

## ДОСТОВЕРНОСТЬ РАБОЧЕГО ДИАГНОСТИРОВАНИЯ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ УСТРОЙСТВ ДЛЯ ОБРАБОТКИ ПРИБЛИЖЁННЫХ ДАННЫХ

к.т.н. А.В. Дрозд  
(представил д.т.н., проф. В.С. Харченко)

*Анализируются понятия достоверности, сложившиеся в рабочем диагностировании вычислительных устройств в условиях целочисленной обработки данных. Оцениваются достоверность результатов приближённых вычислений и достоверность метода контроля вычислительных устройств для обработки приближённых данных. Рассматривается пример оценки достоверности метода контроля по модулю.*

**Введение.** С самого начала развития вычислительной техники (ВТ) была и остается актуальной проблема доверия к её работе и результатам счёта. С этой позиции одной из основных характеристик ВТ является достоверность дискретных устройств (ДУ), рассматриваемая по отношению к их функционированию или результатам вычислений с учётом или без учёта средств контроля (СК), используемых для рабочего диагностирования (РД) дискретных устройств [1].

Основные понятия достоверности ДУ и их оценки сложились в 70-80-х годах прошлого столетия без каких-либо отличий для вычислительных устройств (ВУ), в условиях целочисленной обработки данных, обусловленной стартовыми возможностями ВТ [2].

Естественные процессы распараллеливания вычислений и повышения размерности решаемых задач выделяют ВУ особое положение, заключающееся в их использовании, в отличие от других ДУ, для обработки приближённых данных. Это оказывает существенное влияние на понятия и оценки достоверности для ВУ и возможности рабочего диагностирования для их обеспечения. В связи с этим в данной статье ставится *задача* исследования понятий и получения оценок достоверности для ВУ с приближённой обработкой данных.

**Сложившиеся понятия достоверности для вычислительных устройств.** Существует множество трактовок достоверности для ВУ и ЭВМ в целом, которые можно отнести к ВУ.

Наиболее показательным представляется анализ определений достоверности ЭВМ, данный в [2]. Отмечается работа, в которой достоверность непосредственно связывается с точностью вычислений и определяется как вероятность того, что выходные данные не содержат грубых ошибок, т. е. ошибок, превосходящих заданные пределы [3]. Указывается другой подход,

устанавливающий однозначную связь достоверности с неисправностью ЭВМ и ошибками в программах, т. е. с инструментальной погрешностью [4].

Известно также определение достоверности результата работы дискретного устройства (ДУ) как вероятности, с которой оценивается истинность результата, получаемого на выходе ДУ [1]. Эта вероятность складывается из вероятностей двух событий: ДУ и средства контроля (СК) работают правильно; ДУ работает неправильно, и СК (с собственными ошибками или без них) обнаруживают ошибку. В данном определении достоверность не зависит от того, как работает само ДУ – правильно или неправильно, – и полностью описывается правильностью результатов контроля.

Достоверность  $D_{\Phi}$  функционирования ДУ оценивают вероятностью  $P_{БР}$  безотказной работы

$$D_{\Phi} = P_{БР} , \quad (1)$$

а достоверность ДУ с контролем – по формуле

$$D_{ДУ} = P_{БР} + (1 - P_{БР}) \cdot P_{Об}, \quad (2)$$

где  $P_{Об}$  – вероятность обнаружения ошибки методом контроля [5].

Характерным является определение достоверности функционирования  $D_{\Phi}$ , отождествляемое с достоверностью результатов вычислений  $D_{Р}$ , называемой мерой правильности выходных данных [2].

Отождествление достоверности  $D_{\Phi}$  и  $D_{Р}$  имеет под собой реальную основу следующих положений: о правильности работы ВУ судят по результатам вычислений; тождественность имеет место при выполнении точных целочисленных вычислений – правильно работающее ВУ обеспечивает получение правильных результатов, а неисправное ВУ, продуцирующее ошибки, искажает результаты.

Таким образом, достоверность результатов точных целочисленных вычислений становится лишь средством оценки достоверности функционирования ДУ.

