

ЦЕЛОЧИСЛЕННОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ХААРА ПРИ ОБРАБОТКЕ ИЗОБРАЖЕНИЙ

проф. А.В. Королев, К.А. Бохан, к.т.н. Г.А. Кучук

Предлагается способ уменьшения времени выполнения преобразования Хаара при обработке изображений за счет использования ненормированного базиса и целочисленных операций.

Широкое применение в различных алгоритмах обработки изображений, например, в сжатии, находят ортогональные преобразования (Карунена-Лоэва, Фурье, косинусное, Уолша, Хаара и др.). Каждое из этих преобразований обладает своими достоинствами и недостатками. Например, преобразование Карунена-Лоэва (ПКЛ), является оптимальным по отношению к критерию среднеквадратической ошибки (СКО). В тоже время существенным недостатком данного преобразования является большое время выполнения преобразования, которое связано с отсутствием быстрых алгоритмов. Близкими к этому преобразованию по критерию среднеквадратической ошибки является преобразование Фурье и дискретно-косинусное преобразование (ДКП). Но в отличие от ПКЛ для данных преобразований создано большое количество быстрых алгоритмов (например, быстрое преобразование Фурье (БПФ), быстрое преобразование Винограда и др.). Но и быстрые алгоритмы вычисления преобразований Фурье, ДКП не решают проблемы выполнения этих преобразований в реальном масштабе времени. Наиболее эффективным по быстродействию, с учетом существования быстрого алгоритма [1], является преобразование Хаара (ПХ). Это связано с тем, что часть коэффициентов Хаара обладает только локальной чувствительностью. Поэтому для выполнения преобразования Хаара требуются вычисления меньшего количества арифметических операций в отличие от других преобразований. В табл. 1 приведено сравнение БПХ по количеству арифметических операций с БПФ, для которого создано большое количество быстрых алгоритмов [2]. Следует отметить, что у преобразования Хаара несколько хуже показатель СКО.

Среднеквадратическая ошибка определяется ошибкой аппроксимации и ошибкой, возникающей при округлении компонент трансформанты. Как показали проведенные нами исследования, СКО, получаемое в результате преобразования Хаара, является допустимым для некоторых областей применения, например, сжатия с потерями.

При выполнении преобразований, например, при обработке изобра-

жений, выполняется громадное количество арифметических операций. При этом на выполнение различных операций затраты процессорного времени различны. Так, затраты времени на целочисленные операции намного меньше, нежели на операции с нецелочисленными числами. Арифметические операции разных типов так же требуют разного количества процессорного времени. Например, на выполнение операций сложения, вычитания, сдвиговых операций, требуется намного меньше тактов процессора, чем на выполнение операций умножения, деления. Поэтому для уменьшения времени выполнения преобразования необходимо минимизировать количество операции умножения и деления, а также использовать целочисленные арифметические операции. В статье приведены результаты такого подхода к преобразованию Хаара.

Таблица 1

Количество арифметических операций для различных преобразований

Размерность базиса N	Быстрое преобразование Фурье		Быстрое преобразование Хаара	
	Количество умножений	Количество сложений	Количество умножений	Количество сложений
4	4	8	4	6
8	8	26	8	14
16	18	74	16	30

Преобразование Хаара записывается матричными соотношениями [3]:

$$\mathbf{Y}_x(\mathbf{n}) = \frac{1}{N} \mathbf{H}^*(\mathbf{n}) \mathbf{X}(\mathbf{n}); \quad (1)$$

$$\mathbf{X}(\mathbf{n}) = \mathbf{H}^{*T}(\mathbf{n}) \mathbf{Y}_x(\mathbf{n}), \quad (2)$$

где $\mathbf{H}^*(\mathbf{n})$ – матрица Хаара размером $(N \times N)$; $\mathbf{H}^{*T}(\mathbf{n})$ – транспонированная матрица Хаара; N – количество входных отсчетов; $\mathbf{X}(\mathbf{n})$ – вектор входных отсчетов; $\mathbf{Y}_x(\mathbf{n})$ – вектор коэффициентов Хаара.

