

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ УПРАВЛЯЕМОГО ВРАЩЕНИЯ ИСКУССТВЕННОГО СПУТНИКА ЗЕМЛИ С УПРУГИМИ ЭЛЕМЕНТАМИ

Лю Хуэй

(представил д.т.н., проф. Е.Г. Голоскоков)

В статье рассматривается задача математического моделирования вращения искусственного спутника Земли (ИСЗ) с упругими элементами. Приводится математическая модель вращения ИСЗ, несущего панели солнечных батарей, анализируется управляемость и наблюдаемость системы.

Современный искусственный спутник Земли представляет собой сложную механическую систему, состоящую из совокупности жестких и упругих элементов. Вопросам моделирования такой системы посвящена обширная библиография, приведенная, в частности, в [1].

В общем случае, упругий ИСЗ представляет собой систему с распределенными параметрами [1]. Однако, такая математическая модель объекта в силу своей сложности оказывается, как правило, малоприменимой при решении прикладных задач управления движением спутника. В настоящее время в инженерной практике, а также в работах, посвященных задачам управления, широко используется математическая модель ИСЗ в виде комбинации жесткого основного тела – ядра и упругих элементов, присоединенных к ядру определенным образом [2, 4]. Жестким элементом является, например, основной приборный отсек, упругими – солнечные батареи, антенны, штанги и т.д.

В большинстве случаев среди упругих элементов панели солнечных батарей являются основными. Для того, чтобы батареи наилучшим образом ориентировались относительно Солнца, их поворачивают на определенный угол относительно приборного отсека спутника. Такое изменение ориентации панелей может существенно влиять на динамические свойства конструкции ИСЗ.

В этой связи целью данной статьи является выбор конструктивной математической модели ИСЗ с двумя симметрично расположенными панелями солнечных батарей, повернутыми на определенные углы относительно основного тела, а также ее анализ с позиций управляемости и наблюдаемости системы в целом.

Рассматривается искусственный спутник Земли, представляющий собой твердое тело с двумя гибкими панелями солнечных батарей (рис. 1). Здесь  $I$  – абсолютно жесткое ядро, на котором расположены датчики и испол-

нительные устройства системы управления; **II** - гибкие панели солнечных батарей; базис  $\{Oxyz\}$  - связанная с твердым телом система координат (СК);  $\{Ox'y'z'\}$  - вспомогательная СК, введенная для описания колебаний панелей: ось  $Oz'$  ортогональна поверхности панели в недеформированном состоянии; ось  $Oy'$  направлена вдоль оси симметрии панели; ось  $Ox'$  дополняет систему до правой.

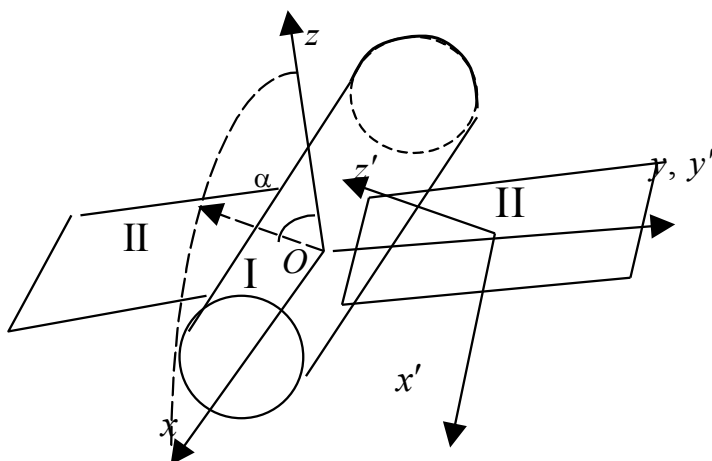


Рис 1. Схема ИСЗ и системы координат

Рассматривается случай, когда солнечные батареи повернуты на некоторый угол  $\alpha$  относительно связанной с ИСЗ системы координат. Предполагается, что обе батареи при этом расположены симметрично относительно центра масс искусственного спутника Земли, распределение масс по их длине постоянно и панели имеют постоянную жесткость.

В общем случае панели представляют собой пластины. Вместе с тем, опираясь на результаты, полученные в [3], будем считать, что крутильные и продольные колебания для таких конструкций пренебрежимо малы и не влияют на динамику системы в целом. В этом случае, принимая во внимание только поперечные колебания панелей, совершаемые в плоскости  $y'z'$ , и ограничившись в рамках конечномерной аппроксимации двумя формами колебаний, вслед за [2] в качестве модели управляемого вращения ИСЗ имеем:

