УДК 519.863: 658.14 / 17: 658.8

ПОИСКОВЫЙ АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ЧАСТИЧНО ЦЕЛОЧИСЛЕННОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Г.Б. Варшавьяк, к.т.н. В.Ю. Дубницкий,
к.э.н. Л.Г. Шемаева, к.т.н. В.Н. Шемаев
(представил д.т.н., проф. Е.В. Артеменко)

Описан алгоритм решения задачи выбора по критерию минимальной стоимости варианта закупки сырья. Переменными величинами приняты объём и количество закупаемых партий, стоимость партии, зависящая от её объёма стоимость оформления заказа, зависящая от его стоимости. Некоторые из переменных – целочисленные.

В [1] рассмотрена задача, которая на вербальном уровне формулируется следующим образом. Располагая информацией о ценовой политике (зависимости цены партии от её объёма и стоимости оформления заказа, зависящей от длительности этой процедуры) и потребности в закупаемой продукции, требуется выбрать такой набор типов (по объёму) закупаемых партий и условий их закупки, который имел бы минимальную суммарную стоимость. При этом требуется, естественно, выполнение очевидного ограничения, смысл которого в том, что количество закупленного сырья должно быть не менее требуемого.

Постановка задачи: требуется минимизировать выражение вида

$$\mathbf{C_{зак i}} = \sum_{j=1}^{m+1} \sum_{i=1}^{n+1} \mathbf{Ц_{пi} G_i (1+\alpha_j) \to min}; \qquad (1)$$

при условии, что

$$\sum_{i=1}^{n=1} \mathbf{G_i d_i \geq N}. \qquad (2)$$

Здесь принято, что $\mathbf{Ц_{пi}}$ $(\mathbf{i = \overline{1, n+1}})$ - цена партии $\mathbf{i}$ - го типа; $\mathbf{G_i}$ - подлежащее определению количество закупаемых партий $\mathbf{i}$ - го типа, $\alpha_\mathbf{j}(\mathbf{j = \overline{1, m+1}})$ - коэффициент, характеризующий длительность оформления заказа, тем больший, чем меньше времени уходит на оформление сделки; $\mathbf{d_i}$ - минимальный объём партии $\mathbf{i}$ - го типа; $\mathbf{N}$ - потребное количество сырья. По смыслу задачи величины $\mathbf{Ц_{пi}}$, $\mathbf{G_i}$, $\mathbf{d_i}$, $\mathbf{N}$ - неотрицательные; $\mathbf{G_i}$, $\mathbf{d_i}$ - целочисленные.

Близкая к данной постановке задача приведена в [2]. Отличием рассматриваемой в настоящем сообщении задачи от указанной выше является то, что переменные $\mathbf{N_i}$ и $\mathbf{d_i}$ представлены в виде таблиц, при этом внутри строки таблицы они могут меняться непрерывно. Зависимость изменения цены товара от объёма закупаемой партии приведена в табл.1.

Таблица 1

Цена единицы товара в зависимости от объёма закупки

№ п/п	Объём закупаемой партии $\mathbf{N_c}$	Стоимость единицы товара
1	$\mathbf{0 \le N_{c1} \le A1}$	$\mathbf{Ц_{c1}}$
2	$\mathbf{A1 \le N_{c1} \le A2}$	$\mathbf{Ц_{c2}}$
…	….	…..
i	$\mathbf{A_{i-1} \langle N_{c_i} \le A_i}$	$\mathbf{Ц_{ci}}$
…	… … …	$\mathbf{Ц_{cn}}$
n+1	$\mathbf{\rangle A_n}$	$\mathbf{Ц_{cn+1}}$

Условия стоимости оформления сделки в зависимости от времени оформления указаны в табл. 2.

Таблица 2

Стоимость оформления сделки в зависимости от времени

№ п/п	Время оформления $\mathbf{T_ф}$	Условия оформления
1	$\mathbf{0 \le t \le t_1}$	$\mathbf{\alpha 1}$
2	$\mathbf{t_1 \le t \le t_2}$	$\mathbf{\alpha 2}$
…	**…….**	**….**
j	$\mathbf{t_{j-1} \le t \le t_j}$	$\mathbf{\alpha j}$
…	**…**	**…**
m	$\mathbf{t_{m\text{-}1} \langle t \le t_m}$	$\mathbf{\alpha m}$
m+1	$\mathbf{t_m \langle t \langle t_{m+1}}$	$\mathbf{\alpha m+1}$

В этой таблице принято, что количество условий оформления заказа **m**+1, т.е. **m**+1 – временной интервал и $\mathbf{t_{m+1}}$ – заведомо большой срок оформления заказа.

