УДК 623. 021: 005

АНАЛИЗ ПЛОЩАДНОЙ ИНТЕРПРЕТАЦИИ МОДЕЛИ КОНФЛИКТНОЙ СИТУАЦИИ

к.т.н. В.Б. Кононов
(представил д.т.н., проф. Б.Ф. Самойленко)

В статье рассматриваются результаты решения системы дифференциальных уравнений, описывающих площадную интерпретацию модели конфликтной ситуации при условии того, что конфликтующие стороны имеют разнороднородные средства. Приводятся соотношения для оценки изменения численности средств конфликтующих группировок.

Рассматривается площадная интерпретация модели конфликтной ситуации при условии того, что конфликтующие стороны **A** и **B** имеют разнороднородные средства. Конфликтная ситуация в этих условиях описывается системой дифференциальных уравнений, отражающих изменение относительных площадей сохранившейся части плацдармов [1]:

$$\begin{cases} \dfrac{ds_A^0(t)}{dt} = -R_B s_A^0(t) \cdot s_B^0(t) ; \\ \\ \dfrac{ds_B^0(t)}{dt} = -R_A s_B^0(t) \cdot s_A^0(t) \end{cases} \qquad (1)$$

при начальных данных

$$s_A^0(0) = 1, \quad s_B^0(0) = 1 ,$$

где $s_A^0(t)$ и $s_B^0(t)$ - площади, на которых располагаются части средств сторон **A** и **B**, сохранившиеся к моменту времени **t** после обмена ударами сторон **B** и **A** соответственно;

R_A и R_B - средний относительный ущерб за единицу времени, наносимый в начале конфликтной ситуации стороной **A** по площади стороны **B** и стороной **B** по площади стороны **A**.

Приведём решение системы уравнений (1). Взяв отношение первого уравнения ко второму, получим следующий результат:

$$\frac{dS_B^0(t)}{dS_A^0(t)}=\frac{R_A}{R_B},\;\; S_B^0=\frac{R_A}{R_B}S_A^0+c;$$

$$S_B^0(0)=\frac{R_A}{R_B}S_A^0(0)+c,\;\; c=1-\frac{R_A}{R_B}; \qquad (2)$$

$$S_B^0(0)=\frac{R_A}{R_B}S_A^0(0)+1-\frac{R_A}{R_B}.$$

Подставив выражение для $S_B^0(t)$ в первое уравнение системы (1), получим:

$$\frac{dS_A^0(t)}{dt}=-R_B S_A^0\left(\frac{R_A}{R_B}S_A^0+c\right) \;\text{ или }\; \frac{dS_A^0}{S_A^0\left(\frac{R_A}{R_B}S_A^0+c\right)}=-R_B dt; \qquad (3)$$

$$\int\frac{dS_A^0}{S_A^0\left(\frac{R_A}{R_B}S_A^0+c\right)}=-R_B\int dt;$$

$$\frac{1}{c}\ln\left|\frac{S_A^0}{S_A^0+c\frac{R_B}{R_A}}\right|=-R_B t+D.$$

Определим константу $\mathbf{D}$:

$$D=\frac{1}{c}\ln\frac{1}{1+c\frac{R_B}{R_A}}=-\frac{1}{c}\ln\left(1+c\frac{R_B}{R_A}\right)=-\frac{R_B}{R_B-R_A}\ln\frac{R_B}{R_A}. \qquad (4)$$

Таким образом, получим выражения для определения площади стороны **A,** сохранившейся к моменту времени **t**:

$$\frac{R_B}{R_B-R_A}\ln\left|\frac{S_A^0}{S_A^0+\frac{R_B-R_A}{R_A}}\right|=-R_B t-\frac{R_B}{R_B-R_A}\ln\frac{R_B}{R_A};$$

$$\ln\frac{S_A^0}{S_A^0+\frac{R_B-R_A}{R_A}}=\left(R_A-R_B\right)\cdot t-\ln\frac{R_B}{R_A};$$

$$\frac{S_A^0}{S_A^0+\frac{R_B-R_A}{R_A}}=\frac{R_A}{R_B}\cdot e^{(R_A-R_B)t};$$

$$S_A^0(t)=\frac{\frac{R_B}{R_A}-1}{\frac{R_B}{R_A}e^{(R_B-R_A)t}-1}=\frac{R_B-R_A}{R_B e^{(R_B-R_A)t}-R_A}. \qquad (5)$$

