УДК 62-523:62-515:629.05

УСЛОВИЯ ОБЕСПЕЧЕНИЯ УСТОЙЧИВОСТИ УПРАВЛЯЕМОГО КУРСОВОГО ДВИЖЕНИЯ НЕГОЛОНОМНЫХ СИСТЕМ КОЛЕСНОГО ТИПА

к.т.н. Б.Г. Васильев, к.т.н. Д.А. Пивнев
(представил д.т.н., проф. В.С. Харченко)

Рассматривается устойчивость управляемого курсового движения неголономных систем колесного типа (автопоездов). Получены условия устойчивости для движения задним ходом, для движения передним ходом и для движения точек по единым траекториям.

Управление курсовым движением неголономных систем колесного типа (автомобилей, автопоездов) осуществляется не только оператором (водителем), а и системой автоматического управления, если появляются поворотные задние колеса. В этом случае возникает задача синтеза законов управления поворотом колес [1, 2], каждое из которых представляет собой неголономную связь (НГС). Синтез законов управления должен обязательно включать в себя определение условий устойчивости курсового движения. Объект управления, особенно многозвенный автопоезд, является весьма специфичным для теории управления. Синтезированный закон управления может обеспечивать необходимое движение требуемых точек, но при этом возможна потеря устойчивости по некоторым другим параметрам движения – по курсовому углу какого-либо звена, или по углу складывания звеньев, или по траекториям движения каких-либо других точек звеньев автопоезда.

Задача устойчивости усложняется тем, что система описывается нелинейными трансцендентными уравнениями. Линеаризация возможна только при малых углах поворота. Однако это недопустимо, т.к. в задачах маневрирования необходимо рассматривать большие углы и предельно искривленные траектории движения. Существуют примеры, когда при малых углах система устойчива, а при больших – становится неустойчивой. Кроме этого, если управляемое движение устойчиво, но имеется перерегулирование или колебательность, то необходимо проведение дополнительных исследований для получения данных о всех перерегулированиях (об их величине и конфигурации), т.к. при маневрировании автопоезда необходимо постоянно контролировать траектории движения всех колес и габаритных точек для исключения аварийности или застревания. Поэтому в дальнейшем под асимптотической устойчивостью будем понимать более строгие требования, чем в существующей теории устойчивости – плавное стремление к требуемой величине без единого перерегулирования. Под термином “квазиасимптотической устойчивости” будем понимать возможность появления в некоторых случаях (при определенных начальных условиях) не более одного перерегулирования.

Перечисленные особенности не позволяют применить существующие методы современной теории управления и теории устойчивости. Разработанные основы теории маневренности [3] позволили найти новые подходы и получить условия обеспечения устойчивости управляемого движения в виде математически строго сформулированных и доказанных утверждений (теорем).

Как известно [3], любой многозвенный автопоезд состоит из шарнирно соединенных трех типов звеньев (тел) – независимого, полузависимого и сцепки. Если последовательно пронумеровать сначала все звенья (начиная с головного), а потом – все интересуемые нас точки базовой (средней) линии (точки расположения НГС, шарниров и инерционных точек), то можно перейти к рассмотрению получившейся системы вещественных чисел, с помощью которых можно описывать конфигурацию неголономных систем.

Введем следующие обозначения и сокращения: **j** – точка расположения НГС, управляемых оператором (водителем); **К** – точка расположения неповоротных НГС; **Р** – точка расположения задающих поворотных НГС; **q** – точка расположения шарнира, связывающего смежные звенья автопоезда; **τ** – инерционная точка, в которой вектор скорости всегда направлен вдоль базовой линии; **τн** – нулевая точка, в которой вектор скорости направлен вдоль базовой линии только в рассматриваемый момент движения; ДПХ – движение передним ходом; ДЗХ – движение задним ходом; $\mathbf{L_{m.n}}$ – расстояние между точками, указанными в индексе, причем $\mathbf{L_{m.n} > 0}$, если $\mathbf{m > n}$ и $\mathbf{L_{m.n} < 0}$, если $\mathbf{n < m}$. Если обозначенных точек несколько, то к буквенным обозначениям будем добавлять соответствующие цифры.

Теорема 1 (*условия неустойчивости ДЗХ независимого звена*). Если независимое звено имеет конфигурацию $\mathbf{k < j}$, то при $\mathbf{i > k}$ не существует решений, обеспечивающих устойчивость движения по курсовому углу и по отклонению от прямой всех точек базовой линии звена, кроме точки **i**.

