УДК 389.2

ИДЕНТИФИКАЦИЯ ГРУППОВОГО ЭТАЛОНА ЧАСТОТЫ СТОХАСТИЧЕСКОЙ МОДЕЛЬЮ СИСТЕМЫ СВЯЗАННЫХ ОСЦИЛЛЯТОРОВ

к.ф.-м.н. Ю.И. Евдокименко, А.П. Нарежний
(представил д.т.н., проф. В.С. Соловьев)

Предлагается метод выявления, выделения и компенсации флуктуации частоты и фазы мер в групповом эталоне, имеющих квазипериодический и стохастический коррелированный тип проявления с позиций поведения группы, как многочастотной автоколебательной системы.

Существующие методы формирования групповых частот (ГЧ) и групповых шкал времени (ГШВ) базируются на предпосылке отсутствия взаимодействия мер внутри группы. Однако в работе [1] показано, что группа мер (стандартов) частоты ведет себя как многочастотная автоколебательная система.

Из разделов теории колебаний, посвященных взаимодействию многочастотных систем [2] известно, что для медленно меняющейся фазы каждого генератора в группе (при наличии электрических связей) можно записать следующее дифференциальное уравнение:

$$\dot{\varphi}_i = \Delta_{io} + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^{n} \frac{\alpha_{ik}}{2} \frac{u_k}{u_i} \cos\left[\Psi_{ik}(t) + \varphi_{ik}\right], \tag{1}$$

где $\Delta_{io} = \omega_i - \omega_o$ - разница частот между i - м осциллятором (мерой) и его номинальным значением; α_{ik} – коэффициенты связи между i - й и k - й мерами; u_k – амплитуда колебаний k - й меры; $\Psi_{ik}(t) = \varphi_i(t) - \varphi_k(t)$ - разность фаз колебаний, генерируемых i - й и k - й мерами, n – число мер в группе.

Реально в процессе взаимных сличений мер в группе известными (с погрешностью, обусловленной шумами компаратора) являются лишь разности $\Psi_{ik}(t)$, относительно которых с учетом (1) можно записать следующее уравнение:

$$\dot{\Psi}_{ik}(t) = \Delta_{ik} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n} \left(\frac{\alpha_{ij}}{2} \frac{A_j}{A_i} \cos\left[\Psi_{ij}(t)\right] \right) - \sum_{\substack{p=1 \\ p \neq k}}^{n} \left(\frac{\alpha_{kp}}{2} \frac{A_p}{A_k} \cos\left[\Psi_{kp}(t)\right] \right), \tag{2}$$

где $\Delta_{ik} = \Delta_{io} - \Delta_{ko}$.

Учитывая то, что собственные резонансные частоты всех мер в группе близки между собой, в зависимости от соотношений между значениями Δ_{ik} и $\frac{\alpha_{ik}}{2}\frac{A_k}{A_i}$ возможны различные типы решения данной системы, определяющие соответствующие режимы работы системы связанных мер [2]:

$\Delta_{ik} > \frac{\alpha_{ik}}{2}\frac{A_k}{A_i}$ - режим биений несинхронных мер;

$\Delta_{ik} \approx \frac{\alpha_{ik}}{2}\frac{A_k}{A_i}$ - режим “странного аттрактора”;

$\Delta_{ik} < \frac{\alpha_{ik}}{2}\frac{A_k}{A_i}$ - режим взаимной синхронизации (затягивания частоты) некоторой части мер (или всех мер).

Режим странного аттрактора плох тем, что в систему привносится дополнительный шум. Не лучшим с этой же точки зрения является режим взаимной синхронизации мер, входящих в состав группы, поскольку наличие в системе шумов приводит к спонтанным срывам взаимной синхронизации. Наличие таких срывов делает невозможным построение математической модели состояния групповой меры, которая смогла бы с необходимой точностью определять и предсказывать текущие значения шкалы времени и эталонной частоты, хранимых групповой мерой.

