УДК 621.313; 621.314

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДИЗЕЛЬ-ИНЕРЦИОННОЙ УСТАНОВКИ ГАРАНТИРОВАННОГО ПИТАНИЯ С СОВМЕЩЕННОЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ МАШИНОЙ

д.т.н., проф. Б.Т. Кононов, А.Е. Ручка

В статье приводятся уравнения, описывающие математическую модель дизель-инерционной установки гарантированного питания с совмещенной электрической машиной.

Для получения целостного представления о закономерностях и существенных связях, отражающих характер протекания различных процессов в системах электроснабжения с дизель-инерционными установками гарантированного питания, в качестве преобразователя электрической энергии, в которых используется совмещенная электрическая машина, необходимо установить причинно-следственную обусловленность процессов, происходящих в реальных условиях работы. В качестве показателей, которые могут быть использованы для оценки совершенства работы установки гарантированного питания, естественно использовать показатели качества вырабатываемого напряжения.

Во всех случаях изменения режима работы установки гарантированного питания и системы электроснабжения в целом необходимо обеспечить сохранение работоспособности, поддерживая требуемое качество напряжения на шинах гарантированного питания. Для управления установкой гарантированного питания необходимо иметь возможность оценить реакцию установки на возмущающие и управляющие воздействия и установить связь между показателями качества напряжения на шинах гарантированного питания и параметрами установок гарантированного питания, режимом работы ее цепей возбуждения, величиной и характером нагрузки системы электроснабжения и показателями качества напряжения питающей сети в установившихся и переходных режимах работы. Для получения таких соотношений разрабатывается математическая модель дизель-инерционной установки гарантированного питания.

Совмещенные электрические машины, статорные обмотки которых подключены на напряжение разных частот, имеют ряд специфических особенностей. Использование совмещенных электрических машин в качестве преобразователя энергии (как элемента установки гарантированного питания) требует учесть при разработке математической модели ряд факторов, ранее не рассматривавшихся [1].

Для анализа работы совмещенных электрических машин в составе дизель-инерционных установок гарантированного питания выделим то главное, что позволит раскрыть основные процессы, происходящие в электрической машине, как бы состоящей из двух «отдельных» электрических машин с разным числом пар полюсов $\mathbf{p_1}$ и $\mathbf{p_2}$. Будем рассматривать трехфазную систему обмоток каждой «отдельной» электрической машины в двухфазном варианте, позволяющем перейти к уравнениям равновесия напряжения, в которых периодически изменяющиеся во времени коэффициенты при переменных приводятся к постоянным величинам. Кроме того, токи, напряжения, потокосцепления, угловые частоты вращения, вращающие моменты, активные и реактивные сопротивления удобно представлять в системе относительных единиц, приведенных к единой системе, в которой в качестве базисных приняты номинальные характеристики электрической машины. Цепи ротора предполагаются приведенными к статору. В качестве единицы времени используется электрический радиан, а при частоте, равной 50 Гц, время, равное 1с, соответствует 314 электрическим радианам. Для наиболее общего и в то же время наиболее сложного варианта совмещенной электрической машины, содержащей две статорные обмотки, две обмотки возбуждения и две демпферные обмотки, представим уравнения равновесия напряжений и уравнения равновесия вращающих моментов в метрической форме:

$$\breve{\mathbf{U}} = \breve{\mathbf{r}}\,\breve{\mathbf{I}} + \frac{\mathbf{d}\,\breve{\boldsymbol{\Psi}}}{\mathbf{dt}} + \breve{\boldsymbol{\omega}}\boldsymbol{\Psi}\,; \tag{1}$$

$$\mathbf{T_j}\frac{\mathbf{d^2\Theta}}{\mathbf{dt^2}} = \mathbf{M_д} - \left(\boldsymbol{\Psi}_{\mathbf{q1}}\mathbf{I_{d1}} - \boldsymbol{\Psi}_{\mathbf{d1}}\mathbf{I_{q1}}\right) - \left(\boldsymbol{\Psi}_{\mathbf{q2}}\mathbf{I_{d2}} - \boldsymbol{\Psi}_{\mathbf{d2}}\mathbf{I_{q2}}\right),$$

