

О ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ С ВЕЩЕСТВОМ

В.В. Белимов, к.ф.-м.н. Н.П. Галушко, к.т.н. Г.Ф. Коняхин,
к.т.н. А.М. Сотников
(представил д.т.н., проф. Л.Ф. Купченко)

Проведен теоретический анализ динамики нагрева образца пучком лазера.

Проблема взаимодействия лазерного излучения большой мощности с конденсированными средствами имеет прикладной характер и приобрела особую актуальность. Научная литература, связанная с проблемой действия лазерного излучения, чрезвычайно обширна и насчитывает в настоящее время несколько тысяч статей. Обзор большого числа экспериментальных и теоретических работ по лазерной плазме дан в [1,2].

В данной статье рассматривается теоретический анализ динамики нагрева вещества лазерным излучением.

Пусть для полупространства $Z > 0$ (рис.1), занимаемого исследуемым веществом, при $t > 0$ падает с вакуума по нормам к поверхности раздела лазерный пучок с интенсивностью

$$\vec{I}(\mathbf{r}, z, t) = \vec{1}_Z I_0 (\sigma(\mathbf{r}) - \sigma(\mathbf{r} - \mathbf{a})) e^{-\alpha z} * \varphi_0(t), \quad (1)$$

где $\vec{1}_Z$ - единичный вектор вдоль оси Z ; I_0 - плотность потока мощности Вт/м²; $\sigma(\mathbf{r})$ - ступенчатая функция; \mathbf{a} - радиус пучка, α - коэффициент поглощения; $\varphi_0(t)$ - функция времени; k - коэффициент теплопроводности, Вт/мк; c - удельная теплоемкость, Дж/кг*к; ρ - плотность кг/м³.

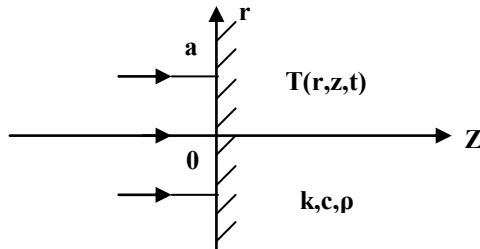


Рис. 1. Полупространство, занимаемое веществом

Поглощение веществом лазерной энергии приводит к приращению температуры вещества на величину $T(\mathbf{r}, z, t)$. Это температурное поле

удовлетворяет неоднородному уравнению теплопроводности

$$\operatorname{div}(\mathbf{k}\operatorname{grad}T) - c\rho \frac{d}{dt} T = \psi(\mathbf{r}, z, t) = \operatorname{div}\vec{I}(\mathbf{r}, z, t). \quad (2)$$

Приведем уравнение (2) к безразмерному виду. Введем характерные величины, связанные с теплофизическими константами среды \mathbf{k} , c и $\rho\mathbf{g}$ ($\mathbf{g} = 9,8 \text{ м/с}$) [3]:

$$\text{характерная длина} \quad l_0 = 3\sqrt[3]{\frac{1}{\mathbf{g}}\left(\frac{\mathbf{k}}{c\rho}\right)^2}; \quad (3)$$

$$\text{характерное время} \quad t_0 = 3\sqrt[3]{\frac{\mathbf{k}}{c\rho\mathbf{g}}}; \quad (4)$$

$$\text{характерная скорость} \quad \mathfrak{G}_0 = \frac{l_0}{t_0} 3\sqrt[3]{\frac{\mathbf{k}}{c\rho}}; \quad (5)$$

$$\text{характерная масса} \quad m_0 = \rho l_0^3 = \frac{1}{\rho\mathbf{g}}\left(\frac{\mathbf{k}}{c}\right)^2; \quad (6)$$

$$\text{характерная энергия} \quad \omega_0 = \frac{m_0 \mathfrak{G}_0^2}{t_0} = \frac{1}{2\rho}\left(\frac{\mathbf{k}}{c}\right)^2 3\sqrt[3]{\frac{1}{\mathbf{g}}\left(\frac{\mathbf{k}}{\rho c}\right)^2}; \quad (7)$$

$$\text{характерная температура} \quad T_0 = \frac{\omega_0}{c\rho l_0^2} = \frac{1}{2c} 3\sqrt[3]{\left(\frac{\mathbf{k}\mathbf{g}}{c\rho}\right)^2}. \quad (8)$$

Теплографические характеристики c , ρ и \mathbf{k} взяты из [3,4].