В соответствие со сказанным следует рекомендация: при эксплуатации эталона, созданного на основе группы прецизионных мер (стандартов) частоты целесообразно разводить их частоты на расстояние, которое более чем в **n** раз превышает полосу взаимной синхронизации каждой пары мер. Это, во-первых, предотвращает взаимную синхронизацию мер и как следствие наличие спонтанных скачков частоты при срывах синхронизации, и, во-вторых, не порождает в спектре выходного сигнала ярких линий на комбинационных (по отношению к разностям частот) частотах.

Разведение частот сигналов мер (стандартов) частоты в группе на расстояние, превосходящее полосу захвата частот, хоть и приводит к модуляции частоты выходного сигнала каждой меры ограниченным набором гармонических сигналов, тем не менее, позволяет прогнозировать результирующее отклонение частоты и в последующем компенсировать его. В этом случае с учетом того, что в ГЭ в стационарном режиме амплитуды колебаний на выходе всех мер постоянны $u_k \approx u_i$ уравнение состояния медленно меняющихся фаз каждой меры (1) существенно упрощается и имеет вид

$$\varphi_i = \Delta_{io} t + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^{n} \frac{\alpha_{ik}}{2\Delta_{ik}} \sin(\Delta_{ik} \cdot t + \varphi_{ik}) + C, \tag{3}$$

где C – константа интегрирования (в групповом эталоне времени и частоты определяет начальное отклонение шкалы времени от эталонного значения).

Для построения модели проведения мер в ГЭ необходимо учитывать, что наряду с детерминированными процессами в ней присутствуют и случайные составляющие $X(t)$ (в качестве аддитивных членов в уравнении (3)).

Существующие методы измерений характеристик прецизионных мер позволяют получать только разностные фазы $\Psi_{ik}(t)$ (см. уравнение (2)) между мерами [3]. Поэтому для идентификации ГЭ стохастической моделью системы связанных осцилляторов необходим еще один независимый реперный сигнал с известными характеристиками, позволяющий преобразовать ненаблюдаемую систему к наблюдаемой [4]. В качестве реперного сигнала для ГЭ целесообразно использовать ЭСЧВ, передаваемые различными службами времени и частоты [1].

В дискретном времени вектор состояния девиации частоты ГЭ, определяемый уравнением (3) и дополненный скалярным уравнением текущего состояния фазы ЭСЧВ, можно записать в виде

$$\varphi_i(k) = X(k) + U(k), \tag{4}$$

где $X(k)$ - вектор, элементы которого $\overline{\varphi}_1(k), \cdots \overline{\varphi}_n(k), \overline{\varphi}_{sig}(k)$ есть среднее значение случайных составляющих фазы между двумя соседними моментами измерений $(t_k$ и $t_{k-1})$; $\overline{\varphi}_{sig}$ - текущее среднее значение фазы принятого сигнала ЭСЧВ; $U(k)$ - вектор, элементы которого $\tilde{\varphi}_i = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n} A_j \sin(\Delta_{ij} t + \varphi_{ij})$, а последний элемент $\tilde{\varphi}_{sig}(k)$ – текущее среднее значение медленно меняющейся составляющей фазы ЭСЧВ [1].

В работах [5,6] показано, что вектор случайных составляющих воспроизведения фаз на локальных интервалах времени при реализации одновременно проводимых парных сличений группы из n мер с помощью m компараторов имеет вид

$$X(k) = \Phi(k, k-1) \cdot X(k-1) + \xi(k),$$

где $\xi(k)$ - вектор аддитивных шумов, привносимых в систему (шумы элементов схемы мер и шумы на трассе прохождения ЭСЧВ), с нормальным распределением, нулевым средним и положительно определенной ковариационной матрицей $\Sigma(k)$; $\Phi(k, k-1)$ - переходная матрица размерностью $(n+1 \times n+1)$, элементы которой определяют в линейном приближении степень взаимного влияния элементов вектора $X(k)$.

