

## МЕТОДИКА ПРОЕЦИРОВАНИЯ ВРЕМЕННЫХ СЕРИЙ

Н.М. Федоренко

(представил д.т.н., проф. В.М. Вартанян)

Рассматривается методика прогнозирования процессов, не поддающихся факторному анализу. Предложено использование сплайн - интерполяции на интервалы, меньшие периода данных модели.

Рассмотрим некоторый процесс, сложно поддающийся факторному анализу, в связи с чем построение причинной модели в виде линейной регрессии не представляется возможным. Задачей прогноза является установление количественных оценок тенденций развития исследуемого процесса путем анализа временных серий и проецирования их вперед на период меньше имеющегося интервала получения статистических данных.

Одним из методов получения необходимого решения является экспоненциальное сглаживание, базовая формула которого имеет вид

$$F_t = \alpha A_{t-1} + \sum_{i=1}^{t-2} \alpha(1-\alpha)^i A_{t-(i+1)}, \quad (1)$$

где  $F_t$  – прогноз;  $\alpha$  – вес или константа сглаживания ( $0 < \alpha < 1$ );  $A_{t-(i+1)}$  – текущий спрос прошлого периода.

Предположим, что динамика изменений некоторого наблюдаемого параметра исследуемого процесса имеет вид, представленный в табл. 1.

Таблица 1

Динамика изменений наблюдаемого параметра

№ интервала	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Значение параметра	180	168	159	175	190	205	180	182	$F_9$

Константа сглаживания  $\alpha$  может быть изменена для придания большего веса текущим данным (когда  $\alpha$  высока) или большего веса прошлым данным (когда  $\alpha$  низка) и представляет собой настраиваемый параметр.

Для рассмотренного примера

$$F_9(\alpha) = 182\alpha + 180(1-\alpha)\alpha + 205\alpha(1-\alpha)^2 + 190\alpha(1-\alpha)^3 + 175\alpha(1-\alpha)^4 + 159\alpha(1-\alpha)^5 + 168\alpha(1-\alpha)^6 + 180\alpha(1-\alpha)^7. \quad (2)$$

График зависимости прогнозируемого значения исследуемого параметра от величины константы сглаживания представлен на рис. 1.

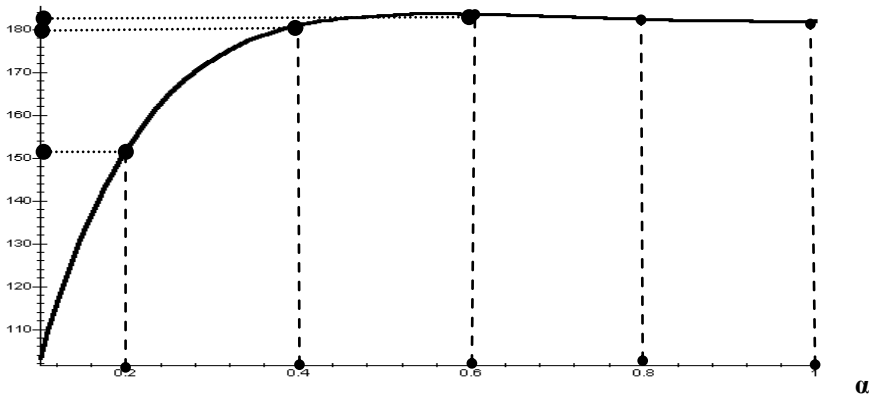


Рис.1. График зависимости прогнозируемого значения исследуемого параметра от величины константы сглаживания

Однако, полученная оценка не позволяет установить значения исследуемого параметра внутри периодов рассматриваемой временной серии, так как она характеризует его прогноз на конец временного интервала.

Использование для этой цели полиномиальной интерполяции для имеющихся в таблице данных приводит к следующей аналитической зависимости

$$F(t) = 0.071233 t^7 - 2.1931 t^6 + 27.732 t^5 - 185.74 t^4 + 704.93 t^3 - 1489.1 t^2 + 1576.3 t - 452.04. \quad (3)$$

График функции  $F(t)$  представлен на рис. 2.

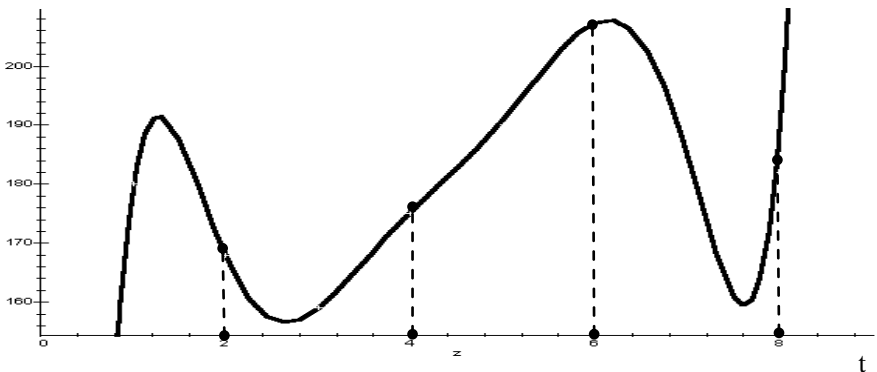


Рис.2. График функции  $F(t)$

Очевидно, что он не может быть использован для прогноза поведения функции на интервале [8, 9].

