

## ИДЕНТИФИКАЦИЯ ГРУППОВОГО ЭТАЛОНА ЧАСТОТЫ СТОХАСТИЧЕСКОЙ МОДЕЛЬЮ СИСТЕМЫ СВЯЗАННЫХ ОСЦИЛЛЯТОРОВ

к.ф.-м.н. Ю.И. Евдокименко, А.П. Нарезный  
(представил д.т.н., проф. В.С. Соловьев)

*Предлагается метод выявления, выделения и компенсации флуктуации частоты и фазы мер в групповом эталоне, имеющих квазипериодический и стохастический коррелированный тип проявления с позиций поведения группы, как многочастотной автоколебательной системы.*

Существующие методы формирования групповых частот (ГЧ) и групповых шкал времени (ГШВ) базируются на предпосылке отсутствия взаимодействия мер внутри группы. Однако в работе [1] показано, что группа мер (стандартов) частоты ведет себя как многочастотная автоколебательная система.

Из разделов теории колебаний, посвященных взаимодействию многочастотных систем [2] известно, что для медленно меняющейся фазы каждого генератора в группе (при наличии электрических связей) можно записать следующее дифференциальное уравнение:

$$\dot{\phi}_i = \Delta_{i0} + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n \frac{\alpha_{ik}}{2} \frac{u_k}{u_i} \cos[\Psi_{ik}(t) + \phi_{ik}], \quad (1)$$

где  $\Delta_{i0} = \omega_i - \omega_0$  - разница частот между  $i$ -м осциллятором (мерой) и его номинальным значением;  $\alpha_{ik}$  - коэффициенты связи между  $i$ -й и  $k$ -й мерами;  $u_k$  - амплитуда колебаний  $k$ -й меры;  $\Psi_{ik}(t) = \phi_i(t) - \phi_k(t)$  - разность фаз колебаний, генерируемых  $i$ -й и  $k$ -й мерами,  $n$  - число мер в группе.

Реально в процессе взаимных сличений мер в группе известными (с погрешностью, обусловленной шумами компаратора) являются лишь разности  $\Psi_{ik}(t)$ , относительно которых с учетом (1) можно записать следующее уравнение:

$$\dot{\Psi}_{ik}(t) = \Delta_{ik} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \left( \frac{\alpha_{ij}}{2} \frac{A_j}{A_i} \cos[\Psi_{ij}(t)] \right) - \sum_{\substack{p=1 \\ p \neq k}}^n \left( \frac{\alpha_{kp}}{2} \frac{A_p}{A_k} \cos[\Psi_{kp}(t)] \right), \quad (2)$$

где  $\Delta_{ik} = \Delta_{i0} - \Delta_{k0}$ .

Учитывая то, что собственные резонансные частоты всех мер в группе близки между собой, в зависимости от соотношений между значениями  $\Delta_{ik}$  и  $\frac{\alpha_{ik}}{2} \frac{A_k}{A_i}$  возможны различные типы решения данной системы, определяющие соответствующие режимы работы системы связанных мер [2]:

$$\Delta_{ik} > \frac{\alpha_{ik}}{2} \frac{A_k}{A_i} - \text{режим биений несинхронных мер};$$

$$\Delta_{ik} \approx \frac{\alpha_{ik}}{2} \frac{A_k}{A_i} - \text{режим "странного аттрактора"};$$

$$\Delta_{ik} < \frac{\alpha_{ik}}{2} \frac{A_k}{A_i} - \text{режим взаимной синхронизации (затягивания ча-}$$

стоты) некоторой части мер (или всех мер).

Режим странного аттрактора плох тем, что в систему привносится дополнительный шум. Не лучшим с этой же точки зрения является режим взаимной синхронизации мер, входящих в состав группы, поскольку наличие в системе шумов приводит к спонтанным срывам взаимной синхронизации. Наличие таких срывов делает невозможным построение математической модели состояния групповой меры, которая смогла бы с необходимой точностью определять и предсказывать текущие значения шкалы времени и эталонной частоты, хранимых групповой мерой.

В соответствии со сказанным следует рекомендация: при эксплуатации эталона, созданного на основе группы прецизионных мер (стандартов) частоты целесообразно разводить их частоты на расстояние, которое более чем в  $n$  раз превышает полосу взаимной синхронизации каждой пары мер. Это, во-первых, предотвращает взаимную синхронизацию мер и как следствие наличие спонтанных скачков частоты при срывах синхронизации, и, во-вторых, не порождает в спектре выходного сигнала ярких линий на комбинационных (по отношению к разностям частот) частотах.

