

СИНТЕЗ СЕМЕЙСТВА ПОПАДАЮЩИХ ТРАЕКТОРИЙ БЕСПИЛОТНОГО ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

д.т.н. О.Н. Фоменко, к.т.н. А.А. Журавлёв

Рассматривается методика формирования гибких программ семейства попадающих траекторий многоцелевого беспилотного летательного аппарата (БЛА) в условиях неопределённости на основе информации о цели управления, измерений текущих параметров движения и прогнозирования траектории по аналитическим выражениям.

Проведение межвидовой универсализации БЛА требует разработки универсального методического и математического аппарата, позволяющего проектировать и прогнозировать семейства различных траекторий, в зависимости от целевого назначения многоцелевого БЛА. Частью такого аппарата является проектирование семейства попадающих траекторий, расположенных в вертикальной плоскости начальной стартовой системы координат.

Современные бортовые вычислительные средства позволяют реализовывать в реальном времени полёта сложные алгоритмы управления, формирующие попадающие траектории на основе информации о цели управления, измерений текущих параметров движения и прогнозирования траектории по аналитическим выражениям.

Рассматривается методика проектирования семейства попадающих траекторий БЛА, автоматически управляемого аэродинамическими рулями на всей траектории. Этот БЛА (без маршевого двигателя) при помощи отделяемого твердотопливного стартового ускорителя за короткий промежуток времени разгоняется до максимальной скорости и далее движется по инерции.

Для оценки формы и основных кинематических параметров возможных траекторий используется следующая математическая модель движения центра масс БЛА на активном и пассивном участках траектории:

$$\begin{aligned} \frac{dv}{dt} &= \frac{P(t, h)}{m(t)} \cos \alpha - \frac{\rho(h) v^2 C_x(M, \alpha) S}{2m(t)} - g(h) \sin \theta; \\ \frac{d\theta}{dt} &= Fu + D - g(h) \frac{\cos \theta}{v}; \quad \frac{dx}{dt} = v \cos \theta; \quad \frac{dy}{dt} = v \sin \theta; \\ F &= k_u \left(\frac{P(t, h)}{v m(t)} + \frac{\rho(h) v C_y^\alpha S}{2m(t)} \right); \quad D = B_2 M \frac{\rho(h) v S}{2m(t)}; \quad |u| \leq u_m, \end{aligned} \quad (1)$$

где v – модуль вектора скорости центра масс; θ – угол наклона вектора скорости; x, y – координаты; t – текущее время полета, отсчитываемое от момента старта; α – угол атаки; u, u_m – сигнал управления и максимальное значение сигнала управления соответственно; k_u – коэффициент усиления; $P(t, h) \in \Omega_P$ – сила тяги ускорителя, является неопределенным параметром, принимающим дискретные значения из области Ω_P с широким диапазоном изменения; $m(t)$ – масса, значение $m(0) \in \Omega_m$ является неопределенной величиной, принимающей дискретные значения из области Ω_m ; S – площадь миделя; $\rho(h)$ – плотность воздуха; $g(h)$ – ускорение свободного падения; $C_x(M, \alpha) \in \Omega_{C_x}, C_y^\alpha \in \Omega_{C_y}, B_2 \in \Omega_B$ – коэффициент силы лобового сопротивления и коэффициенты аппроксимации подъемной силы соответственно, являются неопределенными параметрами, принимающими дискретные значения из соответствующих областей Ω ; h – высота; R – радиус Земли; M – число Маха.

Проектирование семейства попадающих траекторий базируется на выделении основных участков движения (например, участок полёта с работающим ускорителем в плотных слоях атмосферы (ПСА), полёт по инерции в ПСА, движение в разреженных слоях атмосферы), определении множества опорных точек траектории и формулировании частных целей управления на каждом выделенном участке. Гибкие программы определяются на основе сплайн аппроксимации участков траектории аналитическими функциями от действительных параметров движения [1].