Аналогично можно получить выражение для оценки величины сохранившейся площади стороны **B**:

$$S_B^0(t)=\frac{R_A-R_B}{R_A e^{(R_A-R_B)t}-R_B}. \qquad (6)$$

Если воздействие сторон одинаково $(R_A=R_B=R)$, то относительные сохранившиеся площади сторон будут уменьшаться по гиперболическому закону

$$S_A^0(t)=S_B^0(t)=\lim_{R_B\to R_A}\frac{R_A-R_B}{R_A e^{(R_A-R_B)t}-R_B}=$$
$$=\lim_{R_B\to R_A}\frac{R_A-R_B}{R_A e^{(R_A-R_B)t}\cdot(-t)-1}=\frac{-1}{-R_A t-1}=\frac{1}{1+R_A t}. \qquad (7)$$

Запишем выражения (5) и (6) в следующем виде:

$$S_A^0(t)=\frac{2\gamma_A}{1+\gamma_A-(1-\gamma_A)\cdot e^{-2\gamma_A \bar{t}}};$$
$$S_B^0(t)=\frac{2\gamma_A}{(1+\gamma_A)\cdot e^{2\gamma_A \bar{t}}-(1-\gamma_A)}, \qquad (8)$$

где $\bar{t}=\frac{R_A+R_B}{2}t$ - приведенное время;

$\gamma_A=\frac{R_A-R_B}{R_A+R_B}$ - относительное преимущество стороны **A** перед стороной **B** при $R_A \rangle\ R_B$.

Если $\mathbf{R_B > R_A}$, то выражения (8) перепишутся в виде:

$$\mathbf{S_A^0(t)} = \frac{\mathbf{2\gamma_B}}{\mathbf{(1+\gamma_B)\cdot e^{2\gamma_B \bar{t}} - (1-\gamma_B)}};$$

$$\mathbf{S_B^0(t)} = \frac{\mathbf{2\gamma_B}}{\mathbf{(1+\gamma_B) - (1-\gamma_B)\cdot e^{-2\gamma_B \bar{t}}}}, \tag{9}$$

где $\mathbf{\gamma_B} = \frac{\mathbf{R_B - R_A}}{\mathbf{R_A + R_B}}$ - относительное преимущество стороны $\mathbf{B}$ перед стороной $\mathbf{A}$; относительное преимущество $\mathbf{\gamma_A(\gamma_B)}$ зависит от количества средств, площади плацдармов, разрушительного потенциала средств, точности и скорострельности средств.

Приведенные соотношения убедительно иллюстрируют необходимость концентрации сил и средств для достижения превосходства над противостоящей стороной.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кононов В.Б., Кушнерук Ю.И., Евстрат Д.И. Площадная интерпретация модели конфликтной ситуации // Системи обробки інформації. – Харків: НАНУ, ПАНМ, ХВУ, 2001. – Вип.1. – С. 92 - 95.

2. Мороз Ф.В., Кембелл Д.Е. Методы исследования операций. – М: Сов. радио, 1965. – 286 с.

2. Чуев Ю.В. Исследование операций в военном деле. – М.: Воениздат, 1970. – 256 с.

3. Основы теории управления войсками / Под ред. П.К. Алтухова. – М.: Воениздат, 1984. – 297 с.

4. Давыдов Э.Г. Исследование операций. – М.: Высшая школа, 1990. – 459 с.

Поступила в редколлегию 07.09.2001