Разведение частот сигналов мер (стандартов) частоты в группе на расстояние, превосходящее полосу захвата частот, хоть и приводит к модуляции частоты выходного сигнала каждой меры ограниченным набором гармонических сигналов, тем не менее, позволяет прогнозировать результирующее отклонение частоты и в последующем компенсировать его. В этом случае с учетом того, что в ГЭ в стационарном режиме амплитуды колебаний на выходе всех мер постоянны  $u_k \approx u_i$  уравнение состояния медленно меняющихся фаз каждой меры (1) существенно упрощается и имеет вид

$$\varphi_i = \Delta_{i0} t + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n \frac{\alpha_{ik}}{2\Delta_{ik}} \sin(\Delta_{ik} \cdot t + \varphi_{ik}) + C, \quad (3)$$

где  $C$  – константа интегрирования (в групповом эталоне времени и частоты определяет начальное отклонение шкалы времени от эталонного значения).

Для построения модели проведения мер в ГЭ необходимо учитывать, что наряду с детерминированными процессами в ней присутствуют и случайные составляющие  $\mathbf{X}(t)$  (в качестве аддитивных членов в уравнении (3)).

Существующие методы измерений характеристик прецизионных мер позволяют получать только разностные фазы  $\Psi_{ik}(t)$  (см. уравнение (2)) между мерами [3]. Поэтому для идентификации ГЭ стохастической моделью системы связанных осцилляторов необходим еще один независимый реперный сигнал с известными характеристиками, позволяющий преобразовать ненаблюдаемую систему к наблюдаемой [4]. В качестве реперного сигнала для ГЭ целесообразно использовать ЭСЧВ, передаваемые различными службами времени и частоты [1].

В дискретном времени вектор состояния девиации частоты ГЭ, определяемый уравнением (3) и дополненный скалярным уравнением текущего состояния фазы ЭСЧВ, можно записать в виде

$$\varphi_i(\mathbf{k}) = \mathbf{X}(\mathbf{k}) + \mathbf{U}(\mathbf{k}), \quad (4)$$

где  $\mathbf{X}(\mathbf{k})$  - вектор, элементы которого  $\bar{\varphi}_1(\mathbf{k}), \dots, \bar{\varphi}_n(\mathbf{k}), \bar{\varphi}_{\text{sig}}(\mathbf{k})$  есть среднее значение случайных составляющих фазы между двумя соседними моментами измерений ( $\mathbf{t}_k$  и  $\mathbf{t}_{k-1}$ );  $\bar{\varphi}_{\text{sig}}$  - текущее среднее значение фазы принятого сигнала ЭСЧВ;  $\mathbf{U}(\mathbf{k})$  - вектор, элементы которого

$$\tilde{\varphi}_i = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n A_j \sin(\Delta_{ij} t + \varphi_{ij}), \text{ а последний элемент } \tilde{\varphi}_{\text{sig}}(\mathbf{k}) - \text{ текущее среднее}$$

значение медленно меняющейся составляющей фазы ЭСЧВ [1].

В работах [5,6] показано, что вектор случайных составляющих воспроизведения фаз на локальных интервалах времени при реализации одновременно проводимых парных сличений группы из  $n$  мер с помощью  $m$  компараторов имеет вид

$$\mathbf{X}(\mathbf{k}) = \Phi(\mathbf{k}, \mathbf{k} - 1) \cdot \mathbf{X}(\mathbf{k} - 1) + \xi(\mathbf{k}),$$

где  $\xi(\mathbf{k})$  - вектор аддитивных шумов, привносимых в систему (шумы элементов схемы мер и шумы на трассе прохождения ЭСЧВ), с нор-

мальным распределением, нулевым средним и положительно определенной ковариационной матрицей  $\Sigma(\mathbf{k})$ ;  $\Phi(\mathbf{k}, \mathbf{k}-1)$  - переходная матрица размерностью  $(\mathbf{n}+1 \times \mathbf{n}+1)$ , элементы которой определяют в линейном приближении степень взаимного влияния элементов вектора  $\mathbf{X}(\mathbf{k})$ .

