

ОБ ОДНОМ ПОДХОДЕ К РЕШЕНИЮ МНОГОИНДЕКСНОЙ ЗАДАЧИ ПЛАНИРОВАНИЯ НАБЛЮДЕНИЙ ПО ГРУППИРОВКЕ КОСМИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ

д.т.н., проф. В.П. Деденок, к.т.н. В.А. Кочура

Предложена постановка задачи планирования наблюдений по группировке космических объектов. Рассмотрены пути ее решения, основанные на декомпозиции задачи и применении схемы метода "ветвей и границ".

Одним из основных требований, предъявляемых к системе контроля и анализа космической обстановки, является обеспечение заданного качества сопровождения космических объектов (КО). Для этого осуществляется целенаправленный сбор и обработка информации о параметрах движения КО от различных наблюдательных средств. При этом появляется ряд трудностей, связанных с особенностями сложившейся инфраструктуры национальных наблюдательных средств, их техническими характеристиками и ограниченными возможностями по проведению сеансов наблюдений. В этих условиях возникает необходимость решения задачи планирования наблюдений с целью обеспечения заданного уровня точности сопровождения и каталогизации КО.

Предположим заданными: группировку сопровождаемых КО ($\mathbf{j} = \overline{1, \mathbf{J}}$); наземные наблюдательные средства ($\mathbf{i} = \overline{1, \mathbf{N}}$); интервал планирования \mathbf{T} , определяющий момент времени очередного уточнения данных в каталоге t_{yt} ; стоимость проведения s -го сеанса i -м средством C_{ijs} ; информационные матрицы \underline{G}_{ijs} , спрогнозированные на момент t_{yt} , соответствующие потенциально возможным сеансам; априорную информацию о КО в виде оценки вектора параметров со своей корреляционной матрицей $\underline{K}_{апрj}$, полученной на момент записи данных в каталог; требования к точности сопровождения j -го КО в виде корреляционной матрицы $\underline{K}_{тpj}$. Пусть измерения для i -го средства организованы путем проведения сеансов наблюдений ($\mathbf{s} = \overline{1, \mathbf{R}}$); потенциально возможные сеансы наблюдений имеют продолжительность τ_{ijs} (каждому потенциально возможному сеансу поставлено в соответствие время t_{ijs} , соответствующее середине интервала τ_{ijs}); для i -го средства величина d_i - максимально возможное количество одновременно сопровождаемых КО.

Необходимо организовать работу наблюдательных средств таким образом, чтобы на заданный момент времени уточнения данных в каталоге t_{yt} точность оценки вектора параметров орбиты для каждого КО, хранящегося в

каталоге, соответствовала бы заданным требованиям. В качестве критерия достижения заданного уровня точности будем использовать критерий [1]:

$$J_{\lambda} = \lambda_{\min} \{ \underline{K}_{\text{тp}j} \cdot \underline{G}_{\text{yт}j} \} \geq 1, \quad (1)$$

где $\underline{K}_{\text{тp}j}$ - корреляционная матрица, определяющая требуемый уровень точности для j -го КО; $\underline{G}_{\text{yт}j}$ - информационная матрица, определяющая полученную на момент уточнения точность для j - го КО; λ_{\min} - минимальное собственное число. Тогда задача планирования представляется в формализованном виде следующим образом:

$$\left\{ \begin{array}{l} C = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^J \sum_{s=1}^R (\gamma_{ijs} C_{ijs}) \rightarrow \min_{(\gamma)}; \\ \lambda_{\min j} (\underline{K}_{\text{тp}j} \cdot \{ \underline{K}_{\text{анп}j}^{-1} + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^J \sum_{s=1}^R (\gamma_{ijs} \underline{G}_{ijs}) \}) \geq 1, j \in J; \\ \mu_i(t) \leq d_i; \quad \mu_i(t) = \sum_{j=1}^N \sum_{s=1}^R b(t - t_{ijs}) \cdot \gamma_{ijs}; \\ b(t - t_{ijs}) = \begin{cases} 1 & \text{при } |t - t_{ijs}| \leq \tau_{ijs}; \\ 0 & \text{при } |t - t_{ijs}| > \tau_{ijs}, \end{cases} \end{array} \right. \quad (2)$$

где $\{\gamma_{ijs}\}$ - трехиндексная матрица плана ($\gamma_{ijs} = 1$, если сеанс проводится; $\gamma_{ijs} = 0$, если сеанс не проводится).

