УДК 621.3

УСЛОВИЯ ПОСТРОЕНИЯ ПРОИЗВОДНЫХ КВАЗИОРТОГОНАЛЬНЫХ СИСТЕМ СИГНАЛОВ

С.Л. Городецкий, А.О. Ивасюк
(представил д.т.н., проф. Ю.В. Стасев)

В данной статье рассмотрены производные ортогональные дискретные системы. Определена взаимосвязь между корреляционными, ансамблевыми и структурными свойствами задающих, производящих и производных квазиортогональных сигналов.

В последнее время появился заметный интерес к системам разработки и применению радиотехнических систем. В первую очередь это связано с влиянием на качественные показатели систем передачи информации, применяемых в системах связи сигналов. Среди известных групп сигналов ортогональные дискретные сигналы уже нашли применение и представляют большой интерес.

Необходимо обратить внимание на то, что ортогональные сигналы в чистом виде обладают неудовлетворительными апериодическими и периодическими функциями автокорреляции, следовательно, применять их в качестве переносчиков информации представляется затруднительным (практически невозможным). И только используя производные ортогональные дискретные сигналы можно разрешить возникшее противоречие.

Построение производной системы квазиортогональных сигналов $\{\mathbf{G}\}$ базируется на мультипликативном объединении задающего ансамбля сигналов $\mathbf{W}$ со всевозможными циклическими сдвижками производящего сигнала $\mathbf{H}$:

$$\{\mathbf{G}\}=\begin{vmatrix} \omega_1 h_1 & \omega_2 h_2 & \cdots & \cdots & \omega_L h_L \\ \omega_1 h_2 & \omega_2 h_3 & \omega_3 h_4 & \cdots & \omega_L h_{L+1} \\ \omega_1 h_1 & \omega_2 h_2 & \cdots & \cdots & \omega_L h_L \end{vmatrix}, \tag{1}$$

где ω_i – элементы сигнала $\mathbf{W}$; $\mathbf{h_i}$ – элементы сигнала $\mathbf{H}$.

Определим требования, предъявляемые к корреляционным и ансамблевым свойствам сигналов $\mathbf{W}$ и $\mathbf{H}$. Для этого докажем следующие утверждения.

Утверждение 1. Сумма квадратов уровней боковых лепестков ПФАК и производного сигнала равна сумме произведений уровней боковых производящего и заданного сигнала

$$\sum_{l=1}^{L}\left[R_g(l)\right]^2=\sum_{l=1}^{L}R_w(l)R_H(l). \tag{2}$$

Доказательство.

$$\sum_{l=1}^{L}\left[R_g(l)\right]^2=\sum_{l=1}^{L}\left[\sum_{i=1}^{l}g_1g_{i+1}\right]^2=\sum_{l=1}^{L}\left[\sum_{i=1}^{l}w_ih_{i+k}w_{i+l}h_{i+k+l}\right]^2, \qquad (3)$$

где **k** – номер циклического сдвига производящего сигнала.

$$\sum_{l=1}^{L}\left[\sum_{i=1}^{l}w_ih_{i+k}w_{i+l}h_{i+k+l}\right]^2=\sum_{l=1}^{L}\left[\sum_{i=1}^{l}w_ih_{i+k}w_{i+l}h_{i+k+l}\right]^2\times$$

$$\times\sum_{l=1}^{L}\left[\sum_{i=1}^{l}w_ih_{i+k}w_{i+l}h_{i+k+l}\right]^2=$$

$$=\sum_{l=1}^{L}\sum_{i=1}^{l}\sum_{j=1}^{l}w_{i+l}h_{i+k}w_{j+l}*h_{j+k}=\sum_{i=1}^{l}\sum_{j=1}^{l}h_{i+k}h_{j+k}\sum_{l=1}^{l}w_{i+l}w_{j+l}=$$

$$=\sum_{i=1}^{l}\sum_{j=1}^{l}h_{i+k}h_{j+k}R_w(i-j)=\sum_{i=1}^{l}\sum_{j=1}^{l}h_{j+k}h_{j+k+l}*R_w(l)=\sum_{i=1}^{l}R_w(l)R_h(l) \qquad (4)$$

Анализ выражения (4) показывает, что для уменьшения боковых лепестков ПФАК производных сигналов необходимо в качестве производящих использовать сигналы, сумма боковых лепестков ПФАК которых минимальна.

Утверждение 2. Минимальный уровень боковых лепестков нормированной ПФАК R_{gmax} определяется соотношением

$$R_{g\max}(l)=\frac{R_w(l)R_h(l)}{L}. \qquad (5)$$

Доказательство.

Запишем выражение для ПФАК двух производных квазиортогональных сигналов

$$R_g(l)=\sum_{i=1}^{l}g_ig_{i+l}. \qquad (6)$$

Используя соотношение (1), сделаем замену в выражении (2)

$$R_g(l)=\sum_{i=1}^{l}g_ig_{i+l}=\sum_{i=1}^{l}\omega_ih_{i+k}\omega_{i+l}h_{i+k+l}=\sum_{i=1}^{l}\omega_i\omega_{i+l}h_{i+k+l}, \qquad (7)$$

где **k** – номер циклического сдвига производящего сигнала.

Обобщим:

$$\omega_i\omega_{i+l}=A;\quad h_{i+k}h_{i+k+l}=B;\quad A_i\in\{-1;1\};\quad B_i\in\{-1;1\}.$$

Тогда

$$R_g(l)=\sum_{i+1}^{l}A_iB_i. \qquad (8)$$

Последовательности A_i и B_i содержат A_1 и B_1 единиц и A_0 и B_0 минус единиц. Причём, следует напомнить, что $\mathbf{A_i}$ и $\mathbf{B_i}$ есть отображения функции корреляции, т.е. $\mathbf{A_1 - A_0 = R_w(l);}$ **а** $\mathbf{B_1 - B_0 = R_h(l)}$.

