

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ СИНТЕЗА АЛГОРИТМОВ МИНИМАЛЬНОЙ СЛОЖНОСТИ

к.т.н. В.Е. Саваневич

(представил д.т.н., проф. Д.В. Голкин)

В статье приводится постановка задачи синтеза алгоритмов минимальной сложности, являющаяся обобщением дискретных задач последовательного анализа, поиска и дискретизации. Ограничение затрат решающих правил при этом основано на ограничении пространства наблюдений до минимально достаточного. Дополнительно рассматриваются численные методы решения поставленной задачи, не требующие ни имитационного моделирования, ни составления и численного решения больших систем нелинейных уравнений.

Несмотря на прогрессирующий рост производительности вычислительных средств, существует достаточно большой пласт практически значимых задач, точное решение которых не может быть достигнуто за какое-либо допустимое время. К числу таких задач в локации следует отнести в первую очередь задачи оценки целевой обстановки на этапе вторичной обработки локационной информации в нетривиальных случаях. К сожалению задача одновременного синтеза оптимальных алгоритмов статистических решений и стабилизации их затрат крайне редко находит своё решение. Часто до синтеза алгоритмов не известны даже операции, которые следует выполнить над выборкой. Интуитивно понятно, что сложность, затраты решающих алгоритмов определяются характеристиками пространства наблюдений (ПН). В связи с этим в статье задача стабилизации затрат алгоритмов статистических выводов решается путем ограничения ПН, т.е. входных воздействий данных алгоритмов. При такой постановке задачи достаточно естественным выглядит привлечение в процессе её решения понятий и методов теории информации.

Итак, система X находится в одном из $J + 1$ возможных состояний. Состояние системы x_j считается неизвестной случайной величиной. Априорные вероятности состояний $P_a(x_j)$, $j = \overline{0, J}$ известны. Задано пространство решений (гипотез) U в общем случае с $K + 1$ элементами. Для принятия решения предполагается использовать наблюдения y . Все возможные результаты наблюдений составляют пространство наблюдений (ПН) Y . ПН дискретно. Заданы условные вероятности появления конкретной выборки y_i при условии, что система находится в состоянии x_j в виде матрицы $P(Y/X)$ с элементами $P(y_i/x_j)$.

Представления о качестве принимаемых решений сформулированы в виде заданной матрицы потерь с элементами Π_{jk} . Элемент матрицы потерь Π_{jk} характеризует потери, возникающие при принятии решения u_k в состоянии x_j . В качестве показателя качества оценки состояния системы (решения) выступает средний риск – среднее значение потерь

$$R = \sum_{j=0}^J \sum_{k=0}^K P(x_j, u_k) \Pi_{jk}, \quad (1)$$

где $P(x_j, u_k)$ – совместная вероятность состояния x_j и решения u_k .

Требованием к данному показателю является условие $R \leq R^*$, где R^* – заранее заданное значение допустимого среднего риска.

Предполагается, что затраты, сложность решающего правила (РП), системы оценки параметра состояния, при заданном пространстве гипотез, полностью определяются используемым пространством наблюдений и только через него зависят от операций, выполняемых решающим правилом

$$Z = \sum_{i=1}^I P(y_i) \cdot z(y_i), \quad (2)$$

где $P(y_i) = \sum_{j=0}^J P_a(x_j) P(y_i / x_j)$ – безусловная вероятность попадания вы-

борки в i -ю точку пространства наблюдений;

$z(y_i)$ – затраты РП, связанные с обработкой выборки y_i ;

I – количество возможных вариантов результатов наблюдений.

В частном случае $z(y_i) = -\log P(y_i)$. При этом Z является энтропией пространства наблюдений.