Введение этих характерных величин, в отличие от обычно используемой техники, связанной с введением чисел Фурье, Био, Стентона и т.д. [5, 6], позволяют привести дифференциальный оператор (2) к инвариантной форме.

После приведения уравнения (2) к безразмерному виду имеем

$$\left(\frac{1}{S} \frac{d}{dS} S \frac{d}{dS} + \frac{d^2}{d\xi^2} - \frac{d}{d\tau}\right) \theta(s, \xi, \tau) = \psi_0(s, \xi, \tau), \quad (9)$$

$$\text{где} \quad s = \frac{r}{l_0}; \quad \xi = \frac{z}{l_0}; \quad \tau = \frac{t}{t_0};$$

$$\theta(s, \xi, \tau) = \frac{1}{T_0} T(l_0 s, l_0 \xi, l_0 \tau); \quad a_0 = \frac{a}{l_0}; \quad \varphi(\tau) = \varphi_0(t_0 \tau);$$

$$\psi_0(s, \xi, \tau) = \frac{l_0^2}{T_0 \mathbf{k}} \Psi(l_0 s, l_0 \xi, l_0 \tau) = \frac{l_0^2 \alpha l_0}{\mathbf{k} T_0} (\sigma(s) - \sigma(s - \alpha_0)) e^{-\alpha l_0 \xi} * \varphi(\tau).$$

При выводе уравнения (9) предполагается, что \mathbf{k} не зависит от координат при $\mathbf{Z} \geq 0$.

Функция Грина уравнения (9) удовлетворяет соотношению

$$\left(\frac{1}{S} \frac{d}{dS} S \frac{d}{dS} + \frac{d^2}{d\xi^2} - \frac{d}{d\tau} \right) G_{s,\xi,\tau} = \frac{\delta(\xi - \xi_0) \delta(s - s_0) \delta(\tau - \tau_0)}{2\pi s}, \quad (10)$$

где $G_{s,\xi,\tau} = G(s, \xi, \tau | s_0, \xi_0, \tau_0)$. (11)

Используем двумерное преобразование Лапласа

$$G_{s,u,\rho} = \int_0^\infty d\xi \int_0^\infty d\tau \tau^{-\rho(\xi+\tau)} G_{s,\xi,\tau}$$

с соответствующей формулой обобщения, причем:

$$G_{s,\xi,\tau} = 0; \quad G_{s,\xi=0} = 0, \quad \rho = 0; \quad \frac{d}{d\xi} G_{s,\xi=0} = 0, \quad \rho = 0. \quad (12)$$

После несложных преобразований, имеем уравнение

$$\left(\frac{1}{S} \frac{d}{dS} S \frac{d}{dS} + u^2 + \rho \right) G_{s,u,\rho} = \frac{\delta(S - S_0)}{2\pi S} e^{-\rho\tau_0 - u\xi_0}. \quad (13)$$

Известно, что его решением является функция [7]:

$$G_{s,u,\rho} = -\frac{e^{-\rho\tau_0 - u\xi_0}}{2\pi} \begin{cases} I_0(S\sqrt{\rho - u^2} k_0(S_0\sqrt{\rho - u^2}), S \leq S_0; \\ I_0(S_0\sqrt{\rho - u^2} k_0(S\sqrt{\rho - u^2}), S \geq S_0. \end{cases} \quad (14)$$

Используя обратное преобразование Лапласа функции Грина, получим

$$G_{s,\xi,\tau} = \frac{\pi(\tau - \tau_0)}{8} \exp\left\{ -\frac{S^2 + S_0^2 + (\xi + \xi_0)^2}{2(\tau - \tau_0)} \right\} I_0\left(\frac{SS_0}{2(\tau - \tau_0)} \right). \quad (15)$$

