УДК 623.746

РАСЧЕТ ТРАЕКТОРНЫХ УПРАВЛЕНИЙ ДВИЖЕНИЕМ ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА В УСЛОВИЯХ ОГРАНИЧЕНИЙ ОБЩЕГО ВИДА

А.О. Климишен
(представил д.т.н., проф. В.К. Волосюк)

В статье предложена методика формирования управлений движением самолета. В основе указанной методики лежат положения прямого метода управления летательным аппаратом (ЛА).

При выполнении управляемого полета самолета в отдельных случаях требуется решение частной задачи управления ЛА по выведению его в заданное конечное состояние.

Существенное значение для задач выведения имеет характер граничных условий на правом конце траектории. Управление выведением объекта в заданное конечное состояние по шести фазовым координатам (три координаты положения и три составляющие вектора скорости) представляет собой задачу высокой сложности [1, 2]. Решение указанной задачи возможно получить, используя прямые методы управления маневренными объектами.

Дадим общую постановку задачи управления.

Движение управляемого объекта **S** описывается системой дифференциальных уравнений

$$\dot{\mathbf{X}}_\mathbf{i} = \mathbf{f}_\mathbf{i}(\mathbf{X}, \mathbf{u}), \qquad \mathbf{i} = \mathbf{1}, \ldots, \mathbf{n}. \tag{1}$$

где $\mathbf{u} \in \mathbf{\Omega}_\mathbf{u}$; $\mathbf{X(t)} \in \mathbf{\Omega}_\mathbf{x}$; **X** - вектор фазовых координат размерности **n**, **u** - вектор управлений размерности **r**; $\mathbf{\Omega}_\mathbf{u}, \mathbf{\Omega}_\mathbf{x}$ – некоторые замкнутые области управлений и состояний объекта **S**; на фазовые координаты и управления наложены ограничения:

$$\mathbf{X}_{\mathbf{min}\,\mathbf{i}} \le \mathbf{X}_\mathbf{i} \le \mathbf{X}_{\mathbf{max}\,\mathbf{i}}\,;\ \mathbf{u}_{\mathbf{min}\,\mathbf{i}} \le \mathbf{u}_\mathbf{i} \le \mathbf{u}_{\mathbf{max}\,\mathbf{i}}\,, \tag{2}$$

заданы начальное и конечное состояния объекта:

$$\mathbf{X}(\mathbf{t}_{\cdot}) = \mathbf{X}_\mathbf{0}; \tag{3}$$

$$\mathbf{X}(\mathbf{t}_\mathbf{k}) = \mathbf{X}_\mathbf{k}. \tag{4}$$

Объект **S** полностью наблюдаем, т.е. в каждый текущий момент времени векторы $\mathbf{X}_\mathbf{i}$ и $\mathbf{u}_\mathbf{i}$ измеряются или оцениваются.

Найти управления **u**, переводящие объект **S** из состояния (3) в состояние (4) за конечное время.

Приближенное решение системы уравнений (1) представляется в виде разложения в ряд Тейлора по **t** на интервале Δt, причем порядок разложения берется таким, чтобы в правую часть каждого уравнения входила хотя бы одна управляющая функция.

Задавая значения управляющих функций из области допустимых значений и замораживая их на интервале прогноза Δt, получим множество точек прогноза в фазовом пространстве, образующих область достижимости на интервале Δt. Формирование управления сводится к выбору таких функций управления, которые переведут объект (1) в точку области достижимости, наименее удаленную от заданного конечного состояния.

Решить эту задачу можно, используя понятие обобщенного расстояния в фазовом пространстве [3]. При этом расстояние от точек достижимости (прогноза) до точки конечного состояния определяется как корень квадратный из суммы квадратов разностей фазовых координат с соответствующими нормирующими множителями. Минимизация этого расстояния по управлениям и позволит определить последние.

Однако такой путь, несмотря на кажущуюся простоту, требует увязывать в одном функционале разнородные фазовые координаты, что обуславливает введение 4-х весовых коэффициентов, а это значительно затрудняет учет ограничений на управления и на фазовое пространство.

Более рациональным является формирование функционала вида [1]:

$$\mathbf{\Phi = \lambda_1 \cos\varphi + \lambda_2 r}, \tag{5}$$

где $\mathbf{r}$ - прогнозируемая на Δt невязка по координатам положения; $\cos\varphi$ - косинус угла между ортом заданного конечного положения вектора скорости и прогнозируемым на Δt вектором дальности, λ_1, λ_2 - нормировочно - весовые коэффициенты.