где $\breve{\mathbf{U}}$ - матрица напряжений; $\breve{\mathbf{r}}$ - матрица сопротивлений;

$\breve{\mathbf{I}}$ - матрица токов;

$\breve{\boldsymbol{\Psi}}$ - матрица потокосцеплений;

$\breve{\boldsymbol{\omega}}$ - матрица угловых частот вращения;

$\mathbf{M_д}$ - движущий момент;

$\mathbf{T_j}$ - инерционная постоянная;

$\boldsymbol{\Psi}_{\mathbf{qi}}, \boldsymbol{\Psi}_{\mathbf{di}}, \mathbf{I_{di}}, \mathbf{I_{qi}}$ - токи и потокосцепления статорных контуров в проекциях на оси $\mathbf{d}$ и $\mathbf{q}$;

$\mathbf{i = 1{,}2}$.

Матрицы напряжений, токов, потокосцеплений, сопротивлений и угловых частот вращения представлены следующим образом:

$$\breve{U} = \begin{Vmatrix} -U_{d1} \\ -U_{q1} \\ -U_{d2} \\ -U_{q2} \\ U_{f1} \\ U_{f2} \\ 0 \\ 0 \end{Vmatrix}; \qquad \breve{I} = \begin{Vmatrix} I_{d1} \\ I_{q1} \\ I_{d2} \\ I_{q2} \\ I_{f1} \\ I_{f2} \\ I_{rd} \\ I_{rq} \end{Vmatrix}; \qquad \breve{\Psi} = \begin{Vmatrix} \Psi_{d1} \\ \Psi_{q1} \\ \Psi_{d2} \\ \Psi_{q2} \\ \Psi_{f1} \\ \Psi_{f2} \\ \Psi_{rd} \\ \Psi_{rq} \end{Vmatrix}; \tag{2}$$

$$\breve{r} = \begin{Vmatrix} r_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & r_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & r_{f1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & r_{f1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & r_r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & r_r \end{Vmatrix};$$

$$\breve{\omega} = \begin{Vmatrix} 0 & \omega & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\omega & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \omega & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\omega & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{Vmatrix},$$

где U_{di}, U_{qi}, U_{fi} - напряжения статорных и роторных контуров $(i = 1,2)$; $I_{fi}, I_{rd}, I_{rq}, \Psi_{fi}, \Psi_{rd}, \Psi_{rq}$ - токи и потокосцепления роторных контуров $(i = 1,2)$; r_i, r_{fi}, r_r - активные сопротивления статорных и роторных контуров $(i = 1,2)$.

Связь между потокосцеплениями и токами в уравнениях (1) представим в виде

$$\breve{\Psi} = \breve{x} \cdot \breve{I}\ , \tag{3}$$

где $\breve{x}$ - матрица реактивных сопротивлений статорных и роторных контуров:

$$\breve{x} = \begin{Vmatrix} x_{d1} & 0 & k_{12}x_{ad} & 0 & x_{ad} & k_{12}x_{ad} & x_{ad} & 0 \\ 0 & x_{q1} & 0 & k_{12}x_{aq} & 0 & 0 & 0 & x_{aq} \\ k_{21}x_{ad} & 0 & x_{d2} & 0 & k_{21}x_{ad} & x_{ad} & x_{ad} & 0 \\ 0 & k_{21}x_{aq} & 0 & x_{q2} & 0 & 0 & 0 & x_{aq} \\ x_{ad} & 0 & k_{12}x_{ad} & 0 & x_{f1} & x_{ad} & x_{ad} & 0 \\ k_{21}x_{ad} & 0 & x_{ad} & 0 & x_{ad} & x_{f2} & x_{ad} & 0 \\ x_{ad} & 0 & k_{12}x_{ad} & 0 & x_{ad} & x_{ad} & x_{rd} & 0 \\ 0 & x_{aq} & 0 & k_{12}x_{aq} & 0 & 0 & 0 & x_{rq} \end{Vmatrix};$$

