

ДОСТОВЕРНОСТЬ РАБОЧЕГО ДИАГНОСТИРОВАНИЯ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ УСТРОЙСТВ ДЛЯ ОБРАБОТКИ ПРИБЛИЖЁННЫХ ДАННЫХ

к.т.н. А.В. Дрозд
(представил д.т.н., проф. В.С. Харченко)

Анализируются понятия достоверности, сложившиеся в рабочем диагностировании вычислительных устройств в условиях целочисленной обработки данных. Оцениваются достоверность результатов приближённых вычислений и достоверность метода контроля вычислительных устройств для обработки приближённых данных. Рассматривается пример оценки достоверности метода контроля по модулю.

Введение. С самого начала развития вычислительной техники (ВТ) была и остается актуальной проблема доверия к её работе и результатам счёта. С этой позиции одной из основных характеристик ВТ является достоверность дискретных устройств (ДУ), рассматриваемая по отношению к их функционированию или результатам вычислений с учётом или без учёта средств контроля (СК), используемых для рабочего диагностирования (РД) дискретных устройств [1].

Основные понятия достоверности ДУ и их оценки сложились в 70-80-х годах прошлого столетия без каких-либо отличий для вычислительных устройств (ВУ), в условиях целочисленной обработки данных, обусловленной стартовыми возможностями ВТ [2].

Естественные процессы распараллеливания вычислений и повышения размерности решаемых задач выделяют ВУ особое положение, заключающееся в их использовании, в отличие от других ДУ, для обработки приближённых данных. Это оказывает существенное влияние на понятия и оценки достоверности для ВУ и возможности рабочего диагностирования для их обеспечения. В связи с этим в данной статье ставится *задача* исследования понятий и получения оценок достоверности для ВУ с приближённой обработкой данных.

Сложившиеся понятия достоверности для вычислительных устройств. Существует множество трактовок достоверности для ВУ и ЭВМ в целом, которые можно отнести к ВУ.

Наиболее показательным представляется анализ определений достоверности ЭВМ, данный в [2]. Отмечается работа, в которой достоверность непосредственно связывается с точностью вычислений и определяется как вероятность того, что выходные данные не содержат грубых ошибок, т. е. ошибок, превосходящих заданные пределы [3]. Указывается другой подход,

устанавливающий однозначную связь достоверности с неисправностью ЭВМ и ошибками в программах, т. е. с инструментальной погрешностью [4].

Известно также определение достоверности результата работы дискретного устройства (ДУ) как вероятности, с которой оценивается истинность результата, получаемого на выходе ДУ [1]. Эта вероятность складывается из вероятностей двух событий: ДУ и средства контроля (СК) работают правильно; ДУ работает неправильно, и СК (с собственными ошибками или без них) обнаруживают ошибку. В данном определении достоверность не зависит от того, как работает само ДУ – правильно или неправильно, – и полностью описывается правильностью результатов контроля.

Достоверность D_{Φ} функционирования ДУ оценивают вероятностью $P_{БР}$ безотказной работы

$$D_{\Phi} = P_{БР} , \quad (1)$$

а достоверность ДУ с контролем – по формуле

$$D_{ДУ} = P_{БР} + (1 - P_{БР}) \cdot P_{Об}, \quad (2)$$

где $P_{Об}$ – вероятность обнаружения ошибки методом контроля [5].

Характерным является определение достоверности функционирования D_{Φ} , отождествляемое с достоверностью результатов вычислений $D_{Р}$, называемой мерой правильности выходных данных [2].

Отождествление достоверности D_{Φ} и $D_{Р}$ имеет под собой реальную основу следующих положений: о правильности работы ВУ судят по результатам вычислений; тождественность имеет место при выполнении точных целочисленных вычислений – правильно работающее ВУ обеспечивает получение правильных результатов, а неисправное ВУ, продуцирующее ошибки, искажает результаты.

Таким образом, достоверность результатов точных целочисленных вычислений становится лишь средством оценки достоверности функционирования ДУ.