Задача планирования наблюдений для группировки КО определена на комбинаторном пространстве планов, порождаемым дискретным конечным множеством потенциально возможных сеансов наблюдений. Если задача планирования не вырождена, то в силу конечности множества сеансов она имеет решение и это решение, возможно, не единственно. В задаче можно выделить две группы ограничений. Первую составляют ограничения по достаточности полученного плана для каждого из КО (т.е. для j - го КО должны быть выполнены условия достижения требуемого уровня точности). Вторую группу составляют ограничения по реализуемости для каждого из измерительных средств (процесс наблюдения должен быть организован таким образом, чтобы не были превышены возможности средств наблюдения по одновременному обслуживанию КО).

Одним из путей решения задач (2) является декомпозиция, при которой решение исходной задачи сводится к решению серии подзадач, подобных исходной, но меньшей размерности [2] .

Пусть Ω_{γ} - множество всех потенциально возможных сеансов наблюдений для всех средств по всем КО, состоящее из подмножеств $\Omega_{\gamma}^{(ij)}$ потенциально возможных сеансов наблюдений для i -го средства по j -му КО, т.е. $\Omega_{\gamma} = \Omega_{\gamma}^{(11)} \cup \dots \cup \Omega_{\gamma}^{(ij)} \cup \dots \cup \Omega_{\gamma}^{(NJ)}$. Между $\Omega_{\gamma}^{(ij)}$ существуют одно-

значные отображения, порождающие конфликтные ситуации. Под конфликтными ситуациями будем подразумевать ситуации, при которых в зоне действия i -го средства находится больше КО, чем оно может обслужить одновременно. Элементы, участвующие в отображении, образуют подмножества потенциально конфликтных сеансов $\Omega_{\gamma}^{(ij)пкк}$, $\Omega_{\gamma}^{(ij)пкк} \subset \Omega_{\gamma}^{(ij)}$.

Тогда множество всех потенциально возможных конфликтов

$$\Omega_{\gamma}^{пкк} = \Omega_{\gamma}^{(11)пкк} \cup \dots \cup \Omega_{\gamma}^{(ij)пкк} \cup \dots \cup \Omega_{\gamma}^{(Nj)пкк}, \quad \Omega_{\gamma}^{пкк} \subset \Omega_{\gamma}.$$

Элементы, не участвующие в отображении, образуют множества бесконфликтных сеансов $\Omega_{\gamma}^{(ij)бкк} = \Omega_{\gamma}^{(ij)} \setminus \Omega_{\gamma}^{(ij)пкк}$.

На этапах анализа задачи (2) из всей совокупности КО можно выделить несколько групп. Первую группу составят безусловно неконфликтные КО, т.е. те, для которых не существует взаимосвязанных подмножеств $\Omega_{\gamma}^{(ij)пкк}$. В данной группе оптимальное решение находится независимо для каждого КО с составлением совместного оптимального плана. Последующие группы составят КО, у которых существуют взаимосвязанные подмножества $\Omega_{\gamma}^{(ij)пкк}$ внутри группы, но их не существует между группами. В каждой из таких групп должна быть проведена независимая оптимизация. При этом возможны следующие ситуации.

1. Для каждого КО в группе проведено независимое планирование на подмножествах $\Omega_{\gamma}^{(ij)}$, при этом ни один сеанс из $\Omega_{\gamma}^{(ij)пкк}$ в план не вошел.

2. Для каждого КО в группе проведено независимое планирование на подмножествах $\Omega_{\gamma}^{(ij)}$, при этом в план вошли сеансы из $\Omega_{\gamma}^{(ij)пкк}$, но среди них нет взаимосвязанных сеансов.

3. Для каждого КО в группе проведено независимое планирование на подмножествах $\Omega_{\gamma}^{(ij)}$, при этом в план вошли сеансы из $\Omega_{\gamma}^{(ij)пкк}$, среди которых есть взаимосвязанные.

В первом и втором случае полученные решения являются оптимальными, и группа из анализа исключается. В третьем необходимо дальнейшие исследования с целью преодоления возникших конфликтов.

Таким образом, задача (2) распадается на цепочку задач меньшей размерности. При этом происходит сужение области определения целевой функции.

Проведем анализ задачи для групп КО, по которым не получены оптимальные планы. Под $j = \overline{1, J}$ будем понимать только КО, входящие в группу, для которых не разрешены конфликты, под $i = \overline{1, N}$ - наблюдательные средства для, которых они возникают.