Теорема 2 (*условия асимптотической устойчивости ДЗХ независимого звена*). Если звено при ДЗХ имеет конфигурацию $\mathbf{k < j}$, то для того, чтобы произвольно выбранная точка **i** базовой линии двигалась по прямоугольной траектории, расположенной под произвольным углом, и движение звена при этом было асимптотически устойчивым по курсовому углу и по отклонениям от этой прямой всех остальных точек базовой линии, необходимо и достаточно, чтобы выполнялось неравенство $\mathbf{i < k}$ и задающий угол $\boldsymbol{\gamma_j}$ изменялся в соответствии с задающей функцией

$$\boldsymbol{\gamma_j = -\mathrm{arctg}\left(\frac{L_{j.k}}{L_{k.i}}\,\mathrm{tg}\Delta\psi_{j.k}\right)}, \tag{1}$$

где $\psi_{j.k}$ - текущее отклонение курсового угла звена от траектории точки **i**, положительное значение которого соответствует повороту траектории против часовой стрелки.

Теорема 3 (*о достаточном условии устойчивости ДЗХ независимого звена*). Если звено при ДЗХ имеет конфигурацию $\mathbf{i < k < j}$, то для того, чтобы движение было асимптотически устойчивым по отклонению точки **i** и одновременно устойчивым (квазиасимптотически) по курсовому углу и по отклонениям всех остальных точек базовой линии, достаточно, чтобы угол γ_j изменялся в соответствии с задающей функцией

$$\gamma_j = -\mathrm{arctg}\left(\frac{L_{j.k}}{L_{k.i}}\mathrm{tg}\Delta\psi_{j.k}\right) + K_c C_i\,, \tag{2}$$

где K_c - коэффициент пропорциональности (некоторое положительное число); C_i - текущее отклонение точки **i** от требуемой траектории движения.

Теорема 4 (*условия неустойчивости ДЗХ двухзвенного автопоезда по углу складывания*). Если двухзвенный автопоезд, имеющий задающие точки **k1**, **q** и **k2**, **j** совершает ДЗХ так, что произвольно выбранная точка **i** базовой линии первого звена движется по прямой, расположенной под произвольным углом $(\Delta\psi_{q.k1})_0$ к базовой линии, то, при $\mathbf{i < k1}$ и $\mathbf{k2 < q}$, не существует решений, обеспечивающих устойчивость движения по углу складывания (λ_q) звеньев автопоезда.

Теорема 5 (*о необходимом и достаточном условии асимптотической устойчивости двухзвенного автопоезда с конфигурацией* $\mathbf{q \equiv k2}$). Если при ДЗХ автопоезд имеет конфигурацию $\mathbf{i < k1 < (q \equiv k2) < j}$, то для того, чтобы движение автопоезда было асимптотически устойчивым по углу складывания, а также по курсовому углу первого звена и по отклонениям всех точек, необходимо и достаточно, чтобы прямолинейная траектория была повернута относительно базовой линии первого звена на угол

$$\Delta\psi_{q.k1} = \mathrm{arctg}\left(\frac{L_{k1.i}}{L_{q.k1}}\mathrm{tg}\lambda_q\right), \tag{3}$$

а задающий угол γ_j изменялся в соответствии с задающей функцией

$$\gamma_j = -\frac{L_{j.q}}{L_{q.k1}}\left(1 + \frac{L_{k1.i}}{L_{q.k1}}\sin^2\lambda_q + \frac{L_{q.k1}}{L_{k1.i}}\cos^2\lambda_q\right)\sin\lambda_q\,. \tag{4}$$

Из последней теоремы вытекают два следующих следствия.

Следствие 5.1 (*о кривизне траектории при ДЗХ автопоезда*). Если двухзвенный автопоезд совершает ДЗХ в соответствии с условиями теоремы 5, то для того, чтобы в точке **i** была положительная кривизна траектории движения (чтобы траектория поворачивала влево от прямой) необходимо и достаточно, чтобы выполнялось алгебраическое неравенство $\gamma_j > \gamma_{j.\text{прямо}}$, а для того, чтобы была отрицательная кривизна (чтобы траектория поворачивала вправо от прямой), необходимо и достаточно, чтобы выполнялось алгебраическое неравенство $\gamma_j < \gamma_{j.прямо}$, причем, чем больше отличие γ_j от $\gamma_{j.прямо}$, которое соответствует зависимости (4), тем больше величина кривизны траектории.

Полученные условия и аналитические зависимости теоремы 5 и следствия 5.1 позволяют обеспечить управляемое криволинейное движение двухзвенного автопоезда при ДЗХ.

