УДК 629.7.054

ИЗМЕРЕНИЕ РАССТОЯНИЙ НА ДВИЖУЩИХСЯ ОБЬЕКТАХ МЕТОДОМ ПРОГНОЗА ФИЗИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ

к.т.н. С.В. Черный
(представил д.т.н., проф. Д.В. Голкин)

Исследуется метод измерения расстояний от объекта, двигающегося в физическом поле, до характерных участков поля на основе измерения высших производных и прогноза поля.

В практике навигационных измерений широко используются методы определения расстояний по измерениям скорости и времени движения. Распространение получили методы локации, в которых расстояние определяется путем умножения измеренного времени движения зондирующего импульса (импульсное излучение) или временного сдвига (непрерывное излучение) на известную скорость распространения данного излучения в данной среде. Кроме того, широко используются методы определения расстояний путем интегрирования известной скорости или ускорения движения объекта относительно окружающей среды (естественного или искусственного физического поля).

Рассмотрим подход к определению расстояний с использованием прогноза неподвижного физического поля, в котором движется объект. Пусть на объекте установлен измеритель поля и его высших производных по времени [1]. В силу движения объекта, выходные сигналы измерителя поля $\mathbf{B(t)}$ и его производных являются функциями времени. Тогда значения поля вдоль траектории движения могут быть определены путем прогноза с использованием ряда Тейлора

$$\mathbf{B(t+t_{pr}) = B(t) + B(t)^{(1)} t_{pr} + B(t)^{(2)} \frac{t_{pr}^2}{2!} + \ldots + B(t)^{(n)} \frac{t_{pr}^n}{n!}}, \qquad (1)$$

где $\mathbf{t_{pr}}$ – дальность прогноза по времени; $\mathbf{n}$ – число используемых производных.

Для определения расстояния между объектом и заданной точкой поля, в которой заранее известна его величина $\mathbf{B_a}$, в предлагаемом подходе необходимо выполнять подстройку величины $\mathbf{t_{pr}}$ до совпадения $\mathbf{B(t + t_{pr})}$ и $\mathbf{B_a}$. Заданную точку поля назовем навигационной (НТ). В зависимости от направления прогноза можно выделять прямой (ПП) (вперед по направлению движения), обратный (ОП) (назад вдоль направления движения) и совместный (СП) прогноз (назад и вперед одновременно).

Для ПП на объекте устанавливают измеритель поля и его высших производных, а прогноз ведут от объекта к НТ, в которой известна лишь величина $\mathbf{B_a}$.

Для ОП на объекте измеряют только текущее значение поля **B(t)**, а в НТ известно его значение и высшие пространственные производные, прогноз ведется от НТ к объекту. СП объединяет в себе два предыдущих. В последнем случае прогноз ведется от объекта и из НТ в некоторую промежуточную точку $\mathbf{X_{pt}}$.

Путевая скорость **V** объекта во всех рассматриваемых случаях полагается известной и имеет направление на НТ, а расстояние до нее определяется по формуле

$$\mathbf{D_{pr} = V^* t_{pr}}. \qquad (2)$$

Измерения поля на объекте сопровождаются шумами, поэтому целесообразно рассматривать задачу определения (оценки) расстояния с позиций теории оптимальной фильтрации. При построении оптимальных алгоритмов оценивания расстояния используем математический аппарат фильтра Р. Калмана для случаев прямого, обратного и совместного прогнозов.

В качестве простейшей модели изменения $\mathbf{t_{pr}}$ примем

$$\dot{\mathbf{t}}_{\mathbf{pr}} = \xi_{\mathbf{t}} \pm \mathbf{1}, \qquad (3)$$

где ξ_t – нормальный случайный процесс (белый шум) со спектральной плотностью $\mathbf{S_t}$.

Знак (+) в формуле (4) имеет место при удалении от точки, а (-) – при приближении к ней.

Уравнение наблюдения величины поля в заданной точке B_a путем прогнозирования по данным бортового измерителя может быть записано в виде

$$\mathbf{Z = B(t + t_{pr})} + \xi_{\mathbf{t}}, \qquad (4)$$

где **Z** – выходной сигнал бортового измерителя; при этом **B(t)** – текущее значение поля, а ξ_z – шум измерителя со спектральной плотностью $\mathbf{S_z}$.