Изменить затраты Z можно только при изменении пространства наблюдений. Предполагается наличие некоего детерминированного матричного преобразования $P(\tilde{Y}/Y)$ с элементами $P(\tilde{y}_m/y_i)$, которое осуществляет редукцию пространства наблюдений Y в ПН \tilde{Y} . Исходя из соображений теории информации, класс $P(\tilde{y}_m/y_i)$ ограничен преобразованиями, которые объединяют несколько точек ПН Y в одну точку ПН \tilde{Y} при соблюдении условия технической допустимости такого объединения. В связи с этим матрицу $P(\tilde{Y}/Y)$ можно назвать матрицей коммутации. При отсутствии редукции данных $\tilde{Y} \equiv Y$ матрица $P(\tilde{Y}/Y)$ является единичной размера $I \times I$. В любом другом случае $P(\tilde{Y}/Y)$ является матрицей размера $M \times I$ ($M < I$), каждая строка которой соответствует точке из \tilde{Y} , а каждый столбец – точке из Y . В m -й строке матрицы

$P(\tilde{Y}/Y)$ указывается, какие точки Y объединяются в m -ю точку ПН \tilde{Y} . Без дополнительного требования соблюдения технической допустимости всегда будет иметь место тривиальное решение: ПН \tilde{Y} будет совпадать с пространством решений U .

Оптимальное решающее правило также является [1] детерминированной функцией от пространства наблюдений Y . Следовательно, соответствующий этому правилу средний риск R_Y полностью определяется используемым ПН Y . Считается, что пространство наблюдений Y задается максимально широким и его использование обеспечивает выполнение условия $R_Y \leq R^*$.

С учётом введённого ПН \tilde{Y} можно записать выражение для среднего риска R и затрат Z в виде:

$$R = \sum_{j=0}^J \sum_{k=0}^K \sum_{i=1}^I \sum_{m=1}^M P(u_k/\tilde{y}_m) P(\tilde{y}_m/y_i) P(\tilde{y}_m/y_i) \Pi_{jk} P_a(x_j); \quad (3)$$

$$Z = \sum_{m=1}^M z(\tilde{y}_m) \sum_{i=1}^I \sum_{j=0}^J P(\tilde{y}_m/y_i) P(y_i/x_j) P_a(x_j), \quad (4)$$

где I, M – число точек ПН Y и \tilde{Y} соответственно.

Итак, необходимо найти пространство наблюдений \tilde{Y} и решающее правило над ним, которые обеспечивают заданный средний риск R^* при минимально возможных затратах Z :

$$R \leq R^*; \quad Z \rightarrow \min. \quad (5)$$

С учетом выражений (3), (4) задача (5) может быть конкретизирована: найти матричное преобразование $P(\tilde{Y}/Y)$, редуцирующее ПН Y в ПН \tilde{Y} , и решающее правило над ПН \tilde{Y} , которые обеспечивают $R \leq R^*$ при $Z \rightarrow \min$.

Определение решающего правила – всех элементов матрицы $p(U/\tilde{Y})$ при заданном ПН \tilde{Y} является известной задачей [1]:

$$p(u_k/y_m) = \begin{cases} 1, & \text{при } k = \hat{k} = \arg \min_n \sum_{i=1}^I \sum_{j=0}^J P(\tilde{y}_m/y_i) P(y_i/x_j) P_a(x_j) \Pi_{jn}; \\ 0, & \text{при } k \neq \hat{k}. \end{cases} \quad (6)$$

Будет считаться, что в каждом столбце матрицы $p(U/\tilde{Y})$ только один элемент равен 1, а остальные являются нулевыми:

$$\sum_{k=0}^K P(u_k/\tilde{y}_m) = 1.$$

От указанного правила могут быть отклонения, связанные, напри-

мер, с расщеплением граничных точек ПН путём их рандомизации [1] для обеспечения заданной условной вероятности ложной тревоги.

С учётом ограничений на затраты (сложность) в поставленной задаче, особо не сужая класс допустимых преобразований, предполагается, что вероятности $\mathbf{P}(\mathbf{x}_j, \mathbf{u}_k)$, входящие в оптимизационную задачу (5), должны быть экстремальными в следующем смысле [2].