Наилучшие результаты дает в этом случае использование линейной и кубической сплайн-интерполяции для различных интервалов между узловыми точками. При этом для кубической интерполяции аппарат сплайн - аппроксимации позволяет получить полиномы, которые дают непрерывность в узловых точках не только представляемой ими функции, но и ее первых и даже вторых производных для данных табл. 1.

Вид соответствующих интерполирующих полиномов представлен в табл. 2.

Таблица 2

Интерполирующие полиномы

Интервал	$F(t)_{n=1}$	$F(t)_{n=3}$
$t < 2$	$192. - 12.t$	$192. - 14.149t + 3.2236t^2 - 1.07454t^3$
$t < 3$	$186.0 - 9.t$	$116.421 + 99.218t - 53.45t^2 + 8.3727t^3$
$t < 4$	$111.+15.9t$	$623.72 - 408.08t + 115.6t^2 - 10.4163t^3$
$t < 5$	$115. + 15.t$	$- 509.65 + 441.94t - 96.86t^2 + 7.29268t^3$
$t < 6$	$115. + 15.t$	$2621.2 - 1436.5t + 278.8t^2 - 17.7543t^3$
$t < 7$	$354. - 24.9t$	$- 6338.2 + 3043.1t - 467.7t^2 + 23.7248t^3$
otherwise	$166.+ 2.0t$	$5279. - 1935.68t + 243.4t^2 - 10.1449t^3$

Графики соответствующих функций представлены на рис. 3. Оба графика (рис. 3) дают прогнозируемое значение исследуемой функции для  $F(t)_{n=1}|_{t=9} = F(t)_{n=3}|_{t=9} = 183$ , что совпадает со значением функции прогноза (рис. 1) для величины константы сглаживания  $\alpha = 0.6$ .

Таким образом, процедура получения количественных оценок тенденций развития исследуемого процесса путем анализа временных серий и проецирования их вперед на период, меньший имеющегося интервала получения статистических данных, для процессов не поддающийся факторному анализу, сводится к:

- определению прогноза методом экспоненциального сглаживания на последующем интервале модели процесса;

– построению сплайн - функций для различных интервалов между узловыми точками, включая и прогнозируемую;

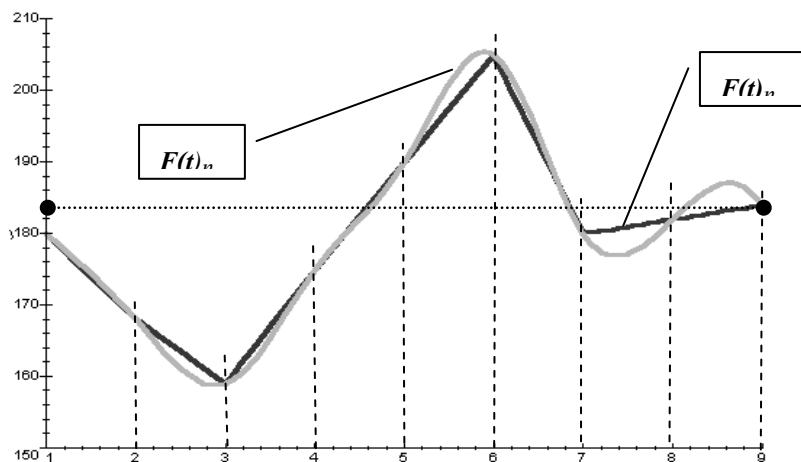


Рис.3. Графики функций  $F(t)_{n=1}$  и  $F(t)_{n=3}$

– оценке развития процесса на периоде меньшем рассматриваемого интервала с использованием, например, метода меняющегося среднего.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Мхитарян В.С. Статистические методы в управлении качеством продукции. – М.: Финансы и статистика, 1982. – 237 с.
2. Смоляк С.А., Титаренко Б.П. Устойчивые методы оценивания. – М.: Статистика, 1980. – 208 с.
3. Хьюбер Дж. Робастность в статистике. – М.: Мир, 1984. – 304 с.
4. Дубров А.М., Мхитарян В.С., Трошин Л.И. Многомерные статистические методы. – М.: Финансы и статистика, 1998. – 352 с.

*Поступила в редколлегию 17.10.2001*