Величина **Z** формируется путем суммирования выходных сигналов датчика производных, умноженных на соответствующие коэффициенты ряда Тейлора:

$$\mathbf{B(t+t_{pr}) = B(t) + B(t)^{(1)} t_{pr} + B(t)^{(2)} \frac{t_{pr}^2}{2!} + \ldots + B(t)^{(n)} \frac{t_{pr}^n}{n!}}. \qquad (5)$$

Уравнениям (4) - (5) соответствует уравнение оптимального фильтра:

$$\dot{\hat{t}}_{pr} = P\frac{dZ(\hat{t}_{pr})}{d\hat{t}_{pr}}S_Z^{-1}(Z - Z(\hat{t}_{pr})) \pm 1. \tag{6}$$

Преобразуем модель градиента прогнозируемой величины:

$$\frac{dZ(\hat{t}_{pr})}{d\hat{t}_{pr}} = \frac{dB(t+\hat{t}_{pr})}{d\hat{t}_{pr}} =$$

$$= \frac{d}{dt_{pr}}\left[B(t) + B(t)^{(1)}t_{pr} + B(t)^{(2)}\frac{t_{pr}^2}{2!} + \ldots + B(t)^{(n)}\frac{t_{pr}^n}{n!}\right]\Bigg|_{t_{pr}=\hat{t}_{pr}} = \tag{7}$$

$$= \dot{B}(t+\hat{t}_{pr}).$$

В окончательном виде уравнение фильтра для ПП имеет вид:

$$\begin{cases} \dot{\hat{t}}_{pr} = PS_Z^{-1}\dot{B}(t+\hat{t}_{pr})\left[B_a - B(t+\hat{t}_{pr})\right] - 1; \\ D_{pr} = V\hat{t}_{pr}; \\ \dot{P} + P^2 S_Z^{-1}\dot{B}^2(t+\hat{t}_{pr}) = S_t \\ \dot{B}(t+\hat{t}_{pr}) = \sum\limits_{i=1}^{n} B(t)^{(i)}\dfrac{\hat{t}_{pr}^{\,i-1}}{(i-1)!}; \\ B(t+\hat{t}_{pr}) = \sum\limits_{i=0}^{n} B(t)\dfrac{\hat{t}_{pr}^{\,i}}{i!}. \end{cases} \tag{8}$$

где **P** – корреляционная функция ошибок оценивания; $\mathbf{S_t}$, $\mathbf{S_z}$ – спектральные плотности шумов возбуждения и измерения; $\mathbf{B_a}$ – величина физического поля изолинии аномалии; **B(.)** – прогнозируемое значение поля.

Система уравнений (8) представляет собой алгоритм работы измерителя расстояния от объекта до изолинии $\mathbf{B_{pr}}$ вдоль направления его движения.

Для получения оценки дальности в данном алгоритме необходимо выполнить интегрирование двух дифференциальных уравнений, одно из которых уравнение Риккати.

Решение уравнения Риккати в данном случае обеспечивает получение оптимального значения полосы пропускания фильтра и управление ею в процессе его работы. При этом в начальный момент времени при больших начальных ошибках фильтра (обусловленных величиной $\hat{\mathbf{t}}_{\mathbf{pr}}(\mathbf{0})$) полоса пропускания наибольшая.

В дальнейшем, по мере уменьшения ошибки фильтра полоса пропускания его сужается до величины, определяемой $\mathbf{P(\infty)}$. Ошибка фильтра обусловлена двумя составляющими: постоянной ошибкой задания начальных условий $\hat{\mathbf{t}}_{\mathbf{pr}}(\mathbf{0})$ и флуктуационной ошибкой от шума измерителя. Эффективность управления полосой пропускания в ОФК на основе решения уравнения Риккати зависит от соответствия $\mathbf{P(0)}$ реальной величине начальной ошибки. Так если $\mathbf{P(0)}$ завышена по отношению к величине реальной начальной ошибки фильтра для данного участка коррекции, то сужение полосы пропускания будет происходить с запаздыванием по отношению к случаю идеального соответствия, систематическая погрешность убывает быстрее, чем в идеальном случае, но оптимальная ошибка будет получена позднее, чем это принципиально возможно из-за более позднего подавления флуктуационного шума измерителя. Если $\mathbf{P(0)}$ занижена, то флуктуационный шум измерений будет подавлен раньше, чем в идеальном случае, но систематическая погрешность будет убывать медленнее и, в целом, оптимальная ошибка будет получена позднее, чем в идеальном случае.

На практике получить идеальное соответствие между $\mathbf{P(0)}$ и реальной начальной ошибкой фильтра не удается. Кроме того, в навигационных задачах начальная ошибка определения расстояний, как правило, превосходит ошибку, обусловленную флуктуационными шумами измерений. Решение этой проблемы видится в следующем подходе к управлению полосой пропускания оптимального фильтра.