При заданном среднем риске (2) и условии неизменности априорных вероятностей состояний

$$\sum_{j=0}^K \mathbf{P}(\mathbf{x}_j, \mathbf{u}_k) = P_a(\mathbf{x}_j), \quad (7)$$

вероятности, являющиеся элементами матрицы $\mathbf{P}(\mathbf{X}, \mathbf{U})$, обеспечивают минимум средней взаимной информации между пространствами состояний \mathbf{X} и решений \mathbf{U} :

$$I_{\mathbf{XU}} = \sum_{j=0}^J \sum_{k=0}^K \mathbf{P}(\mathbf{u}_k/\mathbf{x}_j) P_a(\mathbf{x}_j) \log \frac{\mathbf{P}(\mathbf{u}_k/\mathbf{x}_j)}{\mathbf{P}(\mathbf{u}_k)} \rightarrow \min, \quad (8)$$

где $\mathbf{P}(\mathbf{u}_k) = \sum_{j=0}^J \mathbf{P}(\mathbf{u}_k/\mathbf{x}_j) P_a(\mathbf{x}_j)$ - безусловная вероятность принятия k -го решения.

Минимально необходимое значение средней взаимной информации $I_{\mathbf{XU}}$ для обеспечения среднего риска $\mathbf{R} = \varepsilon$ называют [2] ε - энтропией $I_{\mathbf{XU}}^*$ (в рамках принятых обозначений \mathbf{R}^* - энтропией).

Методика нахождения экстремальных (2), (7), (8) вероятностей $\mathbf{P}^*(\mathbf{X}, \mathbf{U})$ известна [2]. Дополнительным результатом указанной методики является совокупность частных средних информаций между состоянием \mathbf{x}_j и решениями \mathbf{U} :

$$I_{\mathbf{x}_j\mathbf{U}}^* = \sum_{k=0}^K \mathbf{P}(\mathbf{u}_k/\mathbf{x}_j) \log \frac{\mathbf{P}(\mathbf{u}_k/\mathbf{x}_j)}{\mathbf{P}(\mathbf{u}_k)}. \quad (9)$$

Именно при таких значениях частных информаций обеспечивается заданный средний риск \mathbf{R}^* при минимально возможном значении общей средней взаимной информации

$$I_{\mathbf{XU}} = \sum_{j=0}^J P_a(\mathbf{x}_j) I_{\mathbf{x}_j\mathbf{U}}^*. \quad (10)$$

Известно, что ни одно преобразование не увеличивает ни общей, ни частных средних информаций. Следовательно, для обеспечения заданного среднего риска \mathbf{R}^* частные средние взаимные информаций между состояниями \mathbf{x}_j и пространством наблюдений $\tilde{\mathbf{Y}}$ должны быть не меньше $I_{\mathbf{x}_j\mathbf{U}}^*$:

$$\mathbf{I}_{x_0\tilde{Y}} \geq \mathbf{I}_{x_0U}^* ; \quad \mathbf{I}_{x_1\tilde{Y}} \geq \mathbf{I}_{x_1U}^* ; \quad \dots ; \quad \mathbf{I}_{x_J\tilde{Y}} \geq \mathbf{I}_{x_JU}^* , \quad (11)$$

где

$$\mathbf{I}_{x_j\tilde{Y}} = \sum_{m=1}^M \mathbf{P}(\tilde{y}_m/x_j) \log \frac{\mathbf{P}(\tilde{y}_m/x_j)}{\mathbf{P}(\tilde{y}_m)} ; \quad \mathbf{P}(\tilde{y}_m) = \sum_{j=1}^M \mathbf{P}(\tilde{y}_m/x_j) \mathbf{P}_a(x_j) .$$

В данном контексте можно сказать, что все отображения матриц $\mathbf{P}(\tilde{\mathbf{Y}}/\mathbf{X})$, удовлетворяющих условиям (11), в пространстве частных средних информаций лежат в так называемом ε -гиперквадранте. Тем самым, область поиска наилучшей редукции ПН \mathbf{Y} в ПН $\tilde{\mathbf{Y}}$ ограничена данным ε -гиперквадрантом.