Следствие 5.2 (*о квазипрямолинейном ДЗХ автопоезда при* $\mathbf{k2 < q}$). Если автопоезд при ДЗХ имеет конфигурацию $\mathbf{i < k1 < k2 < q < j}$ и $\mathbf{k2}$ незначительно отличается от $\mathbf{q}$, то для квазипрямолинейного движения такого автопоезда достаточно выполнение условий теоремы 5 и следствия 5.1.

Теорема 6 (*о необходимом и достаточном условии устойчивости ДЗХ автопоезда при конфигурации* $\mathbf{q < k2}$). Если автопоезд при ДЗХ имеет конфигурацию $\mathbf{k1 < q < k2 < j}$, то для того, чтобы произвольно выбранная точка $\mathbf{i}$ базовой станции первого звена двигалась по прямой, расположенной под произвольно заданным углом $(\Delta\psi_{q..k1})_0$ к базовой линии и, при этом, чтобы движение было асимптотически устойчивым по курсовому углу первого звена и по отклонениям всех точек базовой линии этого звена, а также, чтобы движение было устойчивым квазиасимптотическим по углу складывания и по отклонениям всех точек базовой линии второго звена, необходимо и достаточно, чтобы выполнялось неравенство $\mathbf{i < k1}$ и задающий угол изменялся в соответствии с задающей функцией

$$\gamma_j = \mathrm{arctg}\left\{\frac{L_{k2.q}}{L_{j.k2}}\mathrm{tg}\left[\mathrm{arctg}\left(\frac{L_{k1.i}}{L_{q.k2}}\mathrm{tg}\Delta\psi_{q.k1}\right)-\lambda_q\right]\right\}, \qquad (5)$$

где $\Delta\psi_{q.k1}$ - текущее значение отклонения от траектории курсового угла первого звена.

Теорема 7 (*о достаточном условии асимптотической устойчивости по отклонению точки* $\mathbf{i}$). Если автопоезд при ДЗХ имеет конфигурацию $\mathbf{k1 < q < k2 < j}$, то для того, чтобы движение было асимптотически устойчивым по отклонению $\mathbf{C_i}$ произвольно выбранной точки $\mathbf{i}$ на интервале $\mathbf{i < k1}$, и, чтобы движение было одновременно устойчивым квазиасимптотически по курсовому углу первого звена, по углу складывания и по отклонениям от траектории всех остальных точек базовой линии, достаточно, чтобы задающий угол изменялся в соответствии с задающей функцией

$$\gamma_j = \mathrm{arctg}\left\{\frac{L_{k2.q}}{L_{j.k2}}\mathrm{tg}\left[\mathrm{arctg}\left(\frac{L_{k1.i}}{L_{q.k1}}\mathrm{tg}\Delta\psi_{q.k1}\right)-\lambda_q\right]\right\}-K_cC_i, \qquad (6)$$

где $\mathbf{K_c}$ - коэффициент пропорциональности (некоторое положительное число).

Теорема 8 (*о достаточном условии квазиасимптотической устойчивости трехзвенного автопоезда со сцепкой*). Если трехзвенный автопоезд, состоящий из двух независимых звеньев, соединенных сцепкой, совершает ДПХ так, что первое звено движется по прямой, то для того, чтобы движение сцепки и третьего звена, имеющего инерционную точку **τ3**, при любой конфигурации было квазиасимптотически устойчивым по всем параметрам, достаточно, чтобы задающий угол имел задающую функцию вида

$$\gamma_{P3} = K_\lambda \lambda_{2.3}, \tag{7}$$

где $\lambda_{2.3}$ - угол складывания сцепки и третьего звена, K_λ – коэффициент пропорциональности (некоторое число), причем $K_\lambda > 0$, если **Р3 < τ3**, и $K_\lambda < 0$, если **Р3 > τ3**.

Далее приведены условия устойчивости для движения точек звеньев по единым траекториям.

Лемма 1 (*о случаях безусловной устойчивости движения*). При движении точек по единым траекториям для обеспечения устойчивости дополнительных условий не требуется в следующих случаях:

а) если по единой траектории двигаются две точки одного и того же звена;

б) если одна точка независимого звена движется по траектории какой-либо точки другого звена, а вторая точка этого независимого звена – по траектории другой какой-либо точки любого третьего звена;

в) если какая-либо точка полузависимого звена двигается по траектории какой-либо точки другого звена;

г) если звенья эквивалентные и все парные точки двигаются по единым траекториям.