В связи с тем, что тяга твердотопливного ускорителя не регулируется, управление движением центра масс БЛА в вертикальной плоскости происходит путем целенаправленного изменения значения $\theta(t)$ угла наклона вектора скорости. Это достигается возможностью целенаправленно изменять знак и величину $\dot{\theta}$, что обусловлено наличием и величиной управляющих сил. Возможность целенаправленно искривлять траекторию в вертикальной плоскости на заданном участке оценивается величиной отношения

$$U = Fu_m / (D + g(h) \cos \theta / v). \quad (2)$$

Возможные форма, области и диапазон изменения значения U , характерные для траекторий, выходящих за пределы ПСА, представлены на рис. 1, где обозначено: U_0 – номинальное значение; U_+, U_- – верхняя и нижняя границы диапазона изменения соответственно.

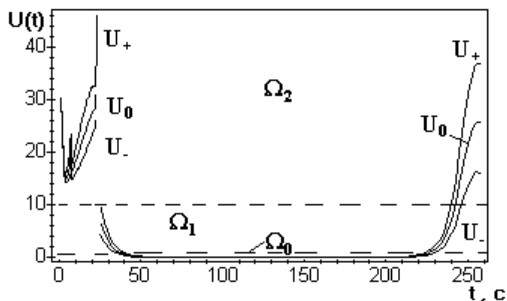


Рис. 1. Области и диапазон изменения $U(t)$

В зависимости от типа траектории и физических условий движения значение U может принадлежать

различным непересекающимся замкнутым областям Ω . Если $U \in \Omega_0$, то на этом участке траектория искривляется только за счет силы земного притяжения и реализуется лишь гравитационный разворот вектора скорости. Если $U \in \Omega_1$, то на этом участке траектория искривляется за счет аэродинамической подъемной силы и силы земного притяжения и возможно формировать некоторый класс траекторий. Если $U \in \Omega_2$, то на этом участке траектория искривляется за счет силы тяги ускорителя, аэродинамической подъемной силы и силы земного притяжения, причем имеется возможность реализовывать различные типы траекторий.

Значение U имеет широкий диапазон изменения. Это обусловлено следующими физическими причинами. В связи с априорной неопределенностью значений параметров закона горения заряда твердого топлива, значение $P(t, h)$ силы тяги ускорителя и время его работы $\tau \in \Omega_\tau$ (которое также является неопределенным параметром, принимающим дискретные значения из области Ω_τ с широким диапазоном изменения) варьируются в широких пределах относительно номинальных значений. После полного выгорания заряда наблюдается процесс последействия, который также описывается законом с неопределенными параметрами. Указанные неопределенности приводят к тому, что достигнутое конечное значение модуля вектора скорости центра масс также является априорно неопределенной величиной с широким диапазоном изменения. При движении в атмосфере на БЛА будет действовать вектор аэродинамической силы, значение модуля которого также является априорно неопределенной величиной с широким диапазоном изменения. Его априорная неопределенность обусловлена неопределенностью параметров аппроксимации коэффициентов аэродинамической силы, плотности воздуха и значения модуля вектора скорости.

В зависимости от целевого назначения и требуемой полной дальности полета траектории БЛА могут полностью проходить в ПСА, так и выходить за её границы.

Траектория БЛА, выходящая за пределы ПСА, и её основные участки представлены на рис. 2, где обозначено: O – центр невращающейся сферической Земли; C – точка старта; CXY – начальная стартовая система координат; K – точка конца АУТ; E – точка, расположенная на условной границе ПСА; r_K , r_E – радиус векторы точек K и E ; V_E , θ_E – модуль вектора скорости центра масс и угол наклона вектора скорости в точке E ; B – точка входа в ПСА; Γ – точка цели; β_3 – угол наклона вектора скорости в точке Γ .

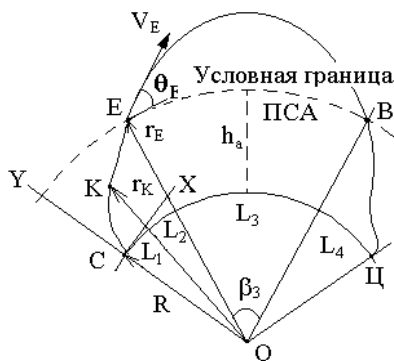


Рис. 2. Основные участки траектории

h_a – высота условной границы ПСА; β_3 – центральный угол, соответствующий дальности баллистического полёта.