Полоса пропускания фильтра принимается максимально широкой ($\mathbf{P(0)}$ – максимально возможным) до момента, пока систематическая погрешность, обусловленная начальной ошибкой фильтра, не станет близкой к ошибке фильтра, обусловленной флуктуационным шумом измерений. В дальнейшем полоса пропускания сужается путем уменьшения $\mathbf{P(t)}$ до величины $\mathbf{P(\infty)}$. Обнаружение факта выравнивания уровней ошибок может быть осуществлено по знаку рассогласования между сигналом $\mathbf{B}_{\mathbf{pr}}$ и его моделью $\mathbf{B(t+\hat{t}_{pr})}$, полученной по результатам работы фильтра. С учетом вышеизложенного алгоритм принимает вид:

$$
\begin{cases}
\dot{\hat{t}}_{pr} = K_f(\Delta_t);\; D_{pr} = V\hat{t}_{pr};\\
\Delta_t = B_{pr} - B(t+\hat{t}_{pr});\\
K_f = \mathrm{Sign}\left[\dot{B}(t+\hat{t}_{pr})\right]K(\Delta_t);\\
\dot{B}(t+\hat{t}_{pr}) = \sum_{i=1}^{n} B(t)^{(i)} \dfrac{\hat{t}_{pr}^{\,i-1}}{(i-1)!};\\
B(t+\hat{t}_{pr}) = \sum_{i=0}^{n} B(t) \dfrac{\hat{t}_{pr}^{\,i}}{i!};\\
\left[\begin{array}{l}
K(\Delta_t) = \begin{cases} K_{max},\, n=1,\\ K_{min},\, n=-1; \end{cases}\\
K_{max} = P(0)_{max} S_Z^{-1} \overline{\dot{B}(t+\hat{t}_{pr})};\\
K_{min} = \dfrac{\sqrt{S_Z}}{\sqrt{S_t B(t+\hat{t}_{pr})}};\\
n = \mathrm{Sign}\left[\Delta_t(t) - \Delta_t(t-\tau)\right],
\end{array}\right]
\end{cases}
\qquad (9)
$$

где $(t - \tau)$ – предыдущий шаг интегрирования.

Обратный прогноз отличается от прямого прогноза тем, что все пространственные производные от функции поля вдоль направления движения, а также его величина определены заранее для заданной навигационной точки. Уравнения наблюдения и состояния имеют некоторое различие. Уравнения оптимального измерителя расстояния при ОП имеют вид:

$$Z = B_a(t) + \xi_Z;$$

$$B(t+t_{pr}) = B_{NT}(t) + B_{NT}(t)^{(1)} t_{pr} + B_{NT}(t)^{(2)} \frac{t_{pr}^2}{2!} + \ldots + B_{NT}(t)^{(n)} \frac{t_{pr}^n}{n!};\quad (10)$$

$$\dot{\hat{t}}_{pr} = K_f \dot{B}(t+\hat{t}_{pr})\left[B_a - B(t+\hat{t}_{pr})\right],$$

где $B_{nt}(t)^{(i)}$ – известные производные поля в навигационной точке.

В момент равенства прогнозируемого значения $\mathbf{B(t + t_{pr})}$ и $\mathbf{B_{pr}(t)}$ определяется дальность прогноза по времени от аномалии АМПЗ до ЛА $\mathbf{t_{pr}}$. Искомое расстояние определяется уравнением (2).

Для совместного прогноза ПП и ОП выполняются для некоторой промежуточной точки с величиной поля $\mathbf{B_x}$, находящейся между объектом и заданной навигационной точкой. При этом снижается суммарная ошибка прогноза. В этом случае $\mathbf{B_{ax}(t + t_{op})}$ есть результат обратного прогноза в промежуточную точку, а $\mathbf{B_x(t + t_{pr})}$ – результат ПП в промежуточную точку.

Уравнения состояния, наблюдения и фильтра в случае СП имеют следующий вид:

$$\mathbf{Z = B_{ax}(t + t_{pr}) + \xi_Z};$$

$$\begin{cases} \dot{\hat{\mathbf{t}}}_{\mathbf{pr}} = \mathbf{K_f(\Delta_t)}; \\ \mathbf{\Delta_t = B_{ax}(t + t_{op}) - B_x(t + \hat{t}_{pr})}, \end{cases} \tag{11}$$

где $\mathbf{K_f(\Delta_t)}$ определяется в соответствии с (10).

Фактическая (пространственная) дальность при постоянной скорости определяется уравнением (2).

ЛИТЕРАТУРА

1. *Черный С.В. Метод интегральной компенсации и измерители высших производных физических величин // Системы обработки информации. – Х.: НАНУ, ХВУ. – 1998. – С. 68 - 71.*

Поступила 20.05.2002

ЧЕРНЫЙ Сергей Вячеславович*, канд. техн. наук, доцент, начальник кафедры Харьковского института ВВС. Окончил Киевское ВВАИУ в 1977 году. Области научных интересов – теория оптимальной фильтрации, теория измерений, навигационные системы ЛА.*