При решении оптимизационной задачи (5) в классе экстремальных, в смысле вариационной задачи (2), (7), (8), вероятностей $\mathbf{P}(\mathbf{X}, \mathbf{U})$ можно сузить класс допустимых преобразований. В новом классе можно оставить только преобразования, которые обеспечивают попадание выборки в соответствующий ε (\mathbf{R})-гиперквадрант средних частных взаимных информаций при наименьших затратах хотя бы для одного значения среднего риска из диапазона его возможных значений ($\mathbf{R} \in [\mathbf{R}_{\min}, \mathbf{R}_{\max}]$). Класс таких преобразований выборки можно назвать классом Парето-оптимальных преобразований относительно \mathbf{R} -гиперквадрантов средних частных взаимных информаций.

В общем случае, процесс принятия статистических решений содержит два последовательных во времени подпроцесса: накопления информации до необходимого количества и непосредственного решения. Результатом первого, в самом общем виде, являются апостериорные вероятности состояний; результатом второго – решение, оценка параметра состояния.

Если в первом случае потери информации отсутствуют, то процесс принятия решений почти всегда приводит к потере информации. Известно [3], что оптимальное решение является достаточной статистикой (потери информации при переходе от апостериорных вероятностей к решению отсутствуют), если для всех точек пространства наблюдений (ПН), которые соответствуют одному решению, апостериорные вероятности (плотности) совпадают. В этой связи уместно вспомнить о правиле Вальда [4] последовательной проверки простой гипотезы против простой альтернативы при отсутствии перескоков через пороги принятия решения. В остальных случаях решение почти всегда является предельно упрощенной, минимальной по объему, но никак не достаточной статистикой. При этом картина принятия решения в плоскости частных средних информаций $\mathbf{I}_{x_0U} : \mathbf{I}_{x_1U}$ схематично представлена на рис. 1.

Таким образом, попадание пространства наблюдений $\tilde{\mathbf{Y}}$ ($\mathbf{P}(\tilde{\mathbf{Y}}/\mathbf{X})$) в \mathbf{R}^* -гиперквадрант является необходимым, но не достаточным условием обеспечения среднего риска на уровне, не превышающем \mathbf{R}^* . Причина –

потери информации при переходе от апостериорных вероятностей к решениям. Данные потери без синтеза решающего правила контролировать достаточно трудно.

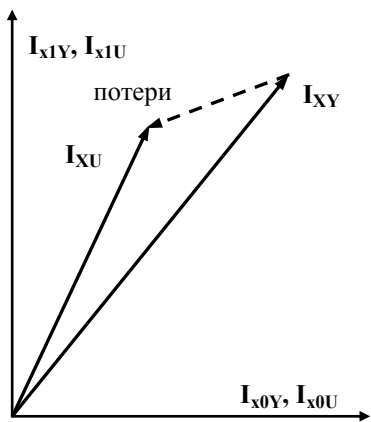


Рис. 1. Информационная характеристика процесса принятия решения

В связи с возможным наличием потерь информации при переходе от апостериорных вероятностей к решениям, границы \mathbf{R} -гиперквадрантов следует сдвигать вправо и вверх. Причем целесообразно использовать несколько вариантов таких сдвигов. Данный тезис уточним на примере обнаружителя. Множеству решений с заданной условной вероятностью ложной тревоги F^* в плоскости $I_{x0\tilde{Y}} : I_{x1\tilde{Y}}$ соответствуют кривая (рис. 2) и множество ε -квадрантов средних частных взаимных информаций. При уменьшении F^* на величину dF^* будет иметь место новая кривая, и новое множество ε -квадрантов.

В связи с тем, что прогнозировать потери информации трудно, необходимо использовать несколько таких кривых с различными значениями dF^* . Все варианты преобразований, которые попадают хотя бы в один из таких ε -квадрантов, обладая минимальными затратами, включаются в класс Парето-оптимальных преобразований.