Следует заметить, что короткий активный участок заканчивается в ПСА, где и происходит отделение ускорителя. Некоторое время БЛА будет еще двигаться в ПСА, причем нет четкой границы между плотными и разряженными слоями, эта граница достаточно условная, а значение ее высоты – неопределённая величина.

Так как на траектории выделено четыре основных участка, то полная дальность полёта L , отсчитываемая по поверхности сферической Земли от точки старта до точки цели, представляется суммой четырёх дальностей

$$L = L_1 + L_2 + L_3 + L_4,$$

где L_1 – дальность активного участка траектории **СК**; L_2 – дальность восходящей части пассивного участка траектории **КЕ**, проходящей в ПСА; L_3 – дальность части траектории **ЕВ**, проходящей в разряженных слоях; L_4 – дальность участка **ВЦ**, атмосферной части нисходящей траектории.

Рассматривается формирование гибкой программы для второго участка траектории. Заметим, что регулируя только один параметр движения θ , невозможно добиться в момент t_E пересечения условной границы ПСА одновременного выполнения трех конечных условий:

$$x(t_E) = x_E^P; \quad y(t_E) = y_E^P; \quad \theta(t_E) = \theta_E^P,$$

где x_E^P , y_E^P , θ_E^P – расчетные значения параметров траектории в точке **Е**.

Поэтому частная цель управления на участке **КЕ** заключается в том, чтобы обеспечить в заданной окрестности точки **Е** только соответствующую ориентацию вектора скорости.

Предлагается в полёте на участке **КЕ** формировать гибкую программу на основе проведения периодического прогноза значений θ_E и V_E по аналитическим соотношениям. При стрельбе на промежуточную дальность, после выполнения необходимого условия:

$$L_3^T \leq 2R \arctg(v_E/2\sqrt{1-v_E}); \quad (3)$$

$$v_E = r_E^{\Pi} (V_E^{\Pi})^2 / \mu; \quad r_E^{\Pi} = (R + y_E) / \cos[\Delta x^{\Pi} / (R + y_E)]; \quad \mu = 3,986 \cdot 10^5 \text{ км}^3/\text{с}^2,$$

где L_3^T – требуемая дальность; r_E^{Π} и V_E^{Π} – спрогнозированные значения; на каждом такте управления начинается вычисление двух значений угла наклона вектора скорости в точке **Е**.

Одно значение – θ_E^{Π} прогнозируется по текущим параметрам движения $x(t)$, $y(t)$, $V(t)$ и $\theta(t)$ (вычисленным в навигационном алгоритме) и при гипотезе о том, что в данный момент времени произошло выключение ускорителя, а далее совершается неуправляемое движение. Второе значение – θ_E^T необходимо для обеспечения баллистического полёта на

требуемую дальность L_3^T при спрогнозированных значениях r_E^{Π} и V_E^{Π} .

Управление текущим значением $\dot{\theta}$ осуществляется так, чтобы до момента пересечения условной границы ПСА достигнуть и поддерживать выполнение неравенства

$$\left| \theta_E^{\Pi} - \theta_E^T \right| \leq \varepsilon,$$

а сигнал на управление формируется по закону управления:

$$u = k_0 \Delta\theta + k_1 \Delta\dot{\theta}; \quad \Delta\theta = \theta_E^{\Pi} - \theta_E^T, \quad (4)$$

где k_0, k_1 – постоянные коэффициенты закона управления.

Рассматривается методика вычисления значений θ_E^{Π} и θ_E^T в каждом такте управления. Значение L_3^T вычисляется по выражению

$$L_3^T = L^P - L(t) - L_2^{\Pi} - L_4^{\Pi},$$

где L^P – расчетное значение полной дальности; L_2^{Π} – прогнозируемое значение дальности участка **КЕ**; L_4^P – расчетное значение дальности участка **ВЦ**.

На участке **КЕ** на движение центра масс БЛА оказывает влияние сила аэродинамического сопротивления. Поэтому прогноз основывается на аппроксимации этого участка траектории неуправляемого движения в атмосфере кубической параболы вида [2]:

$$\Delta y = \Delta x (a_1 - \Delta x a_2 (1 + \Delta x a_3)); \quad (5)$$

$$a_1 = \text{tg } \theta(t); \quad a_2 = g_c / 2(V(t) \cos \theta(t))^2; \quad a_3 = S C_x \rho_c / 3;$$

$$\Delta y = y_E - y(t); \quad \Delta x = x_E - x(t),$$

где ρ_c и g_c – средние интегральные значения плотности атмосферы и ускорения силы земного притяжения соответственно в диапазоне высот точек **К** и **Е**. В качестве значения прогнозируемой координаты x_E^{Π} , выбирается наименьшее положительное значение из трех действительных корней кубического уравнения (5) при $y_E = h_a$.