**Обработка приближённых данных.** Подавляющее большинство используемых человеком чисел являются результатами измерений и имеют приближённый характер. Им противостоят числа, являющиеся целыми (и потому точными) по своей природе. К ним относятся номера элементов множеств. Целочисленная обработка данных, не различающая приближённые и точные числа, сложилась исторически в силу ограниченных стартовых возможностей ВТ. Для результатов измерений уровень требований к диапазону чисел существенно превышает уровень требований к точности. Поэтому наиболее простая естественная запись чисел, жестко связывающая диапазон и точность, снижает свою долю в объёме вычислений в пользу нормальной формы, представляющей приближённые данные. В основном нормальная форма представлена плавающей точкой. Разрядности мантиссы и порядка числа с плавающей точкой определяют точность и диапазон, соответственно. Обработка мантисс выполняется приближенно.

Таким образом, увеличение объёма приближённых вычислений явля-

ется объективным процессом развития вычислительной техники, и достоверность ВУ необходимо понимать и оценивать с учетом этого факта.

**Ограниченное влияние неисправностей на результаты приближённой обработки данных.** В обработке приближённых данных действует ряд факторов, существенно различающих достоверности  $D_{\Phi}$  и  $D_P$ , возвращая достоверности результатов вычислений первостепенное положение – для пользователя важен результат, а не ВУ.

При выполнении приближённых вычислений нарушается ассоциативный закон, т. е. результат зависит от порядка выполнения операций. Например, сложение числа  $0,1 \cdot 2^{n_1}$  с  $2^{n_1}$  числами  $0,1 \cdot 2^{n_2}$ , выполняемое в  $n$ -разрядной сетке мантисс последовательностью бинарных операций, дает для  $n_1 - n_2 > n$  результат, равный первому, большему числу, с абсолютной погрешностью, превышающей этот результат в  $2^{n_2}$  раз.

Этот негативный эффект компенсируют как систематическую ошибку путём увеличения разрядности мантиссы, которая определяется в результате моделирования и превосходит исходную разрядность в 1,5 – 2 и более раз. Правильность выбора разрядности мантиссы можно характеризовать коэффициентом достоверности

$$K_D = n_0 / n_T, K_D \leq 1,$$

где  $n_0$  и  $n_T$  – обеспечиваемое и требуемое количество точных разрядов мантиссы конечного результата,  $n_0 \leq n_T$ .

Достоверность результатов вычислений снижается с коэффициентом  $K_D$  относительно достоверности функционирования ВУ.

Следующие факторы сокращают долю разрядов, определяющих конечный результат достоверным, в общем количестве вычисляемых разрядов, и, тем самым, повышают достоверность результатов, ограничивая влияние на них неисправностей ВУ: отбрасывание разрядов результатов операций; рост абсолютной погрешности и количества неточных разрядов за счёт выполнения операций и отбрасывания разрядов; избыточная точность вычислений; увеличение разрядности мантисс сверх разрядов исходных данных.

Увеличение разрядности мантиссы учитывает рост абсолютной погрешности и количества неточных разрядов. Остальные факторы можно рассматривать как действующие независимо. Поэтому долю точных разрядов можно оценить по формуле

$$K_T = K_1 \cdot K_2 \cdot K_3,$$

где  $K_1$  – отношение оставляемых разрядов к вычисляемым разрядам;  $K_2$  – коэффициент, учитывающий избыточную точность;  $K_3$  – отношение исходной разрядной сетки к увеличенной.

При выполнении полноразрядных операций, как правило, отбрасывается половина вычисляемого полного результата, что определяет  $K_1 = 0,5$ .

Избыточная точность возникает при денормализации мантиссы в операции сложения с плавающей точкой – теряются разряды, которые вычислялись точными во всех предыдущих операциях. Поэтому при отсутствии

операции сложения  $K_2 = 1$ , а в противном случае  $K_2 = 1 - 0,25 \cdot K_C / K_O$ , где  $K_C$  – количество операций, предшествующих сложению мантисс, а  $K_O$  – общее количество операций. Для нескольких сложений мантисс коэффициент  $K_2$  равен произведению коэффициентов, найденных для каждого сложения.

**Достоверность обработки приближённых данных.** Достоверность следует понимать как меру правильности и различать:

– достоверность функционирования ДУ как меру правильности работы ДУ в соответствии с его исправной схемой подобно [4];

– достоверность результатов вычислений как меру правильности этих результатов в соответствии с требуемым количеством верных старших разрядов согласно [3];

– достоверность контроля как меру правильности результатов контроля по [5].

Достоверность  $D_\Phi$  функционирования ВУ как мера правильности его функционирования совпадает с вероятностью  $P_{БР}$  безотказной работы (безотказность по отношению к неисправностям, включая сбои).