В дискретном времени, исходя из уравнения (2), в предположении аддитивности шума компараторов, вектор измерений системы имеет следующий вид

$$\mathbf{Z}(\mathbf{k}) = \mathbf{H} \cdot \boldsymbol{\varphi}(\mathbf{k}) + \boldsymbol{\eta}(\mathbf{k}), \quad (5)$$

где  $\mathbf{Z}(\mathbf{k})$  - результаты измерений компараторов;  $\boldsymbol{\eta}(\mathbf{k})$  - шумы средств сличений (компараторов);  $\mathbf{H}$  - передаточная матрица процесса парных сличений группы мер с ЭСЧВ и имеет размерность  $(\mathbf{m} \times \mathbf{n} + 1)$ . На основании многочисленных экспериментальных данных можно полагать, что вектор  $\boldsymbol{\eta}(\mathbf{k})$  имеет нормальное распределение с нулевым средним и положительно определенную ковариационную матрицу  $\mathbf{R}$ . Матрицы  $\mathbf{H}$ ,  $\mathbf{R}$  определяются во время предварительной аттестации системы внутренних и внешних сличений и в процессе работы алгоритма предполагаются заданными и неизменными.

Адаптивный рекуррентный алгоритм оценивания текущего состояния шкалы времени ГЭ построен на основе фильтра Калмана, приведенного в работе [7]. Модель наблюдения задается уравнением (4), а модель измерения уравнением (5).

Для инициализации фильтра Калмана необходимо определить начальные условия  $\hat{\mathbf{X}}(\mathbf{k}_0) = \mathbf{q}_0$  и  $\hat{\mathbf{P}}(\mathbf{k}_0, \mathbf{k}_0) = \mathbf{P}_0$  [7],  $\hat{\mathbf{U}}(\mathbf{0})$ , кроме того, необходимо получать оценки матриц  $\Phi(\mathbf{k}, \mathbf{k}-1)$ ,  $\Sigma$ ,  $\mathbf{U}(\mathbf{k})$  и иметь априорную информацию о матрицах  $\mathbf{H}$ ,  $\mathbf{R}$ .

Решение задачи идентификации медленных девиаций фазы  $\mathbf{U}(\mathbf{k})$  в режиме биений (определение амплитуд  $\mathbf{A}_j$ , частот  $\Delta_{ij}$  и фаз  $\varphi_{ij}$ ) изложены в работах [8, 9]. Быстросходящаяся процедура идентификации  $\Phi(\mathbf{k}, \mathbf{k}-1)$  и  $\Sigma$  при наличии взаимодействия стохастических составляющих выходных сигналов мер в группе и внешнего реперного сигнала изложена в работах [5, 6].

Соответствующая оценка  $\hat{\mathbf{X}}(\mathbf{k}_0)$  начального значения вектора  $\mathbf{X}(\mathbf{k})$  определяется методом максимального правдоподобия [4] по результатам измерений и имеет вид:

$$\hat{\mathbf{X}}(\mathbf{k}_0)_{\text{МАВ}} = \left[ \mathbf{V}_{\mathbf{X}_0}^{-1} + \mathbf{M}(\mathbf{k}_f, \mathbf{k}_0) \right]^{-1} \left[ \mathbf{V}_{\mathbf{X}_0}^{-1} \boldsymbol{\mu}_{\mathbf{X}_0} + \sum_{\mathbf{k}=\mathbf{k}_0+1}^{\mathbf{k}} \tilde{\Phi}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0)^T \mathbf{H} \mathbf{V}(\mathbf{k})_v^{-1} \mathbf{Z}(\mathbf{k}) \right].$$

При этом  $\mu_{X_0} \approx U(k_0)$ , а ковариационная матрица  $V_{X_0}$  определяется уравнением  $V_{X_0} = \hat{\Phi}^T \Sigma \hat{\Phi}$  и используется как начальное значение ковариационной матрицы  $P(k_0, k_0)$ .

Структурная схема адаптивного алгоритма формирования шкалы времени приведена на рис. 1.