Рассмотрим несколько утверждений.

Утверждение 1. Если Ω_γ - множество всех потенциально возможных сеансов наблюдений для одного КО, а $\Omega_\gamma^{(1)}$ является подмножеством множества Ω_γ , то $\min_{\gamma \in \Omega_\gamma^{(1)}} C(\underline{\gamma}) \geq \min_{\gamma \in \Omega_\gamma} C(\underline{\gamma})$, для $\Omega_\gamma^{(1)} \subset \Omega_\gamma$.

Доказательство. Пусть $\min_{\gamma \in \Omega_\gamma^{(1)}} C(\underline{\gamma}) < \min_{\gamma \in \Omega_\gamma} C(\underline{\gamma})$. Это означает, что из элементов множества Ω_γ нельзя составить решения, полученного из элементов $\Omega_\gamma^{(1)}$. Но $\Omega_\gamma^{(1)} \subset \Omega_\gamma$, следовательно, такое решение существует.

Следствие. Если $\Omega_\gamma^{(1)} \subset \dots \subset \Omega_\gamma^{(v)} \subset \dots \subset \Omega_\gamma$, то

$$\min_{\gamma \in \Omega_\gamma^{(1)}} C(\underline{\gamma}) \geq \dots \geq \min_{\gamma \in \Omega_\gamma^{(v)}} C(\underline{\gamma}) \geq \dots \geq \min_{\gamma \in \Omega_\gamma} C(\underline{\gamma}).$$

Для задачи (2) справедливы следующие утверждения.

Утверждение 2. Если план $\{\gamma_{ijs}\}^{\text{доп}}$ получен как совокупный план при независимой оптимизации для каждого КО на подмножествах $\Omega_\gamma^{(ij)}$, то он минимально затратный, достаточный, но возможно не реализуемый, причём

$$C(\{\gamma_{ijs}\}^{\text{доп}}) \leq \min_{\gamma \in \Omega_\gamma} C(\{\gamma_{ijs}\}).$$

Доказательство. Предположим, что найден оптимальный план, в котором хотя бы один конфликт решен в пользу первого КО. Это означает, что оптимальное решение для другого КО найдено на множестве $\Omega_\gamma^{(ij)} \setminus \gamma^{\text{ис}}$, где $\gamma^{\text{ис}}$ - сеанс, отданный первому КО. Но план $\{\gamma_{ijs}\}^{\text{доп}}$ получен независимо для всех КО на подмножествах $\Omega_\gamma^{(ij)}$, следовательно, согласно утверждения 1, он может быть только дешевле.

Утверждение 3. Если $\Omega_\gamma^{\text{бк}}$ такое, что $\Omega_\gamma^{\text{бк}} = \Omega_\gamma \setminus \Omega_\gamma^{\text{кон}}$, то

$$\min_{\gamma \in \Omega_\gamma} C(\{\gamma_{ijs}\}) \leq \min_{\gamma \in \Omega_\gamma^{\text{бк}}} C(\{\gamma_{ijs}\}^{\text{бк}}).$$

Доказательство. Пусть $\min_{\gamma \in \Omega_\gamma} C(\{\gamma_{ijs}\}) > \min_{\gamma \in \Omega_\gamma^{\text{бк}}} C(\{\gamma_{ijs}\}^{\text{бк}})$, это означает, что хотя бы для одного КО планирование на множестве $\Omega_\gamma^{(ij)\text{бк}}$ привело к получению значения целевой функции меньшего, чем планирование на $\Omega_\gamma^{(ij)}$. Согласно утверждения 1 это невозможно т.к. $\Omega_\gamma^{(ij)\text{бк}} \subset \Omega_\gamma^{(ij)}$.

Таким образом, план $\{\gamma_{ijs}\}^{\text{бк}}$ определяет верхнюю границу для целевой функции достаточных реализуемых планов, а план $\{\gamma_{ijs}\}^{\text{доп}}$ - нижнюю

границу достаточных, но возможно не реализуемых планов. В случае $C(\{\gamma_{ijs}\}^{6к})=C(\{\gamma_{ijs}\}^{доc})$ план $\{\gamma_{ijs}\}^{6к}$ является оптимальным. Пусть $C(\{\gamma_{ijs}\}^{6к})\neq C(\{\gamma_{ijs}\}^{доc})$. Это означает, что в оптимальный план обязательно должны войти сеансы, принадлежащие $\Omega_{\gamma}^{пк}$.