Значение дальности L_2^{Π} вычисляется по выражению

$$L_2^{\Pi} = R \arctg \left(\Delta x^{\Pi} / (R + y_E) \right) \approx \Delta x^{\Pi} / (1 + y_E / R), \quad \Delta x^{\Pi} = x_E^{\Pi} - x(t).$$

Так как вектор скорости центра масс направлен по касательной к траектории, то прогнозируемое значение θ_E^{Π} вычисляется по соотношению

$$\theta_E^{\Pi} = \arctg \left(a_1 - \Delta x^{\Pi} a_2 (1 + 1,5 \Delta x^{\Pi} a_3) \right), \quad (6)$$

а прогнозируемое значение V_E^{Π} вычисляется по аналитическому выражению

$$V_E^{\Pi} = V(t) \left(\cos \theta(t) / \cos \theta_E^{\Pi} \right) \cdot \exp \left(-\Delta x^{\Pi} (1,5 a_3 / 1,5 a_3) \right). \quad (7)$$

Участок траектории **ЕВ** проходит в разреженных слоях атмосферы, поэтому прогнозировать движение центра масс на этом участке можно на основе эллиптической теории, а значение угла θ_E^T вычислять по соотношению

$$\theta_E^T = \arctg \left(\frac{v_E}{2 \operatorname{tg} \frac{\beta_3}{2}} \pm \sqrt{\left(\frac{v_E}{2 \operatorname{tg} \frac{\beta_3}{2}} \right)^2 + v_E - 1} \right), \text{ где } \beta_3 = \frac{L_3^T}{R}. \quad (8)$$

Из двух возможных значений следует выбирать наименьшее значение.

Работоспособность полученной гибкой программы проверялась путем численного интегрирования модели движения БЛА (1) при законе управления (4).

Характер изменения текущего $\theta(t)$, прогнозируемого $\theta_E^П$ и требуемого θ_E^T значений углов наклона вектора скорости, построенный

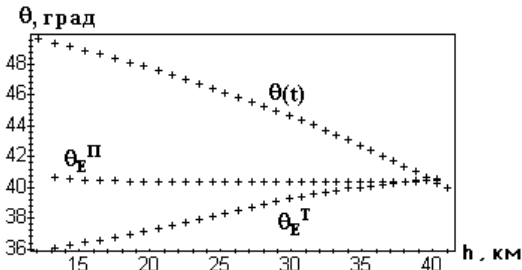


Рис. 3. Изменение $\theta(t)$ в процессе управления

в функции от высоты, представлен на рис. 3. Частная цель управления достигается с требуемой точностью.

ЛИТЕРАТУРА

1. Фоменко О.Н., Журавлёв А.А. Критерии эффективности в задачах универсализации алгоритмов управления летательных аппаратов в условиях неопределённости // Системи обробки інформації. – Х.: НАНУ, ПАНМ, ХВУ. – 2001. – Вип. 5(15). – С. 75 - 83.
2. Фоменко О.Н., Журавлёв А.А. Универсальная математическая модель движения центра масс летательного аппарата с выключенным двигателем при межвидовой универсализации в условиях неопределённости // Системи обробки інформації. – Х.: НАНУ, ПАНМ, ХВУ. – 2001. – Вип. 4(14). – С. 137 - 144.

Поступила 31.05.2002

ФОМЕНКО Олег Николаевич, доктор техн. наук профессор, профессор каф. Харьковского военного университета. В 1960 году окончил Харьковское ВАИВУ. Область научных интересов – управление в условиях неопределённости.

ЖУРАВЛЁВ Александр Александрович, канд. техн. наук доцент, доцент каф. Харьковского военного университета. В 1984 году окончил Харьковское ВВКИУ РВ. Область научных интересов – методы и математические модели универсализации систем управления движением многоцелевых летательных аппаратов.