В дискретном времени, исходя из уравнения (2), в предположении аддитивности шума компараторов, вектор измерений системы имеет следующий вид

$$Z(k) = H \cdot \varphi(k) + \eta(k), \tag{5}$$

где $Z(k)$ - результаты измерений компараторов; $\eta(k)$ - шумы средств сличений (компараторов); H - передаточная матрица процесса парных сличений группы мер с ЭСЧВ и имеет размерность $(m \times n+1)$. На основании многочисленных экспериментальных данных можно полагать, что вектор $\eta(k)$ имеет нормальное распределение с нулевым средним и положительно определенную ковариационную матрицу R. Матрицы H, R определяются во время предварительной аттестации системы внутренних и внешних сличений и в процессе работы алгоритма предполагаются заданными и неизменными.

Адаптивный рекуррентный алгоритм оценивания текущего состояния шкалы времени ГЭ построен на основе фильтра Калмана, приведенного в работе [7]. Модель наблюдения задается уравнением (4), а модель измерения уравнением (5).

Для инициализации фильтра Калмана необходимо определить начальные условия $\hat{X}(k_o) = q_o$ и $\hat{P}(k_o, k_o) = P_o$ [7], $\hat{U}(0)$, кроме того, необходимо получать оценки матриц $\Phi(k, k-1)$, Σ, $U(k)$ и иметь априорную информацию о матрицах H, R.

Решение задачи идентификации медленных девиаций фазы $U(k)$ в режиме биений (определение амплитуд A_j, частот Δ_{ij} и фаз φ_{ij}) изложены в работах [8, 9]. Быстросходящаяся процедура идентификации $\Phi(k, k-1)$ и Σ при наличии взаимодействия стохастических составляющих выходных сигналов мер в группе и внешнего реперного сигнала изложена в работах [5, 6].

Соответствующая оценка $\hat{X}(k_0)$ начального значения вектора $X(k)$ определяется методом максимального правдоподобия [4] по результатам измерений и имеет вид:

$$\hat{X}(k_0)_{MAB} = \left[V_{X_0}^{-1} + M(k_f, k_o)\right]^{-1} \left[V_{X_0}^{-1} \mu_{X_0} + \sum_{k=k_0+1}^{k} \hat{\Phi}(k, k_0)^T H V(k)_v^{-1} Z(k)\right].$$

При этом $\mu_{X_0} \approx U(k_o)$, а ковариационная матрица V_{X_0} определяется уравнением $V_{X_0} = \hat{\Phi}^T \Sigma \hat{\Phi}$ и используется как начальное значение ковариационной матрицы $P(k_o, k_o)$.

Структурная схема адаптивного алгоритма формирования шкалы времени приведена на рис. 1.