Предложенный подход позволяет строить алгоритмы решения сложной трех индексной задачи планирования наблюдений, пригодные к практической реализации в системе контроля и анализа космической обстановки.

ЛИТЕРАТУРА

1. Деденок В.П., Кочура В.А., Ткаченко А.А. Обоснование подходов при выборе показателей и критериев точности оценивания навигационных параметров космических объектов в задачах планирования наблюдений // *Радиоэлектроника и информатика*. – 1998. – №1. – С. 76 - 78.
2. Сергиенко И.В. *Математические модели и методы решения задач дискретной оптимизации*. – К.: Наукова думка, 1988. – 472 с.
3. Калинин В.Н., Резников Б.А., Варакин Е.И. *Теория систем и оптимального управления. Понятия, модели, методы и алгоритмы оптимального выбора*. – МО СССР, 1988. – 589 с.

Поступила 31.05.2002

ДЕДЕНОК Виктор Петрович, доктор техн. наук, профессор, начальник научного центра при ХВУ. В 1975 году окончил ВИРТА ПВО. Область научных интересов – статистическая теория космических систем.

Кочура Владимир Александрович, канд. техн. наук, зам. нач. НИО научного центра при ХВУ. В 1985 году окончил ХВВ. Область научных интересов – статистическая теория космических систем.

УДК 621.32

ОПТИМАЛЬНАЯ ДИСПЕТЧЕРИЗАЦИЯ ЗАПРОСОВ К НЕДЕЛИМЫМ РЕСУРСАМ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ СЕТИ

к.т.н. М.И. Гиневский, к.т.н. Г.А. Кучук, Н.Г. Кучук
(представил проф. А.В. Королёв)

Предложен подход к формированию очередей запросов к различным типам неделимых ресурсов вычислительной сети.

Одним из центральных вопросов при оценке эффективности функционирования процесса диспетчирования вычислительной сети является анализ обработки запросов к неделимым ресурсам, т.е. к тем сетевым элементам, которые доступны в любой момент времени не более, чем одному запросу.

Пусть для функционирования ИС предоставляется m сегментов БИС ПД, причем j -й сегмент обеспечивает объем вычислительного ресурса (ВР) в размере R_j единиц. Представим ИС как объединение n непересекающихся подмножеств

$$F = \bigcup_{i=1}^n (f_i \mid f_{i_1} \cap f_{i_2} = \emptyset),$$

где f_i – i -й ФД ИС, для обеспечения функционирования которого необходимо r_i единиц ВР.

На декартовом произведении $F \times F$ введем отношение

$$\Phi_{ij} : (f_i, f_j) \rightarrow f_{ij} = \begin{cases} \lambda_{ij} & \text{при } i \neq j; \\ \lambda_i & \text{при } i = j, \end{cases}$$

где λ_{ij} – частота непосредственного перехода от ФД f_i к ФД f_j на некотором фиксированном интервале времени T , а λ_i – частота повторных запросов фрагмента данных f_i (для определения реальных значений данных величин можно использовать одну из стандартных системных утилит трассировки).

В данных обозначениях распределение ФД ИС означает нахождение такого разбиения множества F на m непересекающихся (возможно, и пустых) подмножеств):

$$F = \bigcup_{j=1}^m (F_j \mid \forall j_1 \neq j_2 \Rightarrow F_{j_1} \cap F_{j_2} = \emptyset), \quad (1)$$

при котором минимизируется максимальное число конфликтов из m групп конфликтов, возникающих при обращении к сегментам БИС ПД, т.е.

$$\min \left(\max_c \sum_{f_i, f_j \in F_c} f_{ij} \right). \quad (2)$$

Условие (2), в отличие от стандартно используемых в подобных ситуациях [2], равномерно распределяет загрузку между всеми сегментами сети. При этом необходимо соблюдать требования по выделяемому для ИС вычислительному ресурсу, т.е.

$$\sum_{i \in F_c} r_i \leq R_c, \quad c = \overline{1, m}. \quad (3)$$

Сформулированная задача (1) – (3) при больших значениях m и n связана с большим объемом вычислений и при применении различных точных переборных алгоритмов не дает решения за приемлемое время. Для уточнения формулировки задачи введем определение совместимых фрагментов как ФД, при размещении которых в одном сегменте вероятность конфликта является относительно малой. При невыполнении данного условия назовем фрагменты несовместимыми, а величину, характе-

