

## УСЛОВИЯ ПОСТРОЕНИЯ ПРОИЗВОДНЫХ КВАЗИОРТОГОНАЛЬНЫХ СИСТЕМ СИГНАЛОВ

С.Л. Городецкий, А.О. Ивасюк  
(представил д.т.н., проф. Ю.В. Стасев)

*В данной статье рассмотрены производные ортогональные дискретные системы. Определена взаимосвязь между корреляционными, ансамблевыми и структурными свойствами задающих, производящих и производных квазиортогональных сигналов.*

В последнее время появился заметный интерес к системам разработки и применению радиотехнических систем. В первую очередь это связано с влиянием на качественные показатели систем передачи информации, применяемых в системах связи сигналов. Среди известных групп сигналов ортогональные дискретные сигналы уже нашли применение и представляют большой интерес.

Необходимо обратить внимание на то, что ортогональные сигналы в чистом виде обладают неудовлетворительными апериодическими и периодическими функциями автокорреляции, следовательно, применять их в качестве переносчиков информации представляется затруднительным (практически невозможным). И только используя производные ортогональные дискретные сигналы можно разрешить возникшее противоречие.

Построение производной системы квазиортогональных сигналов  $\{G\}$  базируется на мультипликативном объединении задающего ансамбля сигналов  $W$  со всевозможными циклическими сдвигами производящего сигнала  $H$ :

$$\{G\} = \begin{bmatrix} \omega_1 h_1 & \omega_2 h_2 & \dots & \dots & \omega_L h_L \\ \omega_1 h_2 & \omega_2 h_3 & \omega_3 h_4 & \dots & \omega_L h_{L+1} \\ \omega_1 h_1 & \omega_2 h_2 & \dots & \dots & \omega_L h_L \end{bmatrix}, \quad (1)$$

где  $\omega_i$  – элементы сигнала  $W$ ;  $h_i$  – элементы сигнала  $H$ .

Определим требования, предъявляемые к корреляционным и ансамблевым свойствам сигналов  $W$  и  $H$ . Для этого докажем следующие утверждения.

**Утверждение 1.** Сумма квадратов уровней боковых лепестков ПФАК и производного сигнала равна сумме произведений уровней боковых производящего и заданного сигнала

$$\sum_{l=1}^L [R_g(l)]^2 = \sum_{l=1}^L R_w(l) R_H(l). \quad (2)$$

*Доказательство.*

$$\sum_{l=1}^L [R_g(l)]^2 = \sum_{l=1}^L \left[ \sum_{i=1}^1 g_i g_{i+1} \right]^2 = \sum_{l=1}^L \left[ \sum_{i=1}^1 w_i h_{i+k} w_{i+1} h_{i+k+1} \right]^2, \quad (3)$$

где  $k$  – номер циклического сдвига производящего сигнала.

$$\begin{aligned} \sum_{l=1}^L \left[ \sum_{i=1}^1 w_i h_{i+k} w_{i+1} h_{i+k+1} \right]^2 &= \sum_{l=1}^L \left[ \sum_{i=1}^1 w_i h_{i+k} w_{i+1} h_{i+k+1} \right]^2 \times \\ &\times \sum_{l=1}^L \left[ \sum_{i=1}^1 w_i h_{i+k} w_{i+1} h_{i+k+1} \right]^2 = \\ &= \sum_{l=1}^L \sum_{i=1}^1 \sum_{j=1}^1 w_{i+1} h_{i+k} w_{j+1} * h_{j+k} = \sum_{i=1}^1 \sum_{j=1}^1 h_{i+k} h_{j+k} \sum_{l=1}^L w_{i+1} w_{j+1} = \\ &= \sum_{i=1}^1 \sum_{j=1}^1 h_{i+k} h_{j+k} R_w(i-j) = \sum_{i=1}^1 \sum_{j=1}^1 h_{j+k} h_{j+k+1} * R_w(l) = \sum_{i=1}^1 R_w(l) R_h(l) \quad (4) \end{aligned}$$

Анализ выражения (4) показывает, что для уменьшения боковых лепестков ПФАК производных сигналов необходимо в качестве производящих использовать сигналы, сумма боковых лепестков ПФАК которых минимальна.

