

АНАЛИЗ ИЗМЕРИТЕЛЯ ВЫСШИХ ПРОИЗВОДНЫХ ОТ ОГИБАЮЩИХ АМПЛИТУДНО - МОДУЛИРОВАННЫХ СИГНАЛОВ МЕТОДОМ ПОЛИГАРМОНИЧЕСКОЙ ЛИНЕАРИЗАЦИИ

к.т.н. С.В. Черный

(представил д.т.н., проф. Д.В. Голкин)

Исследуются компенсационные измерители физических величин и их высших производных по времени от огибающих амплитудно-модулированных сигналов. Синхронное детектирование огибающей сочетается в них с получением высших производных от нее. Анализ проводится в предположении о наличии в контурах измерителя гармонических колебаний с использованием метода полигармонической линеаризации. Показано, что измерители такого типа описываются двумя группами уравнений – для полезной составляющей и для высших гармоник.

Распространенным типом устройств сравнения являются датчики физических величин, работающие на несущей переменного тока. Выходной сигнал такого датчика представляет собой амплитудно - модулированное колебание, огибающая которого пропорциональна измеряемой величине. Примерами таких датчиков, используемых в качестве устройств сравнения, являются индукционные датчики угла, перемещения, амплитудные детекторы сигналов, феррозондовые датчики магнитного поля и другие.

Рассмотрим построение измерителей высших производных от огибающих амплитудно-модулированных сигналов на основе предлагаемого метода. Измерители такого типа получили название датчики производных высокого порядка (ДПВП) [1,2].

Пусть на вход устройства сравнения поступает амплитудно-модулированный сигнал вида:

$$X(t) = A(t)\sin(\omega t), \quad (1)$$

где $A(t)$ - амплитуда (огибающая) сигнала; ω - круговая частота несущей.

Тогда функциональная схема ДПВП от огибающей принимает вид, представленный на рис.1. Для выходного сигнала последнего интегратора $Y(t)$ на основе рис.1 можно записать, что

$$Y^{(n)}(t) = \left[K_0 A(t) - \sum_{i=1}^n K_i Y^{(n-i)}(t) \right] \sin^2(\omega t). \quad (2)$$

Вследствие наличия модуляции сигналов в рассматриваемом измерителе

$$Y(t) = Y_*(t) + \sum_{i=1}^{\infty} (A_i \sin(\omega_i t) + B_i \cos(\omega_i t)) . \quad (3)$$

Подставляя (3) в (2) получаем

$$\begin{aligned} Y_*^{(n)}(t) + \sum_{i=1}^{\infty} (A_i \sin(\omega_i t) + B_i \cos(\omega_i t))^{(n)} = & \frac{1}{2} \left[K_0 A(t) - \sum_{j=1}^n K_j Y_*^{(n-j)}(t) \right] - \\ & - \frac{1}{2} \cos(2\omega t) \left[K_0 A(t) - \sum_{j=1}^n K_j Y_*^{(n-j)}(t) \right] - \\ & - \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{n-1} K_j \sum_{i=1}^{\infty} (A_i \sin(\omega_i t) + B_i \cos(\omega_i t))^{(n-j)} + \\ & + \frac{1}{2} \cos(2\omega t) \sum_{j=1}^n K_j \sum_{i=1}^{\infty} (A_i \sin(\omega_i t) + B_i \cos(\omega_i t))^{(n-j)} . \end{aligned} \quad (4)$$

Уравнение (4) может быть представлено в виде системы двух уравнений:

$$\left\{ \begin{aligned} Y_*^{(n)}(t) = & \frac{1}{2} \left[K_0 A(t) - \sum_{j=1}^n K_j Y_*^{(n-j)}(t) \right] + \\ & + \frac{1}{2} \{ \cos(2\omega t) \sum_{j=1}^n K_j \sum_{i=1}^{\infty} (A_i \sin(\omega_i t) + B_i \cos(\omega_i t))^{(n-j)} \}_* ; \\ \sum_{i=1}^{\infty} (A_i \sin(\omega_i t) + B_i \cos(\omega_i t))^{(n)} = & - \frac{1}{2} \cos(2\omega t) \left[K_0 A(t) - \sum_{j=1}^n K_j Y_*^{(n-j)}(t) \right] - \\ & - \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{n-1} K_j \sum_{i=1}^{\infty} (A_i \sin(\omega_i t) + B_i \cos(\omega_i t))^{(n-j)} + \\ & + \frac{1}{2} \cos(2\omega t) \sum_{j=1}^n K_j \sum_{i=1}^{\infty} (A_i \sin(\omega_i t) + B_i \cos(\omega_i t))^{(n-j)} - \\ & - \frac{1}{2} \{ \cos(2\omega t) \sum_{j=1}^n K_j \sum_{i=1}^{\infty} (A_i \sin(\omega_i t) + B_i \cos(\omega_i t))^{(n-j)} \}_* , \end{aligned} \right. \quad (5)$$