Обработка приближённых данных. Подавляющее большинство используемых человеком чисел являются результатами измерений и имеют приближённый характер. Им противостоят числа, являющиеся целыми (и потому точными) по своей природе. К ним относятся номера элементов множеств. Целочисленная обработка данных, не различающая приближённые и точные числа, сложилась исторически в силу ограниченных стартовых возможностей ВТ. Для результатов измерений уровень требований к диапазону чисел существенно превышает уровень требований к точности. Поэтому наиболее простая естественная запись чисел, жестко связывающая диапазон и точность, снижает свою долю в объёме вычислений в пользу нормальной формы, представляющей приближённые данные. В основном нормальная форма представлена плавающей точкой. Разрядности мантиссы и порядка числа с плавающей точкой определяют точность и диапазон, соответственно. Обработка мантисс выполняется приближенно.

Таким образом, увеличение объёма приближённых вычислений явля-

ется объективным процессом развития вычислительной техники, и достоверность ВУ необходимо понимать и оценивать с учетом этого факта.

Ограниченное влияние неисправностей на результаты приближённой обработки данных. В обработке приближённых данных действует ряд факторов, существенно различающих достоверности D_{Φ} и D_P , возвращая достоверности результатов вычислений первостепенное положение – для пользователя важен результат, а не ВУ.

При выполнении приближённых вычислений нарушается ассоциативный закон, т. е. результат зависит от порядка выполнения операций. Например, сложение числа $0,1 \cdot 2^{n_1}$ с 2^{n_1} числами $0,1 \cdot 2^{n_2}$, выполняемое в n -разрядной сетке мантисс последовательностью бинарных операций, дает для $n_1 - n_2 > n$ результат, равный первому, большему числу, с абсолютной погрешностью, превышающей этот результат в 2^{n_2} раз.

Этот негативный эффект компенсируют как систематическую ошибку путём увеличения разрядности мантиссы, которая определяется в результате моделирования и превосходит исходную разрядность в 1,5 – 2 и более раз. Правильность выбора разрядности мантиссы можно характеризовать коэффициентом достоверности

$$K_D = n_0 / n_T, K_D \leq 1,$$

где n_0 и n_T – обеспечиваемое и требуемое количество точных разрядов мантиссы конечного результата, $n_0 \leq n_T$.

Достоверность результатов вычислений снижается с коэффициентом K_D относительно достоверности функционирования ВУ.

Следующие факторы сокращают долю разрядов, определяющих конечный результат достоверным, в общем количестве вычисляемых разрядов, и, тем самым, повышают достоверность результатов, ограничивая влияние на них неисправностей ВУ: отбрасывание разрядов результатов операций; рост абсолютной погрешности и количества неточных разрядов за счёт выполнения операций и отбрасывания разрядов; избыточная точность вычислений; увеличение разрядности мантисс сверх разрядов исходных данных.

Увеличение разрядности мантиссы учитывает рост абсолютной погрешности и количества неточных разрядов. Остальные факторы можно рассматривать как действующие независимо. Поэтому долю точных разрядов можно оценить по формуле

$$K_T = K_1 \cdot K_2 \cdot K_3,$$

где K_1 – отношение оставляемых разрядов к вычисляемым разрядам; K_2 – коэффициент, учитывающий избыточную точность; K_3 – отношение исходной разрядной сетки к увеличенной.

При выполнении полноразрядных операций, как правило, отбрасывается половина вычисляемого полного результата, что определяет $K_1 = 0,5$.

Избыточная точность возникает при денормализации мантиссы в операции сложения с плавающей точкой – теряются разряды, которые вычислялись точными во всех предыдущих операциях. Поэтому при отсутствии

операции сложения $K_2 = 1$, а в противном случае $K_2 = 1 - 0,25 \cdot K_C / K_O$, где K_C – количество операций, предшествующих сложению мантисс, а K_O – общее количество операций. Для нескольких сложений мантисс коэффициент K_2 равен произведению коэффициентов, найденных для каждого сложения.

Достоверность обработки приближённых данных. Достоверность следует понимать как меру правильности и различать:

– достоверность функционирования ДУ как меру правильности работы ДУ в соответствии с его исправной схемой подобно [4];

– достоверность результатов вычислений как меру правильности этих результатов в соответствии с требуемым количеством верных старших разрядов согласно [3];

– достоверность контроля как меру правильности результатов контроля по [5].

Достоверность D_Φ функционирования ВУ как мера правильности его функционирования совпадает с вероятностью $P_{БР}$ безотказной работы (безотказность по отношению к неисправностям, включая сбои).