$x_{di}, x_{qi}, x_{fi}, x_{rd}, x_{rq}$ - реактивные сопротивления статорных и роторных контуров;

x_{ad}, x_{aq} - сопротивления взаимной индукции по осям d и q;

k_{12} - обмоточный коэффициент, учитывающий влияние поля обмотки с числом пар полюсов p_2 на поле, создаваемое обмоткой с числом пар полюсов p_1;

k_{21} - обмоточный коэффициент, учитывающий влияние поля обмотки с числом пар полюсов p_1 на поле, создаваемое обмоткой с числом пар полюсов p_2.

Обмоточные коэффициенты k_{12} и k_{21} определяются величинами коэффициентов укорочения шага k_{y12} и k_{y21}.

Коэффициент укорочения шага витка «первой» машины в поле обмотки с числом пар полюсов p_2 определяется общеизвестной формулой [1]:

$$k_{y12} = \sin \frac{y_1}{\tau_2}\frac{\pi}{2}, \tag{4}$$

где y_1 - шаг витка «первой» машины;

τ_2 - полюсное деление «второй» машины.

Коэффициент укорочения шага витка «второй» машины в поле обмотки с числом пар полюсов p_1 будет равен

$$k_{y21} = \sin \frac{y_2}{\tau_1}\frac{\pi}{2}, \tag{5}$$

где y_2 - шаг витка «второй» машины;

τ_1 - полюсное деление «первой» машины.

В совмещенной электрической машине выполняется соотношение

$$\tau_1 p_1 = \tau_2 p_2. \tag{6}$$

Учитывая (6), представим (4) и(5) в виде:

$$k_{y12} = \sin\frac{p_2}{p_1}\frac{y_1}{\tau_1}\frac{\pi}{2}; \qquad k_{y21} = \sin\frac{p_1}{p_2}\frac{y_2}{\tau_2}\frac{\pi}{2}. \tag{7}$$

Совмещенную электрическую машину целесообразно сконструировать таким образом, чтобы электродвижущие силы, индуктируемые в обмотках от «соседних» машин (так называемые «паразитные» ЭДС) были равны нулю. Для этого необходимо обеспечить равенство нулю k_{y12} и k_{y21}. Достичь этого не представляет особого труда. Так, например, для электрической машины, работающей на частотах 400 Гц и 50 Гц, $\frac{p_2}{p_1} = 8$. Поэтому обмотку «первой» машины можно для компенсации «паразитной» ЭДС выполнить с полным шагом, а обмотку «второй» машины выполнить с укороченным шагом, приняв $\tau_2 = \frac{1}{16} y_2$. В этих условиях $k_{12} = k_{21} = 0$ и матрица $\breve{x}$ будет иметь вид

$$\breve{x} = \begin{Vmatrix} x_{d1} & 0 & 0 & 0 & x_{ad} & 0 & x_{ad} & 0 \\ 0 & x_{q1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & x_{aq} \\ 0 & 0 & x_{d2} & 0 & 0 & x_{ad} & x_{ad} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & x_{q2} & 0 & 0 & 0 & x_{aq} \\ x_{ad} & 0 & 0 & 0 & x_{f1} & x_{ad} & x_{ad} & 0 \\ 0 & 0 & x_{ad} & 0 & x_{ad} & x_{f2} & x_{ad} & 0 \\ x_{ad} & 0 & 0 & 0 & x_{ad} & x_{ad} & x_{rd} & 0 \\ 0 & x_{aq} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & x_{rq} \end{Vmatrix}. \tag{8}$$

Будем считать, что все электроприемники возможно заменить эквивалентной статической нагрузкой, проводимости которой $g_{нi}$ и $b_{нi}$ определяются из соотношений:

$$g_{нi} = \frac{r_{нi}}{r_{нi}^2 + x_{нi}^2}\ ;\ b_{нi} = \frac{x_{нi}}{r_{нi}^2 + x_{нi}^2}\ , \tag{9}$$

где $r_{нi}$, $x_{нi}$ - активное и реактивное сопротивление нагрузки.

