

СИНТЕЗ НЕЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ ПО ЗАДАНЫМ ПОКАЗАТЕЛЯМ КАЧЕСТВА

д.т.н., проф. В.И. Капалин, Данг Ван Уи

Метод корневого годографа является одним из основных методов анализа и синтеза линейных стационарных систем. Этот метод может быть использован для приближенного синтеза нелинейных систем по заданным показателям качества. Такое обобщение возможно за счет использования метода равномерной линеаризации и полиномиальных аппроксимаций нелинейностей с использованием интерполяционного полинома Лагранжа с узлами Чебышева.

Основной сложностью задач анализа и синтеза нелинейных систем автоматического управления является то обстоятельство, что для них непосредственно не приемлемы методы классической теории управления – корневые и частотные. Разработанные к настоящему времени методы гармонической и статистической линеаризации предназначены для решения специального вида задач. Но их теория не дает основания для их применения для проектирования нелинейных систем по заданным показателям качества.

В отличие от этих методов, метод равномерной линеаризации, предложенный в [1] может быть применен для анализа переходных процессов в нелинейных системах, а значит, и для синтеза нелинейных систем по заданным показателям качества.

Пусть нелинейность системы $y = f(u)$ – непрерывная функция. Метод равномерной линеаризации основан на замене этой функции на отрезке аппроксимации $[a, b]$ степенным полиномом $p_n(u)$ в степени n , коэффициенты которого находятся из условия

$$\max_{u \in [a, b]} |f(u) - p_n(u)| \rightarrow \min. \quad (1)$$

Точных формул для нахождения коэффициентов полинома $p_n(u)$ из условия (1) не существует. Однако, эти коэффициенты могут быть найдены приближенно с использованием интерполяционного полинома Лагранжа с узлами Чебышева, записываемого через полиномы Чебышева $T_k(u)$ для отрезка $[-1, 1]$ в виде

$$p_n(u) = \frac{1}{2} A_0 + \sum_{k=1}^n A_k T_k(u), \quad (2)$$

где коэффициенты A_k вычисляются через значения функции $y = f(u)$ в узлах интерполирования по известным формулам [1].

Для случая нечетных нелинейных характеристик и симметричного интервала аппроксимации $[-a, a]$ интерполяционный полином (2) записывается в виде

$$p_n(u) = \sum_{k=1}^n A_k T_k\left(\frac{u}{a}\right). \quad (3)$$

Для $n = 1$ (равномерная линеаризация) получаем

$$p_1(u) = \frac{\sqrt{2}}{a} f\left(\frac{a}{\sqrt{2}}\right) u. \quad (4)$$

Коэффициент равномерной линеаризации получается в виде

$$k = \frac{\sqrt{2}}{a} f\left(\frac{a}{\sqrt{2}}\right). \quad (5)$$

Формулы (3), (4) и (5) могут быть использованы при анализе переходных процессов, а значит и при синтезе нелинейных систем по заданным показателям качества. Для этого можно использовать метод корневого годографа [2]. Использование теории равномерных аппроксимаций нелинейностей [1] позволяет обобщить теорию метода корневого годографа на случай нелинейных систем с одним входом и одним выходом. Рассмотрим нелинейную систему с обратной связью, структурная схема которой приведена на рис.1. На этой схеме K – искомый коэффициент усиления регулятора; $W_1(p)$ и $W_2(p)$ – передаточные функции исполнительного устройства и объекта управления соответственно, $f(u)$ – нечетная непрерывная нелинейная функция (статическая нелинейность).

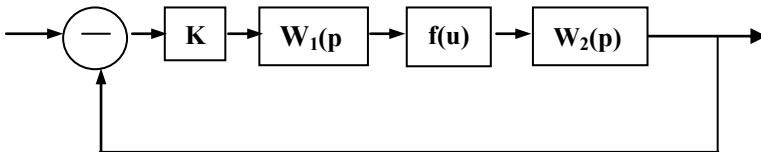


Рис.1. Нелинейная система с обратной связью

Метод равномерной линеаризации состоит в переходе от этой нелинейной системы к ее линейной модели, структурная схема которой приведена на рис. 2. Нелинейность $f(u)$ заменяется линейной зависимостью k .

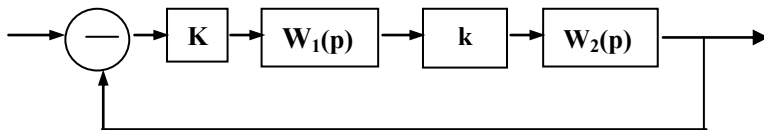


Рис. 2. Линейная модель

Здесь k – коэффициент равномерной линеаризации (5). Передаточная функ-

ция разомкнутой цепи линейной модели имеет вид

$$\mathbf{H}(p) = \mathbf{W}_1(p)\mathbf{k}\mathbf{W}_2(p) . \quad (6)$$

Таким образом, нелинейной системе сопоставляется семейство линейных моделей, где параметр \mathbf{k} , определяющий это семейство, определяется величиной входного сигнала на нелинейность. Теперь, применяя метод корневого годографа для линеаризованной системы, можно построить кривые, задающие расположения полюсов замкнутой системы, определить показатели качества и произвести синтез системы по заданным показателям качества. Необходимо отметить, что в отличие от линейного случая одному фиксированному значению коэффициента усиления регулятора соответствует не один набор точек корневого годографа, на набор отрезков кривых корневого годографа в зависимости от уровня входного сигнала на нелинейность. Поэтому синтез осуществляется для всех возможных значений коэффициента линеаризации для заданного рабочего диапазона сигналов.

Другой вариант расчетов состоит в использовании нелинейных аппроксимаций функции $\mathbf{f}(\mathbf{u})$. С использованием теории минимаксных аппроксимаций функция $\mathbf{f}(\mathbf{u})$ заменяется степенным полиномом, коэффициенты которого для заданного интервала аппроксимации $[-\mathbf{a}, \mathbf{a}]$ находятся как коэффициенты интерполяционного полинома Лагранжа с узлами Чебышева. Для аппроксимирующего полинома третьей степени нелинейная система на рис.1 заменяется ее нелинейной моделью на рис.3.

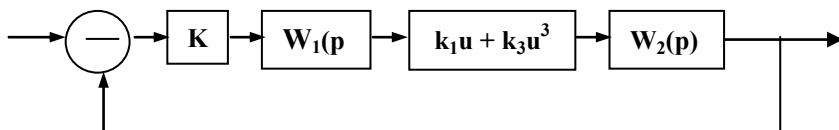


Рис.3. Нелинейная модель

Дальнейший расчет и синтез регулятора осуществляется по эквивалентной передаточной функции $\mathbf{H}_3(j\omega)$ методом корневого годографа.

ЛИТЕРАТУРА

1. Пупков К.А., Капалин В.И., Ющенко А.С. Функциональные ряды в теории нелинейных систем. – М.: Наука, 1976. – 386 с.
2. Бесекерский В.А., Попов Е.П. Теория систем автоматического регулирования. – М.: Наука, 1975. – 428 с.

Поступила в редколлегию 17.09.2001