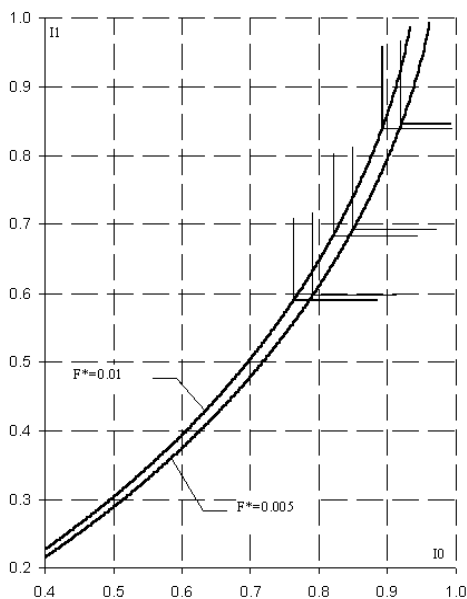


Рис. 2. Множество D^* -квадрантов средних частных взаимных информаций

В дальнейшем внутри множества Парето-оптимальных преобразований путем перебора находится наилучшее. Для чего осуществляется синтез решающих правил согласно выражения (6).

Множество Парето-оптимальных преобразований может быть найдено с использованием градиентных методов, или путём целенаправленного перебора.

Множество Парето-оптимальных преобразований может быть найдено с использованием градиентных методов, или путём целенаправленного перебора.

ра вариантов с отбраковкой заведомо «плохих» пространств наблюдений \tilde{Y} (преобразований $P(\tilde{Y}/Y)$) и отказом от их дальнейшего наращивания. В ряде случаев уместно использование задачи о склейке вершин на двудольном графе.

Существуют два метода получения экстремального пространства наблюдений: агломеративный и дивизимный [5]. Агломеративный метод основан на принципе объединения (склеивания) нескольких точек ПН в одну. При этом поиск экстремального ПН осуществляется от максимально широкого ПН Y . В свою очередь, дивизимный метод основан на расщеплении одной точки ПН на несколько. В роли стартового ПН здесь выступает пустое множество.

Дивизимный градиентный метод поиска экстремального пространства наблюдений основан на разбиении на каждом шаге той точки ПН, для которой соответствующее удельное приращение информации, в необходимых пропорциях относительно частных информаций, максимально. Реализация градиентного метода может быть следующей. Определяется требуемый ε -гиперквадрант. На каждом шаге алгоритма строится вектор, начало которого находится в точке, характеризующей частные средние взаимные информаций ПН \tilde{Y} , сформированного к данному шагу. Конец вектора находится в начале ε -гиперквадранта. Далее находится точка, расщепление которой соответствует наибольшей проекции удельного информационного приращения на введённый вектор. Данная процедура повторяется вплоть до попадания выборки в заданный ε -гиперквадрант. Можно показать, что при точном попадании в начало ε -гиперквадранта (а в некоторых случаях и при более мягких условиях) такое решение будет наилучшим. Случаю точного попадания в начало ε -квадранта соответствует, например, последовательный критерий Вальда при отсутствии перескоков через пороги принятия решений.

При использовании дивизимного метода целенаправленного перебора вариантов с отбраковкой в качестве стартовой матрицы коммутации выступает строка с I единицами. В дальнейшем на каждом шаге алгоритма на базе исходной матрицы коммутации (любой из поступивших с предыдущего шага) формируется список матриц, каждая из которых порождается технически допустимым элементарным расщеплением соответствующей точки ПН. Так при синтезе последовательного обнаружителя по квантованным сигналам на A уровнях элементарным расщеплением является проведение очередного зондирования в одной из точек ПН. Последнему соответствует разбиение соответственной строки старой матрицы коммутации на A в новой. При этом выборка может попасть в данную точку при условии, что предыдущие зондирования дали соответствующий этой точке (строке старой матрицы) результат. Например, в случае бинарно квантованных сигналов допустимым преобразованием над матрицей коммутации является только разбиение одной её

строки на две, причём, первая половина единиц исходной строки попадает на те же позиции в первой вновь сформированной строке, а вторая – на те же позиции во второй. Остальные элементы данных строк являются нулевыми.