где $\{ \bullet \}_*$ - операция выделения постоянной составляющей из выражения, стоящего внутри скобок.

Первое уравнение системы (5) - уравнение для медленно меняющейся составляющей, обусловленной огибающей $A(t)$. “Медленность” изменения состоит в том, что изменение сигнала за период основной гармоники модуляции предполагается пренебрежимо малым.

Второе уравнение этой системы - уравнение для гармоник, вызванных модуляцией сигнала. Анализ этого уравнения показывает, что возмущением в нем является производная порядка n от медленно меняющейся составляющей выходного сигнала, промодулированная удвоенной частотой модуляции. Это обстоятельство позволяет сделать предположение о том, что частота самой низкой из гармоник равна удвоенной частоте модуляции. Тогда

$$\omega_i = 2i\omega \quad (6)$$

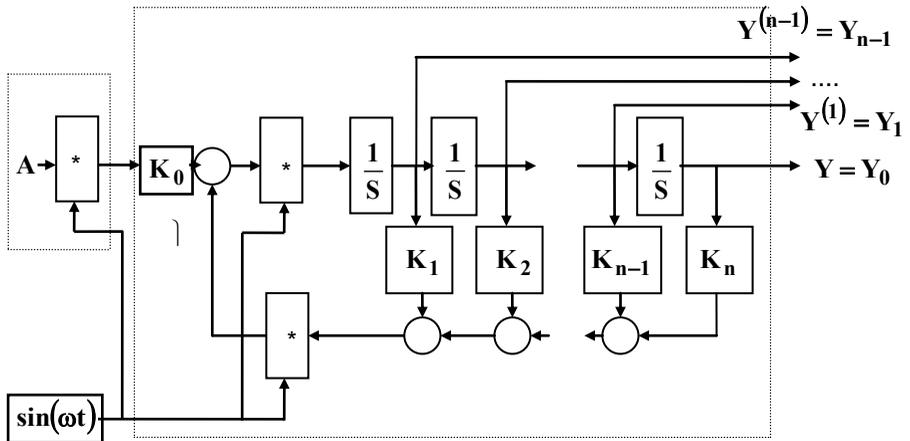


Рис. 1. Функциональная схема ДПВП от обгибающей

Для $n = 2$ система (5), записанная для амплитуд гармонических составляющих, принимает вид:

$$\left\{ \begin{array}{l}
 Y_*^{(2)} + \frac{1}{2} K_1 Y_*^{(1)} + \frac{1}{2} K_2 Y_*^{(0)} - \frac{1}{2} A(t) = \frac{1}{4} [K_2 B_1 + K_1 (B^{(1)} + A_1 2\omega)]; \\
 F_i = A_i^{(2)} - B_i^{(1)} 2i\omega - A_i (2i\omega)^2 + \frac{1}{2} K_2 A_i + \frac{1}{2} K_1 A_i^{(1)} - \frac{1}{2} K_1 B_i 2i\omega; \\
 Q_i = B_i^{(2)} + A_i^{(1)} 2i\omega - B_i (2i\omega)^2 + \frac{1}{2} K_2 B_i + \frac{1}{2} K_1 B_i^{(1)} + \frac{1}{2} K_2 A_i 2i\omega; \\
 R_i = \frac{1}{4} [K_2 A_i + K_1 (A_i^{(1)} - B_i 2i\omega)]; \\
 D_i = \frac{1}{4} [K_2 B_i + K_1 (B_i^{(1)} - A_i 2i\omega)]; \\
 F_1 = R_2; \\
 Q_1 = \frac{1}{2} [-A(t) + K_2 Y_* + K_1 Y_*^{(1)}] + D_2; \\
 F_i = R_{i-1} + R_{i+1}; \quad Q_i = D_{i-1} + D_{i+1}; \\
 i = 2, \dots, \infty.
 \end{array} \right. \quad (7)$$

Возмущением для амплитуд гармонических составляющих (уравнение для Q_1) является ошибка слежения, равная

$$[-A(t) + K_2 Y_* + K_1 Y_*^{(1)}].$$

Следовательно, при условии устойчивости системы (7), амплитуды гармоник отличны от нуля только в переходных режимах.