**Утверждение 2.** Минимальный уровень боковых лепестков нормированной ПФАК  $R_{g \max}$  определяется соотношением

$$R_{g \max}(l) = \frac{R_w(l) R_h(l)}{L}. \quad (5)$$

*Доказательство.*

Запишем выражение для ПФАК двух производных квазиортогональных сигналов

$$R_g(l) = \sum_{i=1}^1 g_i g_{i+1}. \quad (6)$$

Используя соотношение (1), сделаем замену в выражении (2)

$$R_g(l) = \sum_{i=1}^1 g_i g_{i+1} = \sum_{i=1}^1 \omega_i h_{i+k} \omega_{i+1} h_{i+k+1} = \sum_{i=1}^1 \omega_i \omega_{i+1} h_{i+k+1}, \quad (7)$$

где  $k$  – номер циклического сдвига производящего сигнала.

Обобщим:

$$\omega_i \omega_{i+1} = A_i; \quad h_{i+k} h_{i+k+1} = B_i; \quad A_i \in \{-1; 1\}; \quad B_i \in \{-1; 1\}.$$

Тогда

$$R_g(l) = \sum_{i=1}^1 A_i B_i. \quad (8)$$

Последовательности  $A_i$  и  $B_i$  содержат  $A_1$  и  $B_1$  единиц и  $A_0$  и  $B_0$  минус

единиц. Причём, следует напомнить, что  $\mathbf{A}_i$  и  $\mathbf{B}_i$  есть отображения функции корреляции, т.е.  $\mathbf{A}_1 - \mathbf{A}_0 = \mathbf{R}_w(\mathbf{l})$ ; а  $\mathbf{B}_1 - \mathbf{B}_0 = \mathbf{R}_h(\mathbf{l})$ .

Число  $\mathbf{M}$  произведений  $\mathbf{A}_i \mathbf{B}_i = 1$  определяется соотношением

$$\mathbf{M}_1 = \left\lfloor \mathbf{L} * \left( \frac{\mathbf{A}_1 * \mathbf{B}_1 * \mathbf{A}_0 * \mathbf{B}_0}{\mathbf{L}} \right) \right\rfloor, \quad (9)$$

где  $\lfloor x \rfloor$  – целая часть от числа  $x$ , а число  $\mathbf{M}_0$  произведений  $\mathbf{A}_i \mathbf{B}_i = -1$  равно

$$\mathbf{M}_0 = \left\lfloor \mathbf{L} * \left( \frac{\mathbf{A}_1 * \mathbf{B}_0 * \mathbf{A}_0 * \mathbf{B}_1}{\mathbf{L}} \right) \right\rfloor. \quad (10)$$

Функция корреляции  $\mathbf{R}_g(\mathbf{l})$  будет определяться как разница между  $\mathbf{M}_1$  и  $\mathbf{M}_0$ :

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_g(\mathbf{l}) = \mathbf{M}_1 - \mathbf{M}_0 &= \left\lfloor \mathbf{L} * \left( \frac{\mathbf{A}_1 \mathbf{B}_1 + \mathbf{A}_0 \mathbf{B}_0}{\mathbf{L}^2} \right) \right\rfloor - \left\lfloor \mathbf{L} * \left( \frac{\mathbf{A}_1 \mathbf{B}_0 + \mathbf{A}_0 \mathbf{B}_1}{\mathbf{L}^2} \right) \right\rfloor = \\ &= \left\lfloor \mathbf{L} * \left( \frac{\mathbf{A}_1 \mathbf{B}_1 + \mathbf{A}_0 \mathbf{B}_0 - \mathbf{A}_1 \mathbf{B}_0 + \mathbf{A}_0 \mathbf{B}_1}{\mathbf{L}^2} \right) \right\rfloor. \end{aligned} \quad (11)$$