Затем для каждой матрицы, сформированной на очередном шаге, следует вычислить средние частные взаимные информации (СЧВИ) и затраты Z .

Далее последовательно для каждой матрицы в цикле по \mathbf{R}^* -гиперквадрантам от $\mathbf{R}^* = \mathbf{R}_{\min}$ до \mathbf{R}_{\max} необходимо проверять условия (11).

При выполнении последних соответствующие затраты Z записывать в качестве характеристики соответствующего \mathbf{R}^* -гиперквадранта. Если в данном \mathbf{R}^* -гиперквадранте уже записаны затраты и они превышают затраты, соответствующие данной матрице, то вместо них записывается новое значение, матрица записывается в список Парето-оптимальных, в данном \mathbf{R}^* -гиперквадранте выставляется указатель на нее. Указатель на «старую» матрицу ликвидируется. Если кроме того указатель на эту матрицу хранится только в данном \mathbf{R}^* -гиперквадранте – она исключается из списка Парето-оптимальных. Если старое значение затрат равно новому, то данная матрица записывается в список Парето-оптимальных, а в \mathbf{R}^* -гиперквадранте формируется указатель на нее. И, наконец, если старое значение затрат меньше нового – никаких операций не производится. Матрица, сформированная на текущем шаге, которая не была «занесена» ни в один из \mathbf{R}^* -гиперквадрантов, уничтожается. Все матрицы текущего шага, которые не были «уничтожены», поступают в качестве исходных на «вход» очередного, где по каждой из них осуществляются формирование новых допустимых матриц и все перечисленные выше операции. Дополнительно производится ликвидация двойников – матриц, порождённых на текущем шаге разными исходными матрицами и являющихся взаимно тождественными.

В результате работы алгоритма формируется список (множество) Парето-оптимальных преобразований $\mathbf{P}(\tilde{\mathbf{Y}}/\mathbf{Y})$. Любая матрица из списка попадает хотя бы в один из \mathbf{R}^* -гиперквадрантов СЧВИ с минимальными затратами.

Агломеративные методы поиска множества Парето-оптимальных редукций ПН аналогичны.

Приведённая выше постановка задачи является существенно общей и включает в себя задачи последовательного анализа [4], [6], поиска и дискретизации при дискретной стилизации используемых в них переменных. Далее будет приведена постановка нескольких практически значимых задач. При этом априорные вероятности состояний и элементы матрицы $\mathbf{P}(\mathbf{Y}/\mathbf{X})$ предполагаются заданными. Также считаются заданными условные вероятности решений при известных состояниях (условные вероятности ложной тревоги \mathbf{F}_3^* и правильного обнаружения \mathbf{D}_3^*), что

позволяет опустить решение оптимизационной задачи (2), (7), (8). Необходимо найти обнаружитель, у которого $\mathbf{F}^* = \mathbf{F}_3^*$, $\mathbf{D}^* \geq \mathbf{D}_3^*$ при минимальных затратах. При этом способ квантования задан, не может быть изменен и постоянен для любого сигнала.

Последовательный обнаружитель объекта по серии квантованных сигналов. Амплитуда отраженного сигнала квантуется на $\mathbf{a} \geq 2$ уровнях. Число зондирований не может быть больше \mathbf{N} . Под затратами понимается среднее число зондирований.