Необходимо отметить, что наличие модуляции в контуре ДПВП уменьшает величину сигнала обратной связи в два раза, что сужает полосу пропускания устройства.

Для сохранения прежних динамических характеристик необходимо установить усилительное звено с коэффициентом усиления, равным 2 в цепь суммарного сигнала обратной связи. В этом случае устойчивость системы (7) достигается при тех же условиях, что и у ДПВП без модуляции, но общий коэффициент усиления уменьшается вдвое. Для эффективного подавления высших гармоник частоты модуляции целесообразно коэффициенты обратных связей выбирать так, чтобы наибольший из корней характеристического уравнения данного ДПВП был бы меньше удвоенной частоты модуляции.

Из системы (7) также следует, что на выходах интеграторов рассматриваемого ДПВП также, как и в [1], формируются сигналы, пропорциональные высшим производным от огибающей.

Особенностью данного ДПВП является то, что имеется дополнительная ошибка слежения Y_* за $A(t)$, вызванная детектированием в обратной связи второй гармоники частоты модуляции (уравнение для Y_* системы (7)).

Более точным является ДПВП от огибающей амплитудно-модулированного сигнала, представленный на рис. 2.

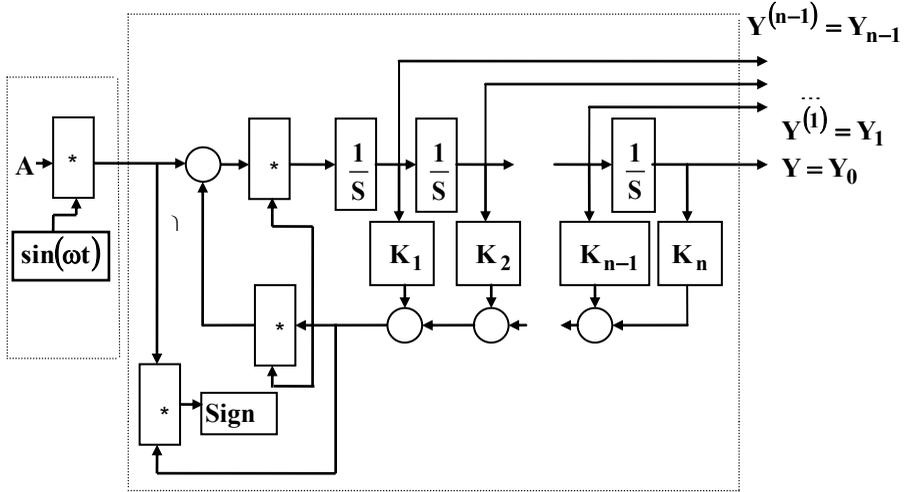


Рис. 2. ДПВП от огибающей амплитудно - модулированного сигнала

Данное устройство описывается следующим соотношением:

$$Y^{(n)}(t) = \left[A(t)\sin(\omega t) - \text{sign} \left(A(t)\sin(\omega t) \sum_{i=1}^n K_i Y^{(n-i)}(t) \right) \times \right. \\ \left. \times \sum_{i=1}^n K_i Y^{(n-i)}(t) \right] \text{sign} \left(A(t)\sin(\omega t) \sum_{i=1}^n K_i Y^{(n-i)}(t) \right). \quad (8)$$

При малых значениях выходного сигнала устройства сравнения можно полагать

$$\text{sign} \left(A(t)\sin(\omega t) \sum_{i=1}^n K_i Y^{(n-i)}(t) \right) = \\ = \text{sign}(A(t)) \text{sign} \left(\sum_{i=1}^n K_i Y^{(n-i)}(t) \right) \text{sign}(\sin(\omega t)) = \text{sign}(\sin(\omega t)). \quad (9)$$

Тогда соотношение (9) можно записать в виде

$$Y^{(n)}(t) = \left[A(t)\sin(\omega t) - \sum_{i=1}^n K_i Y^{(n-i)}(t) \right]. \quad (10)$$