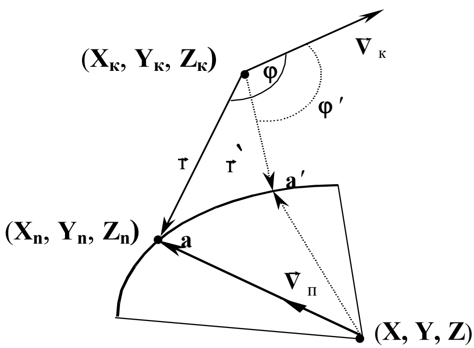

Рис.1. Геометрическое представление **Φ**

В качестве системы (1) может использоваться математическая модель движения ЛА в траекторной системе координат, в которой в качестве управлений используются $\mathbf{n_x}$, $\mathbf{n_y}$ - соответственно продольная и нормальная перегрузки в проекциях на оси полусвязанной СК, а также $\boldsymbol{\gamma}$ - угол крена ЛА [1,2].

Для построения алгоритма осуществляется разложение в ряд Тейлора $\boldsymbol{\Phi}$ на интервале $\boldsymbol{\Delta t}$ по аргументам $\mathbf{n_y}$ и $\boldsymbol{\gamma}$:

$$\Phi(n_y+\Delta n_y, \gamma+\Delta\gamma) = \Phi(n_y, \gamma)+(\Phi_{ny}\Delta n_y+\Phi_\gamma \Delta\gamma)+\ldots\approx\Phi(n_y, \gamma)+\Delta\Phi(\Delta n_y, \Delta\gamma), \quad (6)$$

$$\Delta\Phi(\Delta n_y, \Delta\gamma) = \Phi_{ny} \Delta n_y+\Phi_\gamma \Delta\gamma, \quad (7)$$

где $\boldsymbol{\Phi_{ny}}$, $\boldsymbol{\Phi\gamma}$ - частные производные $\boldsymbol{\Phi}$ по $\mathbf{n_y}$ и $\boldsymbol{\gamma}$ соответственно.

Из разложения (6) выделим линейную часть

$$\Phi(n_y+\Delta n_y,\gamma+\Delta\gamma) \approx \Phi(n_y,\gamma)+\Phi n_y\Delta n_y+\Phi\gamma\Delta\gamma = \Phi(n_y,\gamma)+\Delta\Phi(\Delta n_y,\Delta\gamma). \quad (8)$$

Исходя из (8) можно заключить, что минимизацию $\boldsymbol{\Phi}$ можно осуществить за счет минимизации приращения $\boldsymbol{\Delta\Phi}$ (7) путем выбора приращений $\boldsymbol{\Delta n_y}$ и $\boldsymbol{\Delta\gamma}$, причем, выбор последних должен производиться с учетом ограничений, накладываемых как на приращения, так и на сами управляющие функции.

Определив допустимые значения приращений $\boldsymbol{\Delta n_y}$ и $\boldsymbol{\Delta\gamma}$ как:

$$\Delta n_{ymin} \le \Delta n_y \le \Delta n_{ymax}\ ; \quad (9)$$

$$\Delta\gamma_{min} \le \Delta\gamma \le \Delta\gamma_{max}\ , \quad (10)$$

а также сводя к неравенствам ограничения, накладываемые на фазовые переменные, получим систему неравенств. Указанная система в совокупности с целевой функцией (7) позволяет получить задачу линейного программирования, в случае если все неравенства линейные.

Таким образом, задача управления сведена к задаче линейного программирования, решение которой возможно получить, используя симплекс - метод [4].

ЛИТЕРАТУРА

1. *Суханов А.Ю., Климишен А.О. Прямой метод в задаче терминального управления маневренного объекта // Сборник научных трудов ХГПУ. – Х.: ХГПУ, – 1998. – Вып. 15. – С. 115 - 118.*
2. *Белов А.И., Климишен А. О. Использование опорных фазовых траекторий в задачах управления // Сборник научных трудов ХГПУ. – Х.: Вестник ХГПУ. – 1999. – Вып. 57. – С. 91 - 94.*
3. *Зубов В.И. Лекции по теории управления. – М: Наука, 1975. – 406 с.*
4. *Коршунов Ю.М. Математические основы кибернетики.. – М: Энергоатомиздат, 1987. – 293 с.*

Поступила 15.03.2002

***КЛИМИШЕН Алексей Олегович**, преподаватель кафедры Харьковского института ВВС. В 1994 году окончил Киевский институт ВВС. Область научных интересов – исследование систем управления летательными аппаратами.*