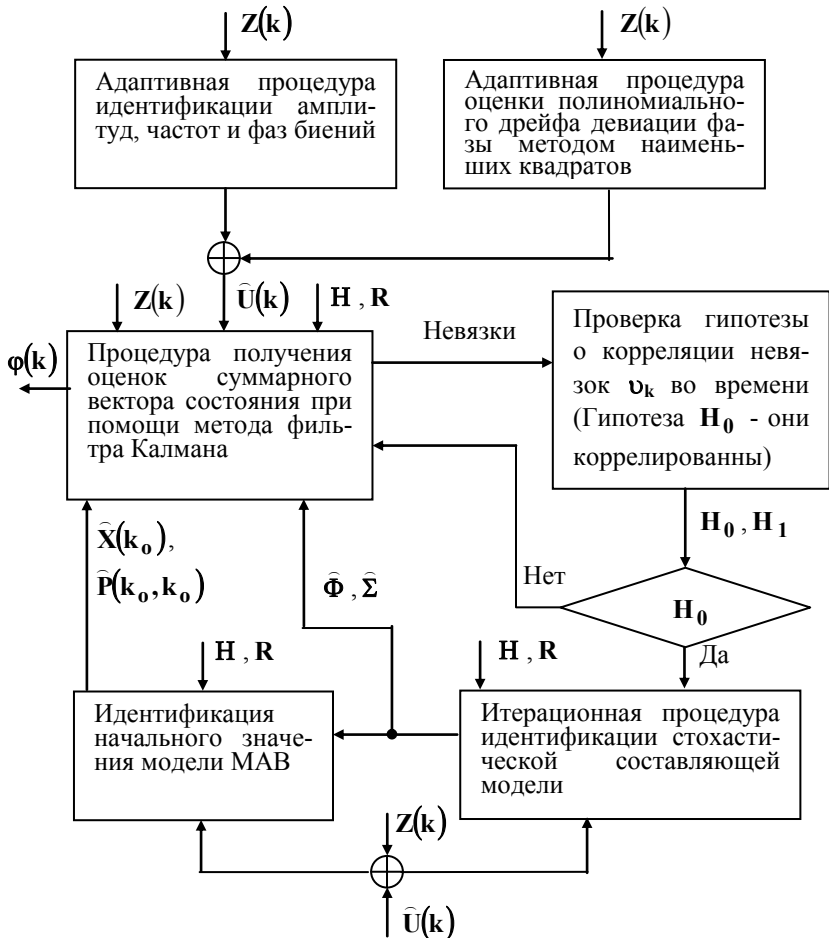


Рис. 1. Структурная схема адаптивного алгоритма формирования шкалы времени

Таким образом, разработанный алгоритм в более полной мере учитывает процессы взаимодействия мер между собой и может быть ис-

пользован для функционирующих в автономном режиме на длительных интервалах времени, эталонах времени и частоты.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Евдокименко Ю. И., Нарезный А. П. Анализ стохастических характеристик группы мер частоты и времени при их взаимных сличениях // Радиоэлектроника и информатика. – 1998. – №3(04). – С. 44 - 46.
2. Основы теории колебаний / Мигулин В.В., Медведев В.И., Мустель Е.Р., Парыгин В.Н. / Под ред. В.В. Мигулина. – М.: Наука Гл. ред. физ.-мат. лит., 1988. – 392 с.
3. Рютман Ж. Характеристики нестабильности фазы и частоты сигналов высокостабильных генераторов: Итоги развития за пятнадцать лет // ТИИЭР. – 1978. – Т.66, № 9. – С. 70 - 101.
4. Сейдж Э. П., Мелса Д. Л. Идентификация систем управления. – М.: Наука, 1974. – 248 с.
5. Евдокименко Ю. И., Нарезный А. П. Оценка погрешностей определения стохастических характеристик группы мер частоты и времени при их взаимных сличениях // Радиоэлектроника и информатика. – 1997. – №1. – С.37-39.
6. Евдокименко Ю. И., Нарезный А. П. Идентификация групповой меры частоты с использованием итерационных методов решения стационарных задач // Радиотехника. – 1998. – №109. – С. 76 - 80.
7. Оэн Р.Ф., Стабберуд А.Р. Адаптивное оценивание с минимальной дисперсией в дискретных линейных системах // Фильтрация и стохастическое управление в динамических системах / Под ред. К.Т. Леондеса. – М.: Мир, 1980. – С. 377 -403.
8. Евдокименко Ю. И. Измерение энергетического спектра фазовых флуктуаций мер частоты вблизи несущей // Украинский метрологичний журнал. – 2000. – №4. – С. 41 - 43.
9. Нарезный А.П. Выделение скрытых периодичностей в фазовых флуктуациях прецизионных мер частоты // Системи обробки інформації. – Х., НАНУ, ПАНМ, ХВУ. – 2000. – Вип. 1(7). – С. 29 - 32.

Поступила 28.02.2002

**ЕВДОКИМЕНКО Юрий Иванович**, канд. физ. - мат. наук, старший научный сотрудник, зам. нач. НМЦ ВЭ. Окончил ХГУ в 1978 году. Область научных интересов – метрология и измерительная техника.

**НАРЕЗНЫЙ Алексей Павлович**, нач. лаб. НМЦ ВЭ. Окончил ХВВКИУ РВ в 1993 году. Область научных интересов – метрология и измерительная техника.