Число **M** произведений $\mathbf{A_i}$ $\mathbf{B_i}$ = 1 определяется соотношением

$$\mathbf{M_1} = \left\lfloor \mathbf{L} * \left(\frac{\mathbf{A_1}}{\mathbf{L}} * \frac{\mathbf{B_1}}{\mathbf{L}} * \frac{\mathbf{A_0}}{\mathbf{L}} * \frac{\mathbf{B_0}}{\mathbf{L}} \right) \right\rfloor, \tag{9}$$

где [**x**] – целая часть от числа **x**, а число $\mathbf{M_0}$ произведений $\mathbf{A_i B_i}$ = -1 равно

$$\mathbf{M_0} = \left[\mathbf{L} * \left(\frac{\mathbf{A_1}}{\mathbf{L}} * \frac{\mathbf{B_0}}{\mathbf{L}} * \frac{\mathbf{A_0}}{\mathbf{L}} * \frac{\mathbf{B_1}}{\mathbf{L}} \right) \right]. \tag{10}$$

Функция корреляции $\mathbf{R_g(l)}$ будет определяться как разница между $\mathbf{M_1}$ и $\mathbf{M_0}$:

$$\mathbf{R_g(l) = M_1 - M_0} = \left\lfloor \mathbf{L} * \left(\frac{\mathbf{A_1 B_1 + A_0 B_0}}{\mathbf{L^2}} \right) \right\rfloor - \left\lfloor \mathbf{L} * \left(\frac{\mathbf{A_1 B_0 + A_0 B_1}}{\mathbf{L^2}} \right) \right\rfloor =$$

$$= \left\lfloor \mathbf{L} * \left(\frac{\mathbf{A_1 B_1 + A_0 B_0 - A_1 B_0 + A_0 B_1}}{\mathbf{L^2}} \right) \right\rfloor. \tag{11}$$

После преобразования получим

$$\mathbf{R_g(l)} = \left[\frac{\mathbf{A_1(B_1 - B_0) - A_0(B_1 - B_0)}}{\mathbf{L}} \right] =$$

$$= \left[\frac{\mathbf{(B_1 - B_0) * (A_1 - A_0)}}{\mathbf{L}} \right] = \frac{\mathbf{R_h(l) * R_w(l)}}{\mathbf{L}}. \tag{12}$$

Анализ выражения (12) показывает, что минимум уровня боковых лепестков функции корреляции производных сигналов достигается при минимуме уровней боковых лепестков ПФАК производящего и задающего сигналов. При этом следует помнить, что в соответствии с утверждением 2, уровень боковых лепестков зависит от числа элементов в сигнале **L**.

Утверждение 3. Ансамбль производных квазиортогональных систем сигналов определяется соотношением

$$\mathbf{M_g = L * M_H * M_w}, \tag{13}$$

где $\mathbf{M_w}$ и $\mathbf{M_н}$ - ансамблевые характеристики задающего и производящего сигналов.

Доказательство.

Число пар, которое могут образовать производящие и задающие сигнала, равно произведению их ансамблевых характеристик, а число **L** равно числу циклических сдвижек. Эти числа образуют ансамбль каждой пары. Следовательно, ансамблевые характеристики производных сигналов будет определяться соотношением (13).

Утверждение 4. Структурные свойства производных квазиортогональных систем сигналов зависят от структурных свойств задающего и производящего сигнала. Коэффициент, определяющий структурную избыточность, изменяется в пределах

$$\frac{l}{L} \le S \le 1, \tag{14}$$

где l – число элементов, которое необходимо для того, чтобы восстановить закон формирования производящего или задающего сигналов.

Доказательство.

Для восстановления закона формирования производящего сигнала принятые элементы сигнала необходимо сначала разложить на его составляющие с целью получения элементов задающего и производящего сигналов. Вероятность правильного разложения $\mathbf{r}$ элементов, если $\mathbf{r} \le \mathbf{L}$ и не известен задающий или производящий сигнал, определяется выражением

$$\mathbf{P = 0.5^r}. \tag{15}$$

Даже при небольших значениях $\mathbf{r}$ вероятность правильного восстановления задающего и производящих сигналов низкая. Следовательно, возникают ошибки, которые потребуют знаний дополнительных элементов для восстановления закона формирования сигнала. Но так как в левой части неравенства (14) l определяет минимально необходимое число элементов, которое необходимо знать, то структурная скрытность производных сигналов, всегда выше задающих и производящих сигналов.

Таким образом, сформулированные и доказанные утверждения определяют взаимосвязь между корреляционными, ансамблевыми и структурными свойствами задающих, производящих и производных квазиортогональных сигналов и являются базой для разработки процедур синтеза производящих систем сигналов.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Горбенко И.Д., Стасев Ю.В., Замула А.А. Теория дискретных сигналов. Ортогональные дискретные сигналы. – МО СССР, 1988. – 120 с.*
2. *Кононов В.Б., Городецький С.Л., Кушнерук О.Ю. Математична модель оптимального розподілення неоднорідних засобів у задачах планування // Системи обробки інформації. – Х.: НАНУ, ПАНМ, ХВУ. – 1999. – Вип. 1(5). – С. 93 - 95.*

Поступила 23.08.2002

ГОРОДЕЦКИЙ Сергей Леонидович, *преподаватель кафедры ХВУ. В 1991 году окончил ХВВКИУ РВ. Область научных интересов – защита информации от ошибок.*

ИВАСЮК Александр Олегович, *инженер кафедры Полтавского военного института связи. В 2001 году окончил ХВУ. Область научных интересов – кодирование информации.*