ризующую их число, обозначим как

$$\Lambda_c = \sum_{f_i, f_j \in F_c} f_{ij}. \quad (4)$$

Бесконфликтная работа сегмента характеризуется величиной

$$Y_c = \sum_{f_i \in F_c, f_j \notin F_c} f_{ij} + \sum_{f_i \in F_c} f_{ii}. \quad (5)$$

Тогда вероятность возникновения очереди в сегменте c определяется как

$$P_c = \frac{\Lambda_c}{\sum_{c=1}^m (\Lambda_c + Y_c)}. \quad (6)$$

Представим множество F в виде вершин графа $G = \langle F, F \times F, \Xi, \Phi \rangle$, где дуги графа заданы декартовым произведением $F \times F$; $\Xi = \{r_i\}$ – множество весов вершин; $\Phi = \{\varphi_{ij}(f_i, f_j)\}$ – множество весов дуг графа. Тогда множеством решений задачи (1) – (3) является множество всевозможных разрезов графа G на m подграфов G_c .

Так как выполнение (2) эквивалентно равномерному уменьшению значения вероятности (6), то подграфы G_c должны обладать минимальной связанностью при максимальной связности между ними [3] (Λ_c характеризует степень связанности подграфа G_c , а Y_c – степень связности его с другими подграфами). Заметим, что свойство несовместимости фрагментов данных совпадает с определением свойства смежности вершин графа. Поэтому задача разрезания графа G сводится к его разбиению на m максимально внутренне устойчивых подграфов (с минимальным наличием смежных вершин). Для определения максимально внутренне устойчивых вершин графа можно воспользоваться алгоритмом Брона и Кэрбоша [3], характеризующимся небольшой вычислительной трудоемкостью, быстро не возрастающей с ростом размерности графа. А для нахождения максимально устойчивых множеств вершин (с параллельной проверкой выполнения условия (3)) воспользуемся предложенным в [4] алгоритмом, основанным на минимизации булевых функций. В результате получим разбиение

$$\bigcup_{c=1}^{m'} F'_c = F, \quad F_{c_1} \cap F_{c_2} = \emptyset. \quad (7)$$

При $m' \leq m$ нахождение окончательного решения не представляет труда. При $m' > m$ необходимо укрупнить полученные множества F'_c , т.е. найти отображение

$$\psi: \{F'_c \mid c = \overline{1, m'}\} \rightarrow \{F''_c \mid c = \overline{1, m}\}. \quad (8)$$

Для уменьшения количества несовместимых ФД необходимо реали-

зовывать ψ так, чтобы связность вершин, образующих F_c'' , была минимальна. При этом можно осуществлять переход от исходного графа G к новому графу G' , вершинами которого будут элементы F_c'' , а веса вершин и дуг будут пересчитаны в соответствии с топологией графов G и G' .

Определим для каждой пары вершин приведенный вес связи $q_{ij} = (f_{ij} + f_{ji}) / (r_i + r_j)$. Поскольку приведенные веса связей характеризуют частоту конфликтных ситуаций за единицу ВР БИС ПД, то при разрезании графа G' последовательность выбора разрываемых дуг должна производиться в порядке убывания величин q_{ij} .

Рассмотренный подход предлагается использовать как при проектировании распределенных ИС, так и при их эксплуатации.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ромашкова О.Н. *Обработка пакетной нагрузки в информационных сетях*. – М.: МИИТ, 2001. – 244 с.
2. Авен О.И., Гурин Н.Н., Коган Я.А. *Оценка качества и оптимизация вычислительных систем*. – М.: Наука, 1982. – 464 с.
3. Кристофидес Н. *Теория графов*. – М.: Мир, 1978. – 432 с.
4. Кофман А. *Введение в прикладную комбинаторику*. – М.: Наука, 1975. – 480 с.

Поступила 31.05.2002

ГИНЕВСКИЙ Михаил Иванович, канд. техн. наук, ст. научн. сотр., нач. информационно - вычислительного центра ХВУ. В 1967 году окончил Харьковское ВВКИУ. Область научных интересов – оптимизация информационных систем.

КУЧУК Георгий Анатольевич, канд. техн. наук, ст. научн. сотр., нач. НИО научного центра при ХВУ. В 1977 году окончил мехмат Московского государственного университета. Область научных интересов – оптимизация информационных систем.

КУЧУК Наталья Георгиевна, инженер – программист ХВУ. В 2001 году окончила ХГЭУ. Область научных интересов – оптимизация информационных систем.