Достоверность D_P результатов вычислений как мера правильности результатов совпадает с достоверностью D_Φ для точных вычислений над числами, которые являются целыми по своей природе, а для обработки приближенных данных определяется по формуле

$$D_P = (D_\Phi + (1 - D_\Phi) \cdot (1 - K_T)) \cdot K_D.$$

Коэффициент K_D учитывает снижение достоверности D_P при недостаточной разрядности мантиссы. При $K_D = 1$, достоверность D_P превышает D_Φ на величину $(1 - D_\Phi) \cdot (1 - K_T)$, учитывающую снижение влияния неисправностей на достоверность результата при неисправном ВУ. При $K_D = 1$ и $K_T = 1$ формула упрощается к виду известной оценки (1), что подтверждает её справедливость.

Достоверность метода контроля как мера его правильности, т. е. соответствия задаче, решаемой в ВУ, определяется для обработки приближенных данных по формуле

$$D_{МК} = P_{БР} + (1 - P_{БР}) \cdot P_{Об} \cdot K_T, \quad (3)$$

При $K_T = 1$ формула обращается в известную оценку достоверности (2), что подтверждает её справедливость, а при $K_T > 1$ характеризует особенность обработки приближенных данных, для которой метод контроля отбраковывает достоверные результаты. В модели точных вычислений такое возможно лишь при неисправной схеме СК.

Показатель $D_H = 1 - D_{МК}$ недостоверности метода контроля определяется, исходя из (3) как

$$D_H = (1 - P_{БР}) \cdot (1 - P_{Об} \cdot K_T).$$

Оценка метода контроля по модулю. Используем полученные оценки достоверности для контроля по модулю однотактных матричных ВУ, выполняющих обработку приближенных данных в форматах с плавающей точкой.

К особенностям матричных ВУ для умножения и деления, а также од- нотактного сумматора с плавающей точкой относится проявление кон- стантной одиночной неисправности в виде ошибки $\pm 2^r$, искажающей ре- зультат на вес любого одного его разряда (с номером r) [6]. Такие харак- терные ошибки обнаруживаются контролем по любому нечетному модулю M с вероятностью $P_{OB} = 1$, поскольку $\pm 2^r \bmod M$.

Особенностью обработки данных в форматах с плавающей точкой яв- ляется выполнение особых n -разрядных операций, в которых по n -разрядным мантиссам операндов вычисляются n -разрядные округлённые мантиссы результатов.

В целочисленной обработке данных n -разрядные операции выполня- ются путём вычисления полного $2n$ -разрядного результата с последующим отбрасыванием его младшей половины.

В целочисленном контроле по модулю показатель достоверности метода $D_{H1} = (1 - P_{БР}) \cdot (1 - P_{OB} \cdot K_{T1})$ упрощается с учётом $P_{OB} = 1$ и $K_{T1} = K_{11} \cdot K_2 \cdot K_3$, где $K_{11} = 0,5$, к виду $D_{H1} = (1 - P_{БР}) \cdot (1 - 0,5 \cdot K_2 \cdot K_3)$.

Обработка мантисс чисел как приближенных данных выполняется с использованием сокращённых операций, которые по сравнению с целочис- ленной обработкой почти вдвое снижают затраты оборудования и по- вышают быстродействие ВУ без потери точности [7]. Кроме того, снижает- ся количество отбрасываемых разрядов и соответственно растет доля оставляемых разрядов: для умножителя и делителя мантисс $K_1 = n/(2n - k)$, для сумматора с плавающей точкой $K_1 = 1 - 1/n$.

Использование сокращённых операций в сумматоре с плавающей точ- кой, умножителе и делителе мантисс поддержано разработанным для них методом контроля по модулю [8, 9].

В контроле по модулю сокращённой операции показатель достовер- ности метода $D_{H2} = (1 - P_{БР}) \cdot (1 - P_{OB} \cdot K_{T2})$, где $P_{OB} = 1$ и $K_{T2} = K_1 \cdot K_2 \cdot K_3$, при- нимает вид $D_{H2} = (1 - P_{БР}) \cdot (1 - n/(2n - k) \cdot K_2 \cdot K_3)$ для умножителей и делите- лей и $D_{H3} = (1 - P_{БР}) \cdot (1 - (1 - 1/n) \cdot K_2 \cdot K_3)$ для сумматора с плавающей точкой.