Тогда для безразмерного приращения температуры $\theta(s, \xi, \tau)$ и из уравнения (9) будем иметь

$$\begin{aligned} \theta(s, \xi, \tau) &= 2\pi \int_0^\infty d\tau_0 \int_0^\infty d\xi_0 \int_0^\infty dS_0 S_0 \Psi_0(s, \xi, \tau) G(s, \xi, \tau/s_0, \xi_0, \tau_0) = \\ &= \frac{\alpha I_0 l_0^2}{4\sqrt{\pi k T_0}} \int_0^\infty d\tau_0 \int_0^\infty d\xi_0 \int_0^\infty dS_0 S_0 \frac{\exp\left\{ -\alpha/l_0 \xi_0 - \frac{S^2 + S_0^2 + (\xi - \xi_0)^2}{4(\tau - \tau_0)} \right\}}{(\tau - \tau_0)^{3/2}} \times \\ &\times I_0\left(\frac{SS_0}{2(\tau - \tau_0)} \right) \varphi(\tau_0). \end{aligned} \quad (16)$$

Последнее выражение для случая $S = 0, \xi = 0$ существенно упрощается:

$$\theta(0,0,\tau) = \frac{\alpha l_0 I_0}{2k\Gamma_0} \int_0^\tau d\tau_0 e^{-(\alpha l_0)^2 \tau_0} \left(1 - e^{-\frac{\alpha_0^2}{\tau_0}} \right) * \left(1 - \Phi(\alpha l_0 \sqrt{\tau}) \right) \cdot \varphi(\tau - \tau_0). \quad (17)$$

Для металлов $\alpha l_0 \gg 1$, поэтому интеграл

$$I = \int_0^\infty \alpha \xi_0 e^{-\alpha l_0 \xi_0} e^{-\frac{\xi_0}{4(\tau - \tau_0)}} d\xi_0$$

можно вычислить асимптотически $8, I \sim \alpha l_0$. Тогда приращение температуры в центре лазерного пятна на поверхности исследуемого вещества будет вычисляться формулой

$$T(0,0,\tau) \cong \frac{I_0 l_0}{2\sqrt{\pi k}} \int_0^\tau \frac{d\tau_0}{\sqrt{\tau - \tau_0}} \varphi(\tau_0) \left(1 - e^{-\frac{\alpha_0^2}{4(\tau - \tau_0)}} \right). \quad (18)$$

Выражение в скобках отличается от единицы (дает вклад в интеграл) либо при исчезающе малых радиусах лазерного пучка, либо при больших временах воздействия, т.е. при

$$a_0^2 \sim 4(\tau - \tau_0). \quad (19)$$

Поэтому

$$T(0,0,\tau) \cong \frac{I_0 l_0}{2\sqrt{\pi k}} \int_0^\tau \frac{d\tau_0}{\sqrt{\tau - \tau_0}} \varphi(\tau_0) = \frac{I_0 l_0}{2\sqrt{\pi k}} * f(\tau). \quad (20)$$

Это выражение используем для вычисления временного изменения температуры поверхности исследуемого вещества на оси лазерного пучка. Полученная информация важна для выбора таких параметров оптоэлектронной системы, как диапазон, полоса частот, точность измерения.

Лазерный «пучок» с хорошей для практики точностью можно аппроксимировать модельной зависимостью (рис.2)

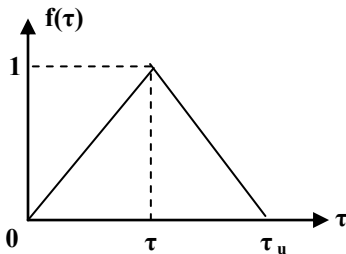


Рис.2. Модельная зависимость лазерного «пучка»

$$\varphi(\tau) = \begin{cases} \frac{1}{\tau_m} \tau, & 0 \leq \tau \leq \tau_m; \\ \frac{\tau_u - \tau}{\tau_u - \tau_m}, & \tau_m \leq \tau \leq \tau_u; \\ 0, & \tau \geq \tau_u. \end{cases} \quad (21)$$