Для удобства дальнейшего изложения таблицу 1 представим в виде табл. 3. Алгоритм, предлагаемый для решения поставленной задачи минимизации стоимости закупаемой партии товара за счет оптимизации условий его закупки и оформления, основан на использовании интерактивной (человеко - машинной) процедуры выбора решения.

Алгоритм решения задачи.

1. Этап случайного (на основе равномерно распределённых чисел)

выбора строки (типа партии по виду градации объёма).

2. Этап случайного выбора количества закупаемого сырья в партии данной градации по объёму.

Последовательность выполнения операций следующая.

1. Исходя из известных условий поставки, составляют таблицы 1, 2, 3. Эти операции могут быть выполнены в ручном или автоматизированном режиме.

2. Отбрасываем лишние строки в табл. 3, то есть те строки, где $\mathbf{A_i > G}$, где $\mathbf{G}$ - количество закупаемых партий.

Отыскивается первая строка в табл. 3, где $\mathbf{A_i > G}$, где $\mathbf{i = 1,n}$, устанавливаем $\mathbf{n` = i}$, $\mathbf{A_i = G}$, в дальнейшем под $\mathbf{n}$ будем понимать $\mathbf{n`}$.

3. Нулевой шаг алгоритма: вычисляют величины

$$\mathbf{C_{закj} = G_j \ (1+\alpha_j),\ j = 1,2, (m+1).} \qquad (3)$$

Наилучшее решение:

$$\mathbf{C_{зак\ опт} = \min_j C_{зкj}.} \qquad (4)$$

Если $$\mathbf{C_{зак\ опт} \le Б}, \qquad (5)$$
то решение включают в общую таблицу решений.

Теоретическое обоснование этого алгоритма дано в [3].

Если условие (5) нарушено, то этот вариант из таблицы исключают.

Таблица 3

Цена минимальной партии товара
в зависимости от числа закупаемых партий

№ п/п	Количество заказываемых партий $\mathbf{G_i}$	Стоимость партии минимально заказанного товара $\mathbf{Ц_{Пi}}$
1	$\mathbf{0 \le G_i \le \beta_1}$	$\mathbf{Ц_{П1}}$
2	$\mathbf{\beta_1 \langle G_2 \le \beta_2}$	$\mathbf{Ц_{П2}}$
….	**…**	**…**
i	$\mathbf{\beta_{i-1} \langle G_i \le G_c}$	$\mathbf{Ц_{Пi}}$
…	**…**	**…**
n	$\mathbf{\beta_{n-1} \langle G_i \le \beta_n}$	$\mathbf{Ц_{П}}$
n+1	$\mathbf{G_i \rangle \beta_n}$	$\mathbf{Ц_{П(П+1)}}$

4. Выбор строки из табл. 2 проводят по следующему правилу:

генерируют равномерно распределённое в интервале от 0 до 1 число $\mathbf{\eta_i}$, тогда $\mathbf{i}$ - ю строку $\mathbf{Sn_{p\,i}}$ в табл. 3 выбираем по правилу:

$$Sn_{pi} = \begin{cases} i-1, \text{если } ni - [ni - \eta_i] \le 0{,}5; \\ i+1, \text{если } ni - [ni - \eta_i] > 0{,}5, \\ i = 1, 2, \ldots, k+1. \end{cases} \quad (6)$$

5. Выбор количества закупаемых партий на условиях, обозначенных в **i** - й строке проводят так:

$$G_i = \begin{cases} [\eta_i(G_i - G_{i-1})] - 1, \text{ если } \{.\} \le 0{,}5; \\ [\eta_i(G_i - G_{i-1})] + 1, \text{ если } \{.\} > 0{,}5, \end{cases} \quad (7)$$

где $\{.\}$- дробная часть числа, стоящего в квадратных скобках. Формула (7) справедлива при $i = 1,\ldots n$. При $n = n+1$ условие (7) примет вид:

$$G_i = \begin{cases} [G_{n+1} \cdot \eta_{n+1}] - 1, & \text{если } \{.\} \le 0{,}5; \\ [G_{n+1} \cdot \eta_{n+1}] + 1, & \text{если } \{.\} \rangle\ 0{,}5. \end{cases} \quad (7')$$

6. Контроль условия обеспечения потребного количества заказанного материала (проверяют выполнение условия):

$$S_{зак\ i+1} = S_i + G_{i+1} \ge G_{mp}, \quad (8)$$

где S_i – накопленная в счетчике сумма уже закупленных партий материалов.