Исходная матрица коммутации – единичная, размера $\mathbf{a}^{\mathbf{N}} \times \mathbf{a}^{\mathbf{N}}$. Отказ от последнего опыта соответствует объединению \mathbf{a} соседних строк матрицы коммутации в одну. При необходимости отказаться от \mathbf{k} опытов подряд, следует объединить в одну $\mathbf{a}^{\mathbf{k}}$ строк матрицы $\mathbf{P}(\tilde{\mathbf{Y}}/\mathbf{Y})$. Таким образом, допустимым преобразованием над исходной матрицей $\mathbf{P}(\tilde{\mathbf{Y}}/\mathbf{Y})$ является объединение $\mathbf{a}^{\mathbf{k}}$ её строк в одну. При этом в каждой строке матрицы коммутации начиная с $(\mathbf{n} \cdot \mathbf{a}^{\mathbf{k}} + 1)$ -го столбца размещается ровно $\mathbf{a}^{\mathbf{k}}$ единиц подряд, остальные элементы строки – нулевые, где \mathbf{n} – целое число, $\mathbf{k} \leq \mathbf{N}$. Нахождение наилучшей матрицы коммутации может осуществляться с использованием дивизимного метода целенаправленного перебора вариантов с отбраковкой. При этом на каждом шаге число строк матрицы увеличивается на $\mathbf{a} - 1$. Число столбцов не изменяется и равно $\mathbf{a}^{\mathbf{N}}$.

Для визуализации и хранения промежуточных данных можно использовать аппарат теории графов. При этом каждой технически реализуемой матрице $\mathbf{P}(\tilde{\mathbf{Y}}/\mathbf{Y})$ можно поставить в соответствие \mathbf{a} -арное дерево [7] с \mathbf{a} -арными внутренними вершинами и уровнем дерева не более \mathbf{N} . Пример 4-арного дерева уровня 3 приведен на рис. 3.

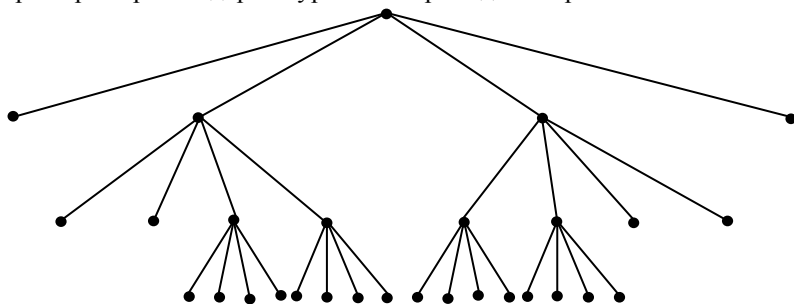


Рис. 3. Пример 4-арного дерева с 4-арными внутренними вершинами

Обнаружитель объекта по Маркусу-Сверлингу в L-канальной системе. Задана дискретная зона обзора с \mathbf{L} дискретами. В зоне обзора находится не более одного объекта. Число зондирований в каждый (любой) дискрет зоны обзора не фиксировано, но не может быть больше \mathbf{N} ,

либо общее число зондирований зоны обзора не может быть больше N_L . Отражённый от объекта сигнал квантуется на A уровней. Под затратами понимается среднее число зондирований n_L . Оценки о местоположении объекта не выносятся и требования к ним не предъявляются.

Нередуцированное пространство наблюдений содержит в себе результаты всех N_L зондирований. Данному ПН соответствует единичная матрица коммутации $P_0(\tilde{Y}/Y)$ размера $A \times N_L$. На каждом шаге поиска экстремального ПН допустимыми его расширениями являются результаты зондирования очередного сигнала (либо первого в конкретном дискрете, либо очередного в другом дискрете) при определённых значениях уровней квантования предыдущих отраженных сигналов в нем. Граф, отображающий процесс последовательного просмотра L дискрет зоны обзора с общим числом её зондирований N_L является A -арным деревом с A -арными L -раскрашенными вершинами уровня N_L . В случае $L = 2$, $A = 2$ и проведения поиска до первого превышения порога в одной из ячеек при $N = 2$ имеет место 6 вариантов программы поиска. Соответствующие им графы представлены на рис. 4.