С учетом соотношения (9) представим связь между величинами $I_{dнi}$, $I_{qнi}$ и U_{di}, U_{qi} следующим образом:

$$I_{dнн} = U_{di} g_{нi} - U_{qi} b_{нi}\ ; \qquad I_{qнн} = U_{di} b_{нi} + U_{qi} g_{нi}. \tag{10}$$

Для случая автономной работы совмещенной электрической машины, в (10) можно считать, что $I_{dнi} = I_{di}$, а $I_{qнi} = I_{qi}$. Объединяя соотношения (1) и (10), получим:

$$
\begin{aligned}
&\mathbf{I}_{di} + \left(r_i \mathbf{I}_{di} + \frac{d\Psi_{di}}{dt} + \omega\Psi_{qi} \right) g_{нi} - \left(r_i \mathbf{I}_{qi} + \frac{d\Psi_{qi}}{dt} - \omega\Psi_{di} \right) b_{нi} = 0\,; \\
&\mathbf{I}_{qi} + \left(r_i \mathbf{I}_{di} + \frac{d\Psi_{di}}{dt} + \omega\Psi_{qi} \right) b_{н} + \left(r_i \mathbf{I}_{qi} + \frac{d\Psi_{qi}}{dt} - \omega\Psi_{di} \right) g_{н} = 0\,.
\end{aligned}
\tag{11}
$$

Суммируя результат умножения первого уравнения системы (11) на $g_н$, а второго на $b_н$ и учитывая, что $g_н^2 + b_н^2 = \frac{1}{z_н^2}$, $g_н z_н^2 = r_н$ и $b_н z_н^2 = x_н$, после преобразований получим

$$
\frac{d\Psi_{di}}{dt} = -\mathbf{I}_{di}\left(r_i + r_{нi}\right) - \mathbf{I}_{qi} x_{нi} - \omega\Psi_{qi}\ . \tag{12}
$$

Суммируя результат умножения первого из уравнений системы (11) на $b_н$, а второго на $q_н$, получим после преобразований

$$
\frac{d\Psi_{qi}}{dt} = \mathbf{I}_{qi}\left(r_i + r_{нi}\right) + \mathbf{I}_{di} x_н + \omega x_{di}\ . \tag{13}
$$

Для получения однообразной формы записи уравнений (1), (12) и (13) представим в этих уравнениях токи через потокосцепления, введя для этого матрицу реактивных проводимостей $\breve{\mathbf{f}} = \breve{x}\,\breve{\mathbf{I}}^{-1}$. Действительно, поскольку $\breve{\Psi} = \breve{x}\,\breve{\mathbf{I}}$, постольку $\breve{x}^{-1}\breve{\Psi} = \breve{x}^{-1}\breve{x}\,\breve{\mathbf{I}}$, откуда следует, что

$$
\breve{\mathbf{I}} = \breve{\mathbf{f}}\,\breve{\Psi}\ , \tag{14}
$$

где матрица проводимостей $\breve{\mathbf{f}}$ имеет вид

$$
\breve{\mathbf{f}} = \breve{x}^{-1} = \begin{Vmatrix}
f_{dd1} & 0 & 0 & 0 & -f_{df1} & 0 & f_{ddr} & 0 \\
0 & f_{qq1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -f_{qqr1} \\
0 & 0 & f_{dd2} & 0 & 0 & -f_{df2} & f_{ddr2} & 0 \\
0 & 0 & 0 & f_{qqr} & 0 & 0 & 0 & -f_{qqr2} \\
-f_{df1} & 0 & 0 & 0 & f_{ff1} & -f_{ff12} & -f_{dfr1} & 0 \\
0 & 0 & -f_{dfr} & 0 & -f_{ff12} & f_{ffr} & -f_{dfr2} & 0 \\
f_{ddr} & 0 & 0 & 0 & -f_{dfr1} & f_{dfr2} & f_{drr} & 0 \\
0 & -f_{qqr} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & f_{rrr}
\end{Vmatrix}.
$$