Например, матрица Хаара $\mathbf{H}^*(3)$ размерностью (8×8) имеет вид

$$\mathbf{H}^*(3) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ \sqrt{2} & \sqrt{2} & -\sqrt{2} & -\sqrt{2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sqrt{2} & \sqrt{2} & -\sqrt{2} & -\sqrt{2} \\ 2 & -2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & -2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}. \quad (3)$$

В [1] представлен граф быстрого преобразования Хаара. С помощью указанного алгоритма БПХ минимизируется количество операций сложения, вычитания, умножения. Из формулы (1) следует, что при прямом преобразовании каждая компонента трансформанты делится на число N . А так как N всегда равно степени двойки (особенность преобразования Хаара), то эти деления очень просто заменить сдвигом вправо на соответствующее число бит без увеличения результирующей СКО. Теперь обратимся к матрице $H^*(3)$ (3). В строках с 5-й по 7-ю присутствуют коэффициенты, равные 2, которые при преобразовании можно заменить либо на суммы, либо сдвигом влево на 1 бит. Сложнее обстоят дела с 3-й и 4-й строками матрицы $H^*(3)$. Расположенные там коэффициенты $\pm\sqrt{2}$ исключают выполнение только целочисленных операций. Проведенные нами исследования показали, что выходом из сложившейся ситуации может служить переход на ненормированный базис. Так, в [4] предложено заменить $\pm\sqrt{2}$ на 1. Такой подход неприменим при обработке изображений, так как среднеквадратическое отклонение увеличивается на порядок (рис.1). Для уменьшения СКО предлагается использовать при прямом и обратном преобразовании две разные формы матрицы $H^*(3)$, которые отличаются друг от друга строками 3, 4. В таблице 2 приведены структуры строк 3, 4, которые участвовали в исследовании.

В 3 столбце таблицы 2 расположены структуры строк, которые участвовали в формировании матрицы $H^*(3)$, используемой при прямом преобразовании, а в столбце 4 – при обратном преобразовании. На рис.1 показаны полученные значения СКО в % для каждой структуры строк 3, 4 из таблицы 2. Первые четыре структуры приведены в качестве примера, который показывает, насколько увеличится значение среднеквадратического отклонения при нарушении условия ортогональности базиса. СКО составило (24÷27)%. Наименьшее СКО получено при использовании в качестве 3-й и 4-й строк матрицы (выражения (3)) структур, представленных в таблице 2 под номерами 12÷15. Так, при использовании структуры №12, точность, потерянная при прямом преобразовании за счет округления $\pm\sqrt{2}$ вниз к значению ± 1 , частично компенсируется при обратном преобразовании округлением $\pm\sqrt{2}$ вверх к значению ± 2 .

На рис.2 представлены значения СКО: для БПХ, использующего вещественные операции (нормированный базис, формула (3)); целочисленное БПХ с формой матрицы, предложенной в [4] (структура строк 3, 4 под номером 5 табл. 2); предлагаемое БПХ, которое использует различные формы матрицы $H^*(3)$ для прямого и обратного преобразования (использовалась структура строк 3, 4 №12 табл. 2). В первом случае СКО составило 0,03 %, при использовании второго подхода – 0,083 %, при использовании предложенного подхода удалось уменьшить значение СКО до 0,054 %. В последнем случае, при преобразовании используются только целочисленные операции.

Структуры 3-й и 4-й строк матрицы $\mathbf{H}^*(3)$

№ струк-туры	№ строки	При прямом преобразовании	При обратном преобразовании
1	2	3	4
1.	3	22-1-10000	11-2-20000
	4	000022-1-1	000011-2-2
2.	3	11-2-20000	22-1-10000
	4	000011-2-2	000022-1-1
3.	3	22-1-10000	22-1-10000
	4	000022-1-1	000022-1-1
4.	3	11-2-20000	11-2-20000
	4	000011-2-2	000011-2-2
5.	3	11-1-10000	11-1-10000
	4	000011-1-1	000011-1-1
6.	3	21-2-10000	12-1-20000
	4	000021-2-1	000012-1-2
7.	3	12-1-20000	21-2-10000
	4	000012-1-2	000021-2-1
8.	3	21-2-10000	21-2-10000
	4	000021-2-1	000021-2-1
9.	3	12-1-20000	12-1-20000
	4	000012-1-2	000012-1-2
10.	3	21-1-20000	12-2-10000
	4	000021-1-2	000012-2-1
11.	3	12-2-10000	21-1-20000
	4	000012-2-1	000021-1-2
12.	3	11-1-10000	22-2-20000
	4	000011-1-1	000022-2-2
13.	3	22-2-20000	11-1-10000
	4	000022-2-2	000011-1-1
14.	3	11-1-10000	22-2-20000
	4	000022-2-2	000011-1-1
15.	3	22-2-20000	11-1-10000
	4	000011-1-1	000022-2-2