В этом случае

$$f(\tau) = \int_0^{\tau} \frac{dx^* \varphi(x)}{\sqrt{\tau-x}} = \frac{4}{3} \int_0^{\tau} (\tau-x)^{3/2} \varphi''(x) dx =$$

$$= \frac{4}{3} \begin{cases} \frac{\tau^{3/2}}{\tau_m}, & \text{если } 0 \leq \tau \leq \tau_m; \\ \frac{\tau^{3/2}}{\tau_m} - \frac{\tau_u}{\tau_m} \frac{(\tau-\tau_m)^{3/2}}{\tau_u-\tau_m}, & \text{если } \tau_m \leq \tau \leq \tau_u; \\ \frac{\tau^{3/2}}{\tau_m} - \frac{\tau_u}{\tau_m} \frac{(\tau-\tau_m)^{3/2}}{\tau_u-\tau_m} + \frac{(\tau-\tau_m)^{3/2}}{\tau_u-\tau_m}, & \text{если } \tau \geq \tau_u. \end{cases} \quad (22)$$

Из выражения (2) видно, что $f(\infty) = 0$, как и следовало ожидать. Максимальная температура достигается при $\tau = \tau_0$ для $\tau_m < \tau_0 < \tau_u$. Анализ выражения (22) показывает, что

$$\tau_0 = \frac{\beta^2}{\beta^2 - 1} \tau_m,$$

где

$$\beta = \frac{\tau_u}{\tau_u - \tau_m} \quad \{\beta \in [1, \infty)\}. \quad (23)$$

При этом относительное запаздывание температуры по отношению к максимуму лазерного «пучка» равно

$$\delta\tau \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\tau_0 - \tau_m}{\tau_u} = \frac{1}{\beta(\beta+1)}. \quad (24)$$

Своего максимального значения $\delta\tau$ достигает для импульса, у которого $\beta = 1$ ($\tau_m = 0$). При этом $\delta\tau = \frac{1}{2}$ при $\beta = \infty$, $\delta\tau = 0$.

Подставляя τ_0 в (22), получим $f(\tau_0)$ в виде

$$f(\tau_0) = \frac{4}{3} \sqrt{\frac{\beta \tau_u}{\beta+1}}, \quad (25)$$

причем:

$$f(\tau_0)|_{\beta=1} = \frac{4}{3} \sqrt{\frac{\tau_u}{2}};$$

$$f(\tau_0)|_{\beta=\infty} = \frac{4}{3} \sqrt{\tau_u}.$$
(26)

На рис.3. показан вид импульсов при $\beta = 1$ и $\beta = \infty$.

Таким образом, при лазерном нагреве сильно поглощающего вещества следует использовать импульсы с $\beta = \infty$, так как при этом достигается

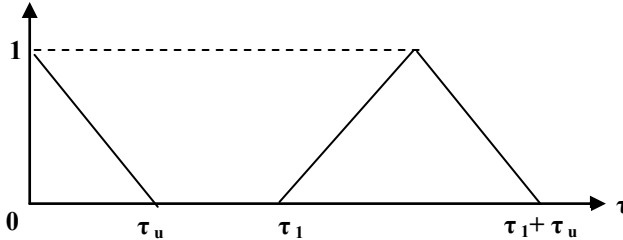


Рис. 3. Вид импульса при $\beta = 1$ и $\beta = \infty$

ется температура в $\sqrt{2}$ раз большая, чем в случае $\beta = 1$ при минимальном запаздывании и фиксированной энергии импульса лазера. Поэтому при создании средств защиты от воздействия лазерного излучения необходимо учитывать полученные выше результаты.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ready J. The Tool and Manufacturing Techn Conf. – Toronto, Sept.29-oct. – 1989. – 2. – P. 7 - 18.
2. Deem H.W., Wood W. D. Sci Instr. –33. – 1962. – P. 1107.
3. Карслоу Г., Егер Д. Теплопроводность твердых тел. – М.: Наука, 1964. – 302 с.
4. Таблицы физических величин / Под ред. И.К. Кокоина. – М.: Атомиздат, 1986. – 1008 с.
5. Клайн С.Дж. Подобие и приближенные методы. – М.: Мир, 1968. – 304 с.
6. Лыков А.В. Теория теплопроводности. – М.: Высшая школа, 1987. – 320 с.
7. Морс Ф.М., Фешбах Г. Методы теоретической физики. – М.: ИЛ, 1968. – 931 с.
8. Олвер Ф. Введение в асимптотические методы и специальные функции. – М.: Наука, 1988. – 376 с.

Поступила в редколлегию 17.09.2001