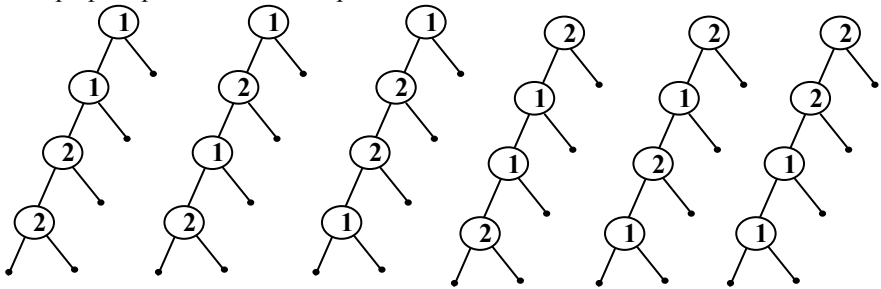


Рис. 4. Программы поиска при $L = 2$, $A = 2$, $N = 2$

Матрицы коммутации для вариантов 1, 4 имеют вид:

$$P_1(\tilde{Y}/Y) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix};$$

$$P_4(\tilde{Y}/Y) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Обнаружитель объекта по фиксированной серии квантованных сигналов. Число сигналов в серии задано и равно T . Сигналы некоррелированы. Задано число уровней квантования сигнала A . Под затратами понимается число уровней квантования $a \leq A$. Уменьшение уровней квантования осуществляется за счёт объединения нескольких уровней квантования в один. Последнее ограничение может показаться не всегда правомочным. Однако при $A \gg 1$ потери, связанные с его введением, будут незначительными.

В виду того, что метод квантования от сигнала к сигналу не изменяется, целесообразно искать матрицу коммутации $\mathbf{P}(\tilde{\mathbf{Y}}_t/\mathbf{Y}_t)$, соответствующую не серии, а одному сигналу. Множество Парето - оптимальных преобразований в данном случае удобнее строить агломеративным методом, используя в качестве стартовой единичную матрицу коммутации $\mathbf{P}_0(\tilde{\mathbf{Y}}_t/\mathbf{Y}_t)$ размера $A \times A$.

Таким образом, решение задачи синтеза статистических алгоритмов (обладающих заданным качеством принимаемых решений при минимальных затратах) может быть найдено путем выбора экстремального пространства наблюдений (ПН) и синтеза оптимального решающего правила над ним. При этом выбор наилучшего ПН производится с учётом использования экстремальных совместных вероятностей состояний и их оценок. А множество допустимых ПН ограничивается классом Парето-оптимальных относительно \mathbf{R} -гиперквадрантов средних частных взаимных информаций. Для непосредственного поиска графов или матриц коммутации, соответствующих экстремальным ПН, могут быть использованы предложенные в статье численные методы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Леман Э. Проверка статистических гипотез: Пер. с англ. / Под ред. Ю.В. Прохорова. – М.: Наука, – 1979. – 408 с.
2. Стратонович Р.Л. Теория информации. – М.: Сов. радио, – 1975. – 424 с.
3. Ковалевский В.А. Методы оптимальных решений в распознавании изображений. – М.: Наука, – 1976. – 328 с.
4. Тартаковский А.Г. Последовательные методы в теории информационных систем. – М.: Радио и связь, 1991. – 280 с.
5. Прикладная статистика: Классификация и снижение размерности /Под ред. С.А. Айвазяна. – М.: Финансы и статистика, 1989. – 607 с.
6. Сосулин Ю.Г. Последовательное обнаружение сигналов: проблемы и перспективы // Радиотехника. – 1998. – Т. 53. – № 10. – С. 39 - 47.
7. Оре О. Теория графов. – М.: Наука, 1968. – 352 с.

Поступила 15.07.2002

Саваневич Вадим Евгеньевич, канд. техн. наук, доцент, докторант ХВУ. В 1986 году окончил Харьковское ВУРЭ. Область научных интересов – обработка локационной информации, информметрия.