$$\begin{aligned}
\dot{\Lambda} &= 0.5\Lambda \circ \bar{\omega}; \\
I_x \dot{\omega}_x + K_1 V_1 \cos \alpha \cdot \ddot{r}^{(1)} + K_2 V_2 \cos \alpha \cdot \ddot{r}^{(2)} &= M_x + M_{Bx}; \\
I_y \dot{\omega}_y &= M_y + M_{By}; \\
I_z \dot{\omega}_z - K_1 V_1 \sin \alpha \cdot \ddot{r}^{(1)} - K_2 V_2 \sin \alpha \cdot \ddot{r}^{(2)} &= M_z + M_{Bz}; \\
\ddot{r}^{(1)} + e_1 \dot{r}^{(1)} + W_1^2 r^{(1)} &= (K_1 \cos \alpha) \cdot \dot{\omega}_x - (K_1 \sin \alpha) \cdot \dot{\omega}_z; \\
\ddot{r}^{(2)} + e_2 \dot{r}^{(2)} + W_2^2 r^{(2)} &= (K_2 \cos \alpha) \cdot \dot{\omega}_x - (K_2 \sin \alpha) \cdot \dot{\omega}_z.
\end{aligned} \tag{1}$$

Здесь  $\Lambda$  - кватернион, задающий ориентацию базиса  $\{Oxyz\}$  в инерциальном пространстве,  $\circ$  - знак кватернионного умножения,  $\bar{\omega} = \{\omega_x, \omega_y, \omega_z\}$  - вектор угловой скорости ядра ИСЗ в проекциях на связанные с ним оси;  $I_x, I_y, I_z$  - главные моменты инерции ИСЗ при недеформированных упругих элементах;  $M_x, M_y, M_z$  - проекции управляющего момента, включающего воздействия различных исполнительных органов;  $M_{Bx}, M_{By}, M_{Bz}$  - проекции возмущающего момента, состоящего из внешних возмущений, а также из внутренних, включающих гироскопический момент от вращения ИСЗ, изменение моментов инерции ИСЗ и смещение центра масс всей системы при деформации панелей [5];  $r^{(1)}, r^{(2)}$  - относительные перемещения панелей, соответствующие первому и второму тонам колебаний;  $e_1, e_2$  - соответственно коэффициенты демпфирования,  $W_1, W_2$  - собственные частоты,  $K_1, K_2, V_1, V_2$  - коэффициенты, определяемые массово - геометрическими характеристиками конструкции.

Приведенная динамическая модель упругого ИСЗ вполне соответствует моделям, полученным в [2, 5]. Новым элементом является ее конкретизация для рассматриваемой конструкции, включающая поворот панелей относительно жесткого ядра.

Центральным моментом анализа адекватности динамической модели упругого ИСЗ с позиций ее использования при решении задач управления является проблема управляемости и наблюдаемости. В частности, важным является вопрос, сохраняются ли указанные свойства, полученные в рамках упрощенной модели колебаний, для реального объекта. В общем случае ответить на этот вопрос не представляется возможным. Вместе с тем, при малой скорости вращения ИСЗ и малых угловых отклонениях известно [2], что реальный объект вполне управляем, если собственные частоты всех его упругих элементов различны, а коэффи-

циенты  $K_1, K_2, V_1, V_2$  отличны от нуля. Для динамической модели (1), рассматриваемой при малых измеряемых угловых отклонениях ИСЗ  $\theta_i, i = \overline{1,3}$ , исследованы управляемость и наблюдаемость вектора состояния  $[\theta_1, \theta_2, \theta_3, \omega_1, \omega_2, \omega_3, r^{(1)}, r^{(2)}, \dot{r}^{(1)}, \dot{r}^{(2)}]^T$ . Проверка этих свойств по известным критериям подтвердила, что линеаризованная система (1) при сделанных выше предположениях вполне управляема и вполне наблюдаема, т.е. сохранение в уравнениях движения конечного числа тонов колебаний не привело к изменению качества системы как объекта управления.

Таким образом, на основе анализа различных подходов к построению модели упругих ИСЗ, выбрана и конкретизирована математическая модель спутника с поворачивающимися панелями солнечных батарей, достаточно простая для использования ее при решении задач управления вращением спутника. Подтверждены свойства управляемости и наблюдаемости вектора состояния в рамках линеаризованной модели вращения. Рассмотренная модель может использоваться для последующей разработки алгоритмов управления вращением ИСЗ.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Дегтярев Г.Д., Сиразетдинов Т.К. Теоретические основы оптимального управления упругими космическими аппаратами. – М.: Машиностроение, 1986. – 216 с.
2. Охамы Ю., Ликинз П. Влияние упругости КЛА на управляемость и наблюдаемость системы // Управление в пространстве. – Т.2. – М.: Наука, 1976. – С. 275 - 285.
3. Плиммер Р. Математическая модель легкой упругой конструкции солнечных батарей спутника *RAE* // Управление в пространстве. – Т.2. – М.: Наука, 1976. – С. 316 - 326.
4. Лю И.З. Динамика космических аппаратов. – Пекин.: Оборонная промышленность, 1995. – 369 с.
5. Злочевский С.И., Хорошилов В.С. Программные движения деформируемой конструкции с пространственной гироскопической системой управления // Прикладная механика. – 1989. – Т.25. – Вып.11. – С. 107 - 112.

*Поступила в редколлегию 08.10.2001*