Достоверность  $D_P$  результатов вычислений как мера правильности результатов совпадает с достоверностью  $D_\Phi$  для точных вычислений над числами, которые являются целыми по своей природе, а для обработки приближенных данных определяется по формуле

$$D_P = (D_\Phi + (1 - D_\Phi) \cdot (1 - K_T)) \cdot K_D.$$

Коэффициент  $K_D$  учитывает снижение достоверности  $D_P$  при недостаточной разрядности мантиссы. При  $K_D = 1$ , достоверность  $D_P$  превышает  $D_\Phi$  на величину  $(1 - D_\Phi) \cdot (1 - K_T)$ , учитывающую снижение влияния неисправностей на достоверность результата при неисправном ВУ. При  $K_D = 1$  и  $K_T = 1$  формула упрощается к виду известной оценки (1), что подтверждает её справедливость.

Достоверность метода контроля как мера его правильности, т. е. соответствия задаче, решаемой в ВУ, определяется для обработки приближенных данных по формуле

$$D_{МК} = P_{БР} + (1 - P_{БР}) \cdot P_{Об} \cdot K_T, \quad (3)$$

При  $K_T = 1$  формула обращается в известную оценку достоверности (2), что подтверждает её справедливость, а при  $K_T > 1$  характеризует особенность обработки приближенных данных, для которой метод контроля отбраковывает достоверные результаты. В модели точных вычислений такое возможно лишь при неисправной схеме СК.

Показатель  $D_H = 1 - D_{МК}$  недостоверности метода контроля определяется, исходя из (3) как

$$D_H = (1 - P_{БР}) \cdot (1 - P_{Об} \cdot K_T).$$

**Оценка метода контроля по модулю.** Используем полученные оценки достоверности для контроля по модулю однотактных матричных ВУ, выполняющих обработку приближенных данных в форматах с плавающей точкой.

К особенностям матричных ВУ для умножения и деления, а также од- нотактного сумматора с плавающей точкой относится проявление кон- стантной одиночной неисправности в виде ошибки  $\pm 2^r$ , искажающей ре- зультат на вес любого одного его разряда (с номером  $r$ ) [6]. Такие харак- терные ошибки обнаруживаются контролем по любому нечетному модулю  $M$  с вероятностью  $P_{OB} = 1$ , поскольку  $\pm 2^r \bmod M$ .

Особенностью обработки данных в форматах с плавающей точкой яв- ляется выполнение особых  $n$ -разрядных операций, в которых по  $n$ -разрядным мантиссам операндов вычисляются  $n$ -разрядные округлённые мантиссы результатов.

В целочисленной обработке данных  $n$ -разрядные операции выполня- ются путём вычисления полного  $2n$ -разрядного результата с последующим отбрасыванием его младшей половины.

В целочисленном контроле по модулю показатель достоверности метода  $D_{H1} = (1 - P_{БР}) \cdot (1 - P_{OB} \cdot K_{T1})$  упрощается с учётом  $P_{OB} = 1$  и  $K_{T1} = K_{11} \cdot K_2 \cdot K_3$ , где  $K_{11} = 0,5$ , к виду  $D_{H1} = (1 - P_{БР}) \cdot (1 - 0,5 \cdot K_2 \cdot K_3)$ .

Обработка мантисс чисел как приближенных данных выполняется с использованием сокращённых операций, которые по сравнению с целочис- ленной обработкой почти вдвое снижают затраты оборудования и по- вышают быстродействие ВУ без потери точности [7]. Кроме того, снижает- ся количество отбрасываемых разрядов и соответственно растет доля оставляемых разрядов: для умножителя и делителя мантисс  $K_1 = n/(2n - k)$ , для сумматора с плавающей точкой  $K_1 = 1 - 1/n$ .

Использование сокращённых операций в сумматоре с плавающей точ- кой, умножителе и делителе мантисс поддержано разработанным для них методом контроля по модулю [8, 9].

В контроле по модулю сокращённой операции показатель достовер- ности метода  $D_{H2} = (1 - P_{БР}) \cdot (1 - P_{OB} \cdot K_{T2})$ , где  $P_{OB} = 1$  и  $K_{T2} = K_1 \cdot K_2 \cdot K_3$ , при- нимает вид  $D_{H2} = (1 - P_{БР}) \cdot (1 - n/(2n - k) \cdot K_2 \cdot K_3)$  для умножителей и делите- лей и  $D_{H3} = (1 - P_{БР}) \cdot (1 - (1 - 1/n) \cdot K_2 \cdot K_3)$  для сумматора с плавающей точкой.

