может быть показана с помощью следующего примера.

Пример 1. КА с нулевыми граничными условиями, образованный с помощью правил $\langle 150, 90, 60, 102 \rangle$, характеризуется матрицей

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Исходя из этого, можно получать структуры КА, которые генерируют последовательности максимальной длины. В качестве примера возьмем КА длиной 4 с нулевыми граничными условиями. Характеристическая матрица такого КА имеет следующий вид:

$$T = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & 0 \\ 0 & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ 0 & 0 & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix},$$

где $a_{ij} = \{0, 1\}$, а характеристический многочлен рассчитывается по формуле

$$\begin{aligned} \varphi(x) = & x^4 + (a_{11} + a_{22} + a_{33} + a_{44})x^3 + (a_{11}a_{22} + a_{11}a_{33} + a_{11}a_{44} + \\ & + a_{22}a_{33} + a_{22}a_{44} + a_{33}a_{44} + a_{12}a_{21} + a_{34}a_{43}) \cdot x^2 + (a_{11}a_{22}a_{33} + \\ & + a_{11}a_{22}a_{44} + a_{11}a_{33}a_{44} + a_{22}a_{33}a_{44} + a_{11}a_{21}a_{33} + (a_{11}a_{22}a_{33} + \\ & + a_{11}a_{34}a_{43} + a_{22}a_{34}a_{43} + a_{12}a_{21}a_{44} + a_{23}a_{32}a_{44}) \cdot x^1 + (a_{11}a_{22}a_{33}a_{44} + \\ & + a_{11}a_{22}a_{34}a_{43} + a_{11}a_{21}a_{33}a_{44} + a_{11}a_{21}a_{34}a_{43} + a_{11}a_{23}a_{32}a_{44}) \cdot x^0. \end{aligned}$$

Для того, чтобы КА вырабатывал последовательности максимальной длины, необходимо, чтобы его характеристический многочлен был примитивным. Пусть $\varphi(x) = x^4 + x + 1$. Получаем следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} a_{11} + a_{22} + a_{33} + a_{44} = 0; \\ a_{11}a_{22} + a_{11}a_{33} + a_{11}a_{44} + a_{22}a_{33} + a_{22}a_{44} + a_{33}a_{44} + \\ + a_{12}a_{21} + a_{34}a_{43} = 0; \\ a_{11}a_{22}a_{33} + a_{11}a_{22}a_{44} + a_{11}a_{33}a_{44} + a_{22}a_{33}a_{44} + a_{11}a_{21}a_{33} + \\ + a_{11}a_{23}a_{32} + a_{11}a_{34}a_{43} + a_{22}a_{34}a_{43} + a_{12}a_{21}a_{44} + a_{23}a_{32}a_{44} = 1; \\ a_{11}a_{22}a_{33}a_{44} + a_{11}a_{22}a_{34}a_{43} + a_{11}a_{21}a_{33}a_{44} + a_{11}a_{21}a_{34}a_{43} + \\ + a_{11}a_{23}a_{32}a_{44} = 1. \end{cases}$$

Решая систему уравнений, получаем:

$$a_{11} = a_{12} = a_{21} = a_{23} = a_{32} = a_{33} = a_{34} = a_{43} = 1; \quad a_{22} = a_{44} = 0.$$

Характеристическая матрица КА имеет вид

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Следовательно, КА реализуется в соответствии с правилами <60, 90, 150, 90>.

Общая методика синтеза аддитивного КА реализуется на основе следующего алгоритма.

1. На основании характеристической матрицы составляется формула расчета характеристического многочлена аддитивного КА.

2. Выбирается примитивный многочлен; составляется система уравнений.

3. Получаем множество решений, на основании которых составляются T – матрицы КА, генерирующие последовательности максимальной длины.

Используя этот алгоритм, получены правила для КА длиной 4 – 10, которые генерируют последовательности максимальной длины. Результаты вычислений представлены в табл. 1.

Таблица 1

Комбинации правил, генерирующих последовательности максимальной длины

Длина n	Характеристический многочлен	Конструкция
4	$x^4 + x + 1$	60,90,150,90
5	$x^5 + x^2 + 1$	102,150,90,90,60
6	$x^6 + x + 1$	90,150,90,150,90,60
7	$x^7 + x^3 + 1$	102,150,90,150,90,150,90
8	$x^8 + x^4 + x^3 + x^2 + 1$	102,150,90,150,90,150,90,60
9	$x^9 + x^4 + 1$	102,150,90,90,150,90,150,90,60
10	$x^{10} + x^3 + 1$	90,150,90,150,90,150,90,150,90,60

Таким образом, полученная методика позволяет получать генераторы последовательностей максимальной длины степени 4 - 10. Достоинствами этих генераторов является простота и регулярность структуры, что очень важно при повышении сложности тестируемых устройств. Полученные таким образом КА можно использовать в качестве встроенных генераторов исчерпывающих тестов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Wolfram S. Statistical mechanics of cellular automata // Reviews of Modern Physics. – 1983. – Vol. 55, № 3. – P. 601 - 644.

2. Das A.K., Chaudhuri P.P. Vector space theoretic analysis of additive cellular automata and its application for pseudoexhaustive test pattern generation // IEEE Trans. On Computers. – 1993. – Vol. 42, № 3. – P. 340 - 352.

Поступила в редколлегию 15.10.2001