Показатель достоверности метода контроля снижается для умножи- телей и делителей мантисс в $D_{H1}/D_{H2} = (1 - 0,5 \cdot K_2 \cdot K_3)/(1 - n/(2n - k) \cdot K_2 \cdot K_3)$ раз. При $K_2 \cdot K_3 = 1$ достигается верхняя граница $D_m = (2n - k)/(n - k)$ данной оценки. Для $n = 32$ и $n = 64$ $D_m = 7,4$ и $D_m = 11,7$, соответственно.

Для сумматора с плавающей точкой достоверности метода контроля снижается в $D_{H1}/D_{H3} = (1 - 0,5 \cdot K_2 \cdot K_3)/(1 - (1 - 1/n) \cdot K_2 \cdot K_3)$ раз. При $K_2 \cdot K_3 = 1$ верхняя граница $D_m = n/2$ данной оценки. Для $n = 32$ и $n = 64$ $D_m = 16$ и $D_m = 32$.

Выводы. 1. Понятия достоверности и их оценки сложились в условиях целочисленной обработки данных и перестают отражать современный уро- вень ВУ, характеризующийся ориентацией на приближённый характер вы- числений.

2. Обработка приближённых данных не является исключительной об- ластью вычислений, а составляет основное содержание вычислительных

процессов современных ВУ, и с дальнейшим развитием ВТ её значение будет только возрастать.

3. Обработка приближённых данных, проявляющаяся в нарушении ассоциативного закона выполнения операций и ограниченной чувствительности результатов к неисправностям ВУ, различает достоверность функционирования и достоверность результатов вычислений, отождествляемые при целочисленном выполнении операций. Достоверность результатов вычислений, служившая средством оценки достоверности функционирования, обретает первостепенное целевое значение. В оценке достоверности результатов вычислений и достоверности метода контроля учитывается естественная устойчивость результатов вычислений к действию неисправностей. Достоверность метода контроля снижается за счёт отбраковки достоверных результатов, что в целочисленной обработке было возможно, только за счёт неисправных СК.

4. Приведённый пример оценки достоверности метода контроля по модулю показывает, что необходима адаптация методов контроля, сложившихся в условиях целочисленной обработки, к требованиям приближённых вычислений. Показатель недостоверности метода контроля по модулю снижен в десятки раз за счёт его развития и адаптации к сокращённым операциям.

ЛИТЕРАТУРА

1. Щербаков Н.С. Самокорректирующиеся дискретные устройства. – М.: Машиностроение, 1975. – 216 с.
2. Журавлёв Ю.П., Котелюк Л.А., Циклинский Н.И. Надежность и контроль ЭВМ. – М.: Сов. радио, 1978. – 416 с.
3. Мельников Ю.Н. Достоверность информации в сложных системах. – М.: Сов. радио, 1973. – 192 с.
4. Гуляев В.А. Об оценке достоверности работы ЭЦВМ с контролем // Автоматика и вычислительная техника. – 1971. – № 2. – С. 84 - 87.
5. Щербаков Н.С. Достоверность работы цифровых устройств. – М.: Машиностроение, – 1989. – 288 с.
6. Noufal A., Nicolaidis M. ACAD Framework for Generating Self-Checking Multipliers Based on Residue Codes // Proceedings of Design, Automation and Test in Europe Conference. – Munich, Germany. – 1999, 9 - 12 Mach. – P. 122 - 129.
7. Рабинович З.Л., Раманаускас В.А. Типовые операции в вычислительных машинах. – К.: Техника, – 1980. – 264 с.
8. Drozd A. V., Lobachev M.V. Efficient On-line Testing Method for Floating-Point Adder // Proceedings of Design, Automation and Test in Europe Conference. – Munich, Germany. – 2001, 13 – 16 Mach. – P. 307 - 311.
9. Дрозд О.В. Контроль за модулем обчислювальних пристроїв. – Одеса: АО Бах-ва, 2002. – 144 с.

Поступила 1.07.2002

ДРОЗД Александр Валентинович, канд. техн. наук, профессор кафедры компьютерных интеллектуальных систем и сетей Одесского Национального политехнического университета. В 1976 году окончил Одесский политехнический институт. Область научных интересов – рабочее диагностирование цифровых устройств, методы и средства контроля вычислительных устройств для обработки приближённых данных.