Если условие (8) не выполнено, то продолжается поиск новых вариантов.

Если

$$S_{зак\ i+1} \ge G_{mp}\ \beta, \quad (9)$$

где $0{,}05 < \beta < 0{,}5$ - коэффициент допустимого превышения объёма закупки из-за необходимости приобретения партии целиком, то производится возврат на один шаг; **i** - я строка $S_{зак\ i+1}$ определяется ещё раз до тех пор, пока не будет достигнуто условие

$$G_{mp} \le S_{зак\ i+1} \le G_{mp}\ \beta, \quad (10)$$

либо число возвратов принимается произвольно (в нашем случае их 50).

Выбор временных условий оформления заказа проводят аналогично ранее описанному алгоритму, а именно: генерируют (**m**+1) равномерно распределённые случайные числа $Q_1, Q_2, \ldots Q_{j\ldots}, Q_{m+1}$.

Нормируют их по формуле

$$Q_{норм} = \frac{Q_j}{\sum_{j=1}^{n} Q_j}; \quad (11)$$

далее алгоритм повторяет предыдущие шаги, а именно: случайно выбирают строку, т.е. диапазон соответствующий **j** - му условию оформления заказа во времени и, соответственно, по времени оформления заказа и соответствующую стоимость оформления данного заказа.

Таким образом, мы получаем полный набор параметров закупки и вычисляем стоимость закупки $\mathbf{C}_{\text{закi}}$ (1).

Задача минимизации стоимости закупки решается при помощи поиска оптимального решения в множестве решений Парето **П**. Для каждой из трех задач описанным выше образом генерируется подмножество решений, состоящее из $\mathbf{2^k}$ наборов параметров, составляющих допустимый вариант закупки **X** каждый и принадлежащих множеству решений **П**. Величина **k** - параметр алгоритма, который подбирается опытным путём.

Набор параметров включает следующие величины: количество заказываемых партий $\mathbf{G_i}$, цена партии заказанного товара $\mathbf{Ц_{пi}}$, коэффициент длительности оформления заказа α_j, количество закупаемых партий **n**, количество условий оформления заказа по времени **m**.

Оптимальное решение выбирается по минимуму критериальной функции **Ф(X)** – минимальному значению стоимости закупки по формуле (1):

$$\mathbf{Ф(X) \rightarrow min,\ X \in П}\ . \qquad (12)$$

Вывод. Описан поисковый (методом равномерного случайного поиска) алгоритм решения частично целочисленной задачи линейного программирования, обеспечивающей наилучшее по критерию минимизации затрат формирование партии закупаемого товара с целью переменной ценовой политики.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Варшавьяк Г.Б., Дубницкий В.Ю., Шемаева Л.Г., Шемаев В.Н. Структура имитационной модели сквозной (логистической) оптимизации материальных потоков на предприятии // Системи обробки інформації. – Х.: НАНУ, ПАНМ, ХВУ. – 2002. – Вип. 1(17). – С. 97 - 102.*
2. *Волгин Л.Н. Проблема оптимальности в теоретической кибернетике. – М.: Сов. радио, 1968. – 159 с.*
3. *Соболь С.В., Статников В.Н. Оптимальные решения. – М.: Знание, 1984. – 64 с.*

Поступила 01.02.2002

ВАРШАВЬЯК Геннадий Борисович, *ведущий инженер центра CAD/CAM/CAE ХАИ. В 1997 году окончил Харьковский авиационный институт. Область научных интересов – оптимизация эскизного проектирования.*

ДУБНИЦКИЙ Валерий Юрьевич, *канд. техн. наук, доцент кафедры высшей математики Харьковского филиала УАБС. В 1975 г. окончил Харьковский институт радиоэлектроники. Область научных интересов – исследование операций в финансовых системах.*

ШЕМАЕВА Людмила Григорьевна, *канд. экон. наук, ст. преподаватель кафедры менеджмента и маркетинга Харьковского Государственного экономического университета. В 1998 г. окончила Харьковский Государственный экономический университет. Область научных интересов – логистика, оптимизация логистических решений.*

ШЕМАЕВ Владимир Николаевич, *канд. техн. наук, доцент кафедры экономической теории Харьковского военного университета. В 1993 г. окончил ХВУ. Область научных интересов – оптимизация информационных потоков.*