Теорема 9. Если у независимого звена существует инерционная точка **τ** и только одна задающая точка **Р1** движется по траектории точки какого-либо другого звена автопоезда, то для того, чтобы движение этого звена было устойчивым при любой конфигурации в отношении второй задающей точки **Р2** и при любой задающей функции f_{p2}, допускаемой остальными условиями данной теоремы, необходимо и достаточно, чтобы выполнялось неравенство **Р1 ≤ τ**.

Следствие 9.1. Если у независимого звена существует инерционная точка **τ** и только одна задающая точка **Р1** движется по траектории точки какого-либо другого звена автопоезда, то при **Р1 > τ** движение является неустойчивым как по курсовому углу, так и по отклонениям всех остальных точек.

Следствие 9.2. Если у независимого звена только одна задающая точка **Р1** движется по траектории точки какого-либо другого звена автопоезда, то для того, чтобы движение этого звена было устойчивым при любой конфигурации в отношении второй задающей точки **Р2**, достаточно, чтобы задающая функция f_{p2} имела вид

$$f_{P2} = \mathrm{arctg}\left(K_{tgP2/P1} \mathrm{tg} f_{P1}\right), \tag{8}$$

где $K_{tg\ P2/P1}$ – действительно число, удовлетворяющее неравенствам:

$K_{tg\ P2/P1} < 1$ при **Р2 > Р1**;

$$\mathbf{K_{tg\ P2/P1} > 1} \text{ при } \mathbf{P2 < P1}.$$

Теорема 10. Если у независимого звена не существует инерционная точка и только одна задающая точка **P1** движется по траектории точки какого-либо другого звена автопоезда, то для того, чтобы движение этого звена было устойчивым при любой конфигурации в отношении другой задающей точки **P2** и при любых задающих функциях $\mathbf{f_{P1}}$ и $\mathbf{f_{P2}}$, достаточно, чтобы в процессе движения всегда выполнялись алгебраические неравенства:

$$\mathbf{f_{P2} sign f_{P1} < f_{P1} sign f_{P1}} \quad (\text{при } \mathbf{P2 > P1});$$

$$\mathbf{f_{P2} sign f_{P1} > f_{P1} sign f_{P1}} \quad (\text{при } \mathbf{P2 < P1}).$$

Теоремы 1-7 можно сформулировать и для более общего случая, когда отсутствуют неповторные НГС. В этом случае необходимо сделать замену точек – **К** на **τ** (или **τн**), **К1** на **τ1** (или **τн1**) и **К2** на **τ2** (или **τн2**). Для ДЗХ полузависимого звена необходимо заменить **К** на **τ1** и **j** на **q1**. Для ДПХ независимого звена необходимо заменить **К** на **τ** и **j** на **p**. А для ДПХ полузависимого звена необходимо заменить **К** на **τ2** и **j** на **q2**.

Таким образом, условия устойчивости, полученные без упрощений, допущений и линеаризации, позволяют на всем диапазоне изменения углов поворота при маневрировании автопоездов анализировать влияние различных параметров на устойчивость и формулировать требования к законам управления поворотом колес.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Васильев Б.Г. Синтез законов управления для совмещения траекторий движения точек неголономной системы тел // Информационные системы. – Х.: НАНУ, ПАНИ, ХВУ. – 1994. – Вып. 2. – С. 69 - 77.*
2. *Васильев Б.Г., Марцинкевич С.А. Решение проблемы управления транспортной машиной для совмещения траекторий колес и габаритных точек // Весник ХГАДТУ.– Х.: ХНАДУ. – 2001. – Вып. 15 – 16. – С. 171 - 173.*
3. *Васильев Б.Г., Марцинкевич С.А. Основы теории маневренности систем с неголономными управляемыми колесными связями // Автомобильный транспорт. – Х.: ХНАДУ. – 2001. – Вып. 7 - 8. – С. 126 - 128.*

Поступила 05.02.2002

***ВАСИЛЬЕВ Борис Георгиевич**, канд. техн. наук, доцент, ведущий научн. сотр. научного центра при ХВУ. В 1972 году окончил Харьковское ВВКИУ. Область научных интересов – системы управления маневрированием и поворотом автопоездов и автомобилей.*

***ПИВНЕВ Дмитрий Анатольевич**, канд. техн. наук, старший научн. сотр. научного центра при ХВУ. В 1988 году окончил Днепропетровское ВЗРКУ. Область научных интересов – применение информационных и компьютерных технологий на автомобилях.*