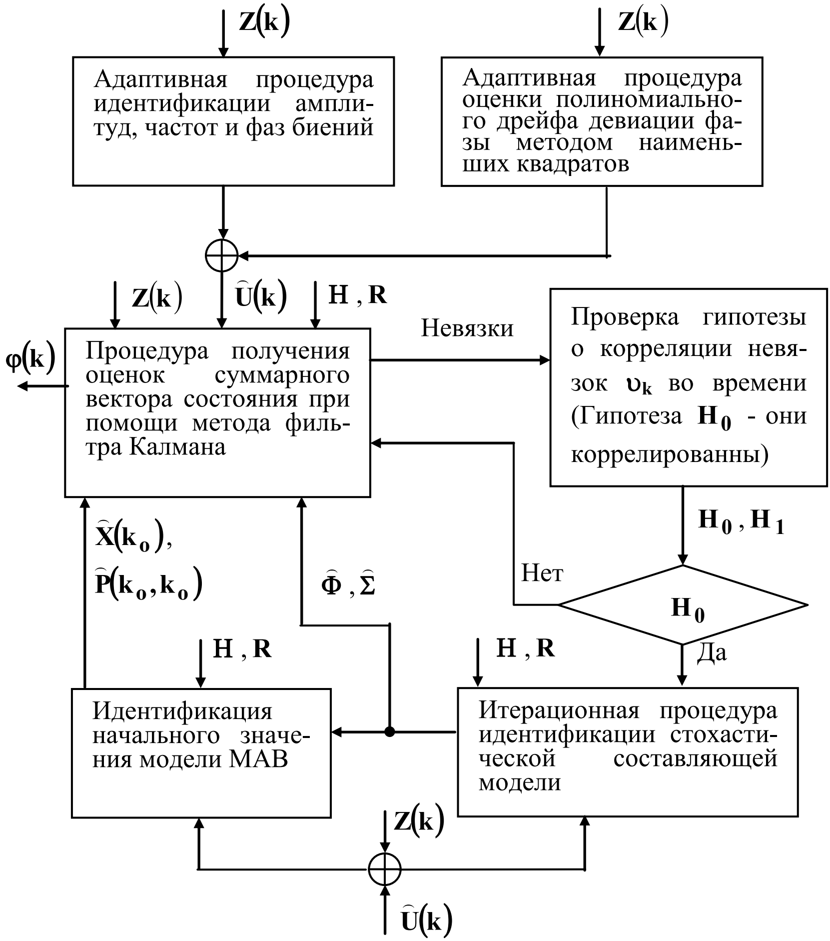

Рис. 1. Структурная схема адаптивного алгоритма формирования шкалы времени

Таким образом, разработанный алгоритм в более полной мере учитывает процессы взаимодействия мер между собой и может быть использован для функционирующих в автономном режиме на длительных интервалах времени, эталонах времени и частоты.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Евдокименко Ю. И., Нарежний А. П. Анализ стохастических характеристик группы мер частоты и времени при их взаимных сличениях // Радиоэлектроника и информатика. – 1998. – №3(04). – С. 44 - 46.*
2. *Основы теории колебаний / Мигулин В.В., Медведев В.И., Мустель Е.Р., Парыгин В.Н. / Под ред. В.В. Мигулина. – М.: Наука Гл. ред. физ.-мат. лит., 1988. – 392 с.*
3. *Рютман Ж. Характеристики нестабильности фазы и частоты сигналов высокостабильных генераторов: Итоги развития за пятнадцать лет // ТИИЭР. – 1978. – Т.66, № 9. – С. 70 - 101.*
4. *Сейдж Э. П., Мелса Д. Л. Идентификация систем управления. – М.: Наука, 1974. – 248 с.*
5. *Евдокименко Ю. И., Нарежний А. П. Оценка погрешностей определения стохастических характеристик группы мер частоты и времени при их взаимных сличениях // Радиоэлектроника и информатика. – 1997. – №1. – С.37-39.*
6. *Евдокименко Ю. И., Нарежний А. П. Идентификация групповой меры частоты с использованием итерационных методов решения стационарных задач // Радиотехника. – 1998. – №109. – С. 76 - 80.*
7. *Оэп Р.Ф., Стабберуд А.Р. Адаптивное оценивание с минимальной дисперсией в дискретных линейных системах // Фильтрация и стохастическое управление в динамических системах / Под ред. К.Т. Леондеса. – М.: Мир, 1980. – С. 377 -403.*
8. *Евдокименко Ю. И. Измерение энергетического спектра фазовых флуктуаций мер частоты вблизи несущей // Украiнский метрологiчний журнал. – 2000. – №4. – С. 41 - 43.*
9. *Нарежний А.П. Выделение скрытых периодичностей в фазовых флуктуациях прецизионных мер частоты // Системи обробки iнформацiї. – Х., НАНУ, ПАНМ, ХВУ. – 2000. – Вип. 1(7). – С. 29 - 32.*

Поступила 28.02.2002

***ЕВДОКИМЕНКО Юрий Иванович**, канд. физ. - мат. наук, старший научный сотрудник, зам. нач. НМЦ ВЭ. Окончил ХГУ в 1978 году. Область научных интересов – метрология и измерительная техника.*

***НАРЕЖНИЙ Алексей Павлович**, нач. лаб. НМЦ ВЭ. Окончил ХВВКИУ РВ в 1993 году. Область научных интересов – метрология и измерительная техника.*