Выполнив преобразования в соответствии с (14), представим первое уравнение системы (1) в виде следующей системы уравнений:

$$
\begin{aligned}
\frac{d\Psi_{d1}}{dt} = &-f_{dd1}\left(r_1 + r_{н1}\right)\Psi_{d1} - \left(f_{qq1} x_{н1} + \omega\right)\Psi_{q1} + f_{df1}\left(r_1 + r_{н1}\right)\Psi_{f1} - \\
&- f_{ddr}\left(r_1 + r_{н1}\right)\Psi_{rd} + f_{qqr} x_{н1}\Psi_{rq}\,;
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&\frac{d\Psi_{q1}}{dt}=\left(f_{dd1}x_{н1}+\omega\right)\Psi_{d1}-f_{qq1}\left(r_1+r_н\right)\Psi_{q1}-f_{df1}x_{н1}\Psi_{f1}+\\
&+f_{ddr}x_{н1}\Psi_{rd}+f_{qqr}\left(r_1+r_н\right)\Psi_{rq};\\
&\frac{d\Psi_{d2}}{dt}=-f_{dd2}\left(r2+r_{н2}\right)\Psi_{d2}-\left(f_{qq2}x_{н2}+\omega\right)\Psi_{q2}+f_{df2}\left(r_2+r_{н2}\right)\Psi_{f2}-\\
&-f_{ddr}\left(r_2+r_{н2}\right)\Psi_{rd}+f_{qqr}x_{н2}\Psi_{rq};\\
&\frac{d\Psi_{q2}}{dt}=\left(f_{dd2}x_{н2}+\omega\right)\Psi_{d2}-f_{qq2}\left(r_2+r_{н2}\right)\Psi_{q2}-f_{df2}x_{н2}\Psi_{f2}+\\
&+f_{ddr}x_{н2}\Psi_{rd}+f_{qqr}\left(r_2+r_{н2}\right)\Psi_{rq};\\
&\frac{d\Psi_{f1}}{dt}=r_{f1}f_{df1}-f_{ff1}r_{f1}\Psi_{f1}+f_{f12}\Psi_{f1}+f_{dfr1}r_{f1}\Psi_{rd1}+U_{f1};\\
&\frac{d\Psi_{f2}}{dt}=r_{f2}f_{df2}-f_{ff2}r_{f2}\Psi_{f2}+f_{f12}\Psi_{f2}+f_{dfr2}r_{f2}\Psi_{rd1}+U_{f2};\\
&\frac{d\Psi_{rd1}}{dt}=-f_{ddr}r_r\Psi_{d1}+f_{dfr1}r_r\Psi_{f1}-f_{dfr2}r_r\Psi_{f2}-f_{drr1}r_r\Psi_{rd1};\\
&\frac{d\Psi_{rq1}}{dt}=f_{qqr1}r_r\Psi_{q1}-f_{qrr1}r_r\Psi_{rq}.
\end{aligned}
\tag{15}
$$

Система уравнений (15) совместно со вторым уравнением системы уравнений (1) образуют математическую модель дизель-инерционной установки гарантированного питания с совмещенной электрической машиной. Разработанная математическая модель отличается следующими особенностями:

- она учитывает взаимосвязь электромагнитных и электромеханических переходных процессов;
- она учитывает влияние демпферных контуров и колебания ротора генератора;
- в качестве зависимых переменных в математической модели используются потокосцепления.

Разработанная модель позволяет провести исследования переходных режимов работы, связанных с исчезновением напряжения и неполнофазными режимами работы цепей внешнего ввода, сбросом и набросом нагрузки вплоть до короткого замыкания на шинах гарантированного питания, отклонениями и колебаниями напряжения и частоты внешней сети.

ЛИТЕРАТУРА

1. Загрядский В.И. Совмещенные электрические машины. – Кишинев: Картя Молдовеняскэ, 1972. – 164 с.

Поступила в редколлегию 19.10.2001