Показатель достоверности метода контроля снижается для умножи- телей и делителей мантисс в  $D_{H1}/D_{H2} = (1 - 0,5 \cdot K_2 \cdot K_3)/(1 - n/(2n - k) \cdot K_2 \cdot K_3)$  раз. При  $K_2 \cdot K_3 = 1$  достигается верхняя граница  $D_m = (2n - k)/(n - k)$  данной оценки. Для  $n = 32$  и  $n = 64$   $D_m = 7,4$  и  $D_m = 11,7$ , соответственно.

Для сумматора с плавающей точкой достоверности метода контроля снижается в  $D_{H1}/D_{H3} = (1 - 0,5 \cdot K_2 \cdot K_3)/(1 - (1 - 1/n) \cdot K_2 \cdot K_3)$  раз. При  $K_2 \cdot K_3 = 1$  верхняя граница  $D_m = n/2$  данной оценки. Для  $n = 32$  и  $n = 64$   $D_m = 16$  и  $D_m = 32$ .

**Выводы.** 1. Понятия достоверности и их оценки сложились в условиях целочисленной обработки данных и перестают отражать современный уро- вень ВУ, характеризующийся ориентацией на приближённый характер вы- числений.

2. Обработка приближённых данных не является исключительной об- ластью вычислений, а составляет основное содержание вычислительных

процессов современных ВУ, и с дальнейшим развитием ВТ её значение будет только возрастать.

3. Обработка приближённых данных, проявляющаяся в нарушении ассоциативного закона выполнения операций и ограниченной чувствительности результатов к неисправностям ВУ, различает достоверность функционирования и достоверность результатов вычислений, отождествляемые при целочисленном выполнении операций. Достоверность результатов вычислений, служившая средством оценки достоверности функционирования, обретает первостепенное целевое значение. В оценке достоверности результатов вычислений и достоверности метода контроля учитывается естественная устойчивость результатов вычислений к действию неисправностей. Достоверность метода контроля снижается за счёт отбраковки достоверных результатов, что в целочисленной обработке было возможно, только за счёт неисправных СК.

4. Приведённый пример оценки достоверности метода контроля по модулю показывает, что необходима адаптация методов контроля, сложившихся в условиях целочисленной обработки, к требованиям приближённых вычислений. Показатель недостоверности метода контроля по модулю снижен в десятки раз за счёт его развития и адаптации к сокращённым операциям.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Щербаков Н.С. Самокорректирующиеся дискретные устройства. – М.: Машиностроение, 1975. – 216 с.
2. Журавлёв Ю.П., Котелюк Л.А., Циклинский Н.И. Надежность и контроль ЭВМ. – М.: Сов. радио, 1978. – 416 с.
3. Мельников Ю.Н. Достоверность информации в сложных системах. – М.: Сов. радио, 1973. – 192 с.
4. Гуляев В.А. Об оценке достоверности работы ЭЦВМ с контролем // Автоматика и вычислительная техника. – 1971. – № 2. – С. 84 - 87.
5. Щербаков Н.С. Достоверность работы цифровых устройств. – М.: Машиностроение, – 1989. – 288 с.
6. Noufal A., Nicolaidis M. ACAD Framework for Generating Self-Checking Multipliers Based on Residue Codes // Proceedings of Design, Automation and Test in Europe Conference. – Munich, Germany. – 1999, 9 - 12 Mach. – P. 122 - 129.
7. Рабинович З.Л., Раманаускас В.А. Типовые операции в вычислительных машинах. – К.: Техника, – 1980. – 264 с.
8. Drozd A. V., Lobachev M.V. Efficient On-line Testing Method for Floating-Point Adder // Proceedings of Design, Automation and Test in Europe Conference. – Munich, Germany. – 2001, 13 – 16 Mach. – P. 307 - 311.
9. Дрозд О.В. Контроль за модулем обчислювальних пристроїв. – Одеса: АО Бахва, 2002. – 144 с.

Поступила 1.07.2002

**ДРОЗД Александр Валентинович**, канд. техн. наук, профессор кафедры компьютерных интеллектуальных систем и сетей Одесского Национального политехнического университета. В 1976 году окончил Одесский политехнический институт. Область научных интересов – рабочее диагностирование цифровых устройств, методы и средства контроля вычислительных устройств для обработки приближённых данных.