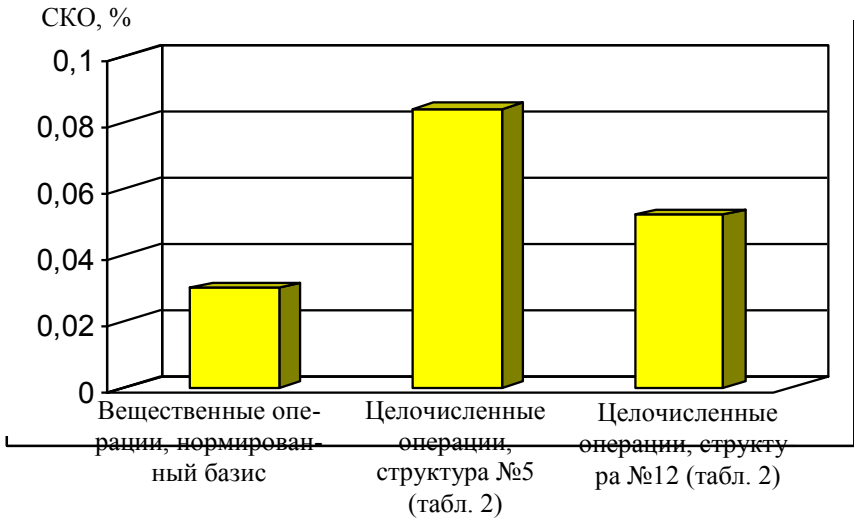


Рис. 2. Величина СКО по видам БПХ

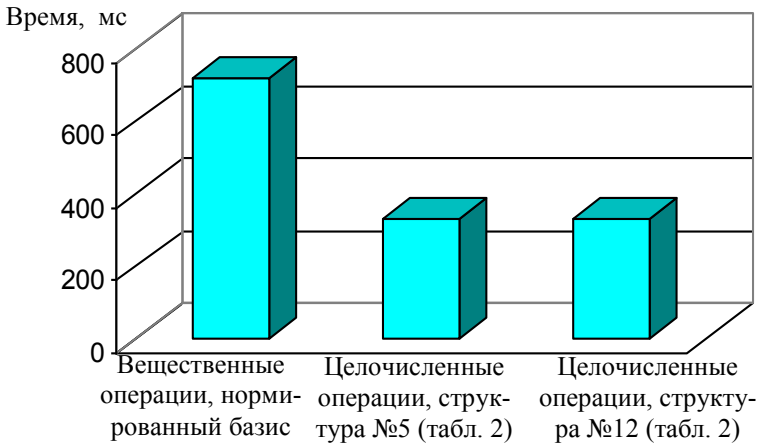


Рис.3. Длительность выполнения преобразования по видам БПХ для реалистичного изображения 620x480

На рис.3 представлены длительности выполнения указанных видов БПХ. Эти длительности одинаковы как для прямого, так и для обратного преобразований, так как количество операций для прямого и обратного преобразования одинаково. На выполнение преобразования Хаара с вещественными операциями (выражение (3)) над реалистическим изображением размерностью 620x480 пикселей, персональному компьютеру на базе процессора Celeron 450 МГц потребовалось 700 мс. На выполнение целочисленных преобразований потребовалось 320 мс.

Как видно из диаграмм, предложенный нами подход – использование различных форм матриц $\mathbf{H}^*(\mathbf{3})$ для прямого и обратного преобразования – позволил существенно сократить время, необходимое для выполнения преобразования Хаара, и полностью перейти на целочисленные операции при незначительном росте СКО. При этом можно использовать любую структуру под номерами 12÷15 табл. 2 в качестве третьей и четвертой строк матрицы $\mathbf{H}^*(\mathbf{3})$. Целочисленность всех операций преобразования обуславливает также простоту технической реализации алгоритма БПХ.

ЛИТЕРАТУРА

1. Королев А.В., Бохан К.А. Алгоритм быстрого преобразования Хаара // Системи обробки інформації. – Харків: ХФВ «Транспорт України». – 2001. – Вип.3 (13). – С. 132 - 137.
2. Быстрые алгоритмы в цифровой обработке изображений / Под ред. Т.С. Хуанга. – М: Радио и связь, 1984. – 224 с.
3. Ахмед Н., Рао К. Ортогональные преобразования при обработке цифровых сигналов: Пер. с англ./ Под ред. И.Б. Фоменко. – М.: Связь, 1980. – 248 с.
4. Залмазон Л.А. Преобразования Фурье, Уолша, Хаара и их применение в управлении, связи и других областях. – М.: Наука, 1989. – 496 с.

Поступила в редколлегию 05.09.2001