После преобразования получим

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_g(\mathbf{l}) &= \left\lfloor \frac{\mathbf{A}_1(\mathbf{B}_1 - \mathbf{B}_0) - \mathbf{A}_0(\mathbf{B}_1 - \mathbf{B}_0)}{\mathbf{L}} \right\rfloor = \\ &= \left\lfloor \frac{(\mathbf{B}_1 - \mathbf{B}_0) * (\mathbf{A}_1 - \mathbf{A}_0)}{\mathbf{L}} \right\rfloor = \frac{\mathbf{R}_h(\mathbf{l}) * \mathbf{R}_w(\mathbf{l})}{\mathbf{L}}. \end{aligned} \quad (12)$$

Анализ выражения (12) показывает, что минимум уровня боковых лепестков функции корреляции производных сигналов достигается при минимуме уровней боковых лепестков ПФАК производящего и задающего сигналов. При этом следует помнить, что в соответствии с утверждением 2, уровень боковых лепестков зависит от числа элементов в сигнале  $\mathbf{L}$ .

**Утверждение 3.** Ансамбль производных квазиортогональных систем сигналов определяется соотношением

$$\mathbf{M}_g = \mathbf{L} * \mathbf{M}_H * \mathbf{M}_w, \quad (13)$$

где  $\mathbf{M}_w$  и  $\mathbf{M}_H$  - ансамблевые характеристики задающего и производящего сигналов.

*Доказательство.*

Число пар, которое могут образовать производящие и задающие сигнала, равно произведению их ансамблевых характеристик, а число  $\mathbf{L}$  равно числу циклических сдвижек. Эти числа образуют ансамбль каждой пары. Следовательно, ансамблевые характеристики производных сигналов будет определяться соотношением (13).

**Утверждение 4.** Структурные свойства производных квазиортогональных систем сигналов зависят от структурных свойств задающего и

производящего сигнала. Коэффициент, определяющий структурную избыточность, изменяется в пределах

$$\frac{l}{L} \leq S \leq 1, \quad (14)$$

где  $l$  – число элементов, которое необходимо для того, чтобы восстановить закон формирования производящего или задающего сигналов.

*Доказательство.*

Для восстановления закона формирования производящего сигнала принятые элементы сигнала необходимо сначала разложить на его составляющие с целью получения элементов задающего и производящего сигналов. Вероятность правильного разложения  $r$  элементов, если  $r \leq L$  и не известен задающий или производящий сигнал, определяется выражением

$$P = 0.5^r. \quad (15)$$

Даже при небольших значениях  $r$  вероятность правильного восстановления задающего и производящих сигналов низкая. Следовательно, возникают ошибки, которые потребуют знаний дополнительных элементов для восстановления закона формирования сигнала. Но так как в левой части неравенства (14)  $l$  определяет минимально необходимое число элементов, которое необходимо знать, то структурная скрытность производных сигналов, всегда выше задающих и производящих сигналов.

Таким образом, сформулированные и доказанные утверждения определяют взаимосвязь между корреляционными, ансамблевыми и структурными свойствами задающих, производящих и производных квазиортогональных сигналов и являются базой для разработки процедур синтеза производящих систем сигналов.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Горбенко И.Д., Стасев Ю.В., Замула А.А. *Теория дискретных сигналов. Ортогональные дискретные сигналы.* – МО СССР, 1988. – 120 с.
2. Кононов В.Б., Городецкий С.Л., Кушнерук О.Ю. *Математична модель оптимального розподілення неоднорідних засобів у задачах планування // Системи обробки інформації.* – Х.: НАНУ, ПАНМ, ХВУ. – 1999. – Вип. 1(5). – С. 93 - 95.

Поступила 23.08.2002

**ГОРОДЕЦКИЙ Сергей Леонидович**, преподаватель кафедры ХВУ. В 1991 году окончил ХВВКИУ РВ. Область научных интересов – защита информации от ошибок.

**ИВАСЮК Александр Олегович**, инженер кафедры Полтавского военного института связи. В 2001 году окончил ХВУ. Область научных интересов – кодирование информации.

---