Учитывая, что

$$A(t)\sin(\omega t) = \frac{2}{\pi} A(t) + A(t) \sum_{i=1}^{\infty} (C_i \sin(\omega_i t) + D_i \cos(\omega_i t)), \quad (11)$$

где C_i, D_i - коэффициенты ряда Фурье для функции $|\sin(\omega t)|$,
запишем (10) в виде

$$Y_*^{(n)}(t) + \sum_{i=1}^{\infty} (A_i \sin(\omega_i t) + B_i \cos(\omega_i t))^{(n)} = \left[\frac{2}{\pi} A(t) - \sum_{j=1}^n K_j Y_*^{(n-j)}(t) \right] + \quad (12)$$

$$+ A(t) \sum_{i=1}^{\infty} (C_i \sin(\omega_i t) + D_i \cos(\omega_i t)) - \sum_{j=1}^{n-1} K_j \sum_{i=1}^{\infty} (A_i \sin(\omega_i t) + B_i \cos(\omega_i t))^{(n-j)}.$$

Разделяя медленно меняющуюся составляющую и гармоники частоты модуляции имеем:

$$\left\{ \begin{aligned} Y_*^{(n)}(t) &= \left[\frac{2}{\pi} A(t) - \sum_{j=1}^n K_j Y_*^{(n-j)}(t) \right]; \\ \sum_{i=1}^{\infty} (A_i \sin(\omega_i t) + B_i \cos(\omega_i t))^{(n)} &= A(t) \sum_{i=1}^{\infty} (C_i \sin(\omega_i t) + D_i \cos(\omega_i t)) - \\ &- \sum_{j=1}^{n-1} K_j \sum_{i=1}^{\infty} (A_i \sin(\omega_i t) + B_i \cos(\omega_i t))^{(n-j)}. \end{aligned} \right. \quad (13)$$

Вводя обозначение

$$Y_{\approx} = \sum_{i=1}^{\infty} (A_i \sin(\omega_i t) + B_i \cos(\omega_i t)),$$

систему уравнений (13) можно также записать в виде:

$$\left\{ \begin{aligned} Y_*^{(n)}(t) &= \left[\frac{2}{\pi} A(t) - \sum_{j=1}^n K_j Y_*^{(n-j)}(t) \right]; \\ Y_{\approx}^{(n)}(t) &= \left[\left(|\sin(\omega t)| - \frac{2}{\pi} \right) A(t) - \sum_{j=1}^n K_j Y_{\approx}^{(n-j)}(t) \right]. \end{aligned} \right. \quad (14)$$

Каждое из уравнений системы (14) может рассматриваться автономно. Из первого уравнения следует, что рассматриваемый измеритель по медленно меняющейся составляющей (огibaющей) представляет собой ДПВП. Для достижения необходимой точности выделения производных от огibaющей, переменная составляющая должна быть подавлена. Это достигается выбором частоты модуляции из условия

$$\omega > \frac{\sqrt[n]{K_n}}{2}. \quad (15)$$

Степень подавления гармоник несущей и точность выделения производных от огibaющей возрастают по мере усиления неравенства (15).

Рассмотренные выше устройства являются усовершенствованными синхронными детекторами, которые совместно с операцией детектирования огибающей и подавлением гармоник несущей, позволяют выделять высшие производные от нее по времени. Предложенный для их анализа метод полигармонической линеаризации на основе разложения сигналов в ряд Фурье позволяет раздельно анализировать динамику слежения за огибающей и подавление гармоник несущей.

ЛИТЕРАТУРА

1. Черный С.В. *Метод интегральной компенсации и измерители высших производных физических величин* // Системы обработки информации. – Х.: НАНУ, ХВУ. – 1998. – С. 68 - 71.
2. Черный С.В., Жилин В.А. *Автоколебательный режим нелинейного датчика производных высокого порядка* // Вестник ХГПУ. – Х.: ХГПУ. – 1998. – Вып. 14. – С. 95 - 98.

Поступила 12.02.2002

ЧЕРНЫЙ Сергей Вячеславович, канд. техн. наук, доцент, начальник кафедры Харьковского института ВВС. Окончил Киевское ВВАИУ в 1977 году. Области научных интересов – теория оптимальной фильтрации, теория измерений, навигационные системы ЛА.
