

## ОЦЕНКА ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТИ КОМБИНИРОВАННЫХ КОДОВ ТРАНСФОРМАНТ

проф. А.В. Королёв

*Выводятся выражения для определения значения отношения сигнал/шум в комбинированных кодах трансформант дискретного косинусного преобразования при передаче по каналу связи. При этом учитывается различный вес ошибок, возникших в служебной и информационной частях кодовых комбинаций.*

**Введение.** В качестве статистической меры влияния ошибок на точность распознавания объектов принято использовать величину отношения сигнал/шум (ОСШ)  $h$  [1]:

$$h = 10 \lg \frac{\Theta_x^2}{P_n \Theta_n^2 + P_c \Theta_c^2}, \quad (1)$$

где  $\Theta_x^2$  – среднеквадратический диапазон возможных значений исходного элемента изображения [1];  $\Theta_n^2$ ,  $\Theta_c^2$  – среднеквадратические показатели отклонения (СПО) восстановленного изображения от исходного, вызванного соответственно искажениями в информационной и в служебной частях кодовых комбинаций [2];  $P_n$ ,  $P_c$  – вероятности появления ошибок соответственно в информационной и служебной частях кодовой комбинации в процессе их передачи по каналу связи.

При этом служебная часть состоит из оснований полиадических кодов и числа серий одинаковых элементов [3].

**Получение выражения для вычисления показателя погрешности  $\Theta_{цв}^2$ , вызванной ошибками в кодах цветowych координат.** Поскольку на качество полученного изображения влияет степень отклонения исходного изображения от восстановленного, то требуется оценить среднеквадратическую степень отклонения значения восстановленной цветовой координаты от значения исходной цветовой координаты. При определении показателя СПО  $\Theta_{цв}^2$  необходимо учитывать следующие особенности комбинированных кодов трансформант ДКП [1, 2]:

1. Влияние ошибок в кодах цветowych координат имеет контролируемый характер и не является основной при распознавании объектов.
2. Помехоустойчивость декодирования на основе обратного ДКП объясняется тем, что при обратном преобразовании выполняется опера-

ция усреднения. Поэтому одиночная ошибка распределяется по всем элементам восстановленного изображения и мало заметна для глаза. Отсюда следует, что значение ошибки  $e(\mathbf{b})_{\xi k}$  в компоненте ДКП  $\mathbf{b}_{\xi k}$  будет не меньше, чем значение ошибки  $e(\mathbf{c})_{ij}$  в цветовой координате  $\mathbf{c}_{ij}$ :

$$e(\mathbf{c})_{ij} = \left| c_{ij} - \mathbf{c}_{ij}^\bullet \right| \leq e(\mathbf{b})_{\xi k} = \left| \mathbf{b}_{\xi k} - \mathbf{b}_{\xi k}^\bullet \right|, \quad (2)$$

где  $\mathbf{c}_{ij}^\bullet$  и  $\mathbf{b}_{\xi k}^\bullet$  – соответственно восстановленные с ошибкой значения цветовой координаты и компоненты ДКП.

Поскольку для комбинированных кодов трансформант ДКП справедливо неравенство (2), то верхней границей показателя СПО  $\Theta_{\text{цв}}^2$  является значение показателя СПО  $\Theta_{\text{дкп}}^2$  погрешности, вызванной отклонением восстановленной компоненты ДКП от исходной компоненты ДКП

$$\Theta_{\text{дкп}}^2 \leq \Theta_{\text{цв}}^2, \quad (3)$$

где показатель СПО  $\Theta_{\text{дкп}}^2$  находится по формуле [2]:

$$\Theta_{\text{дкп}}^2 = \left( \sum_{\xi=1}^{n_{\text{цв}}} \sigma_{e(\mathbf{b})_{\xi k}}^2 \right), \quad (4)$$

где  $\sigma_{e(\mathbf{b})_{\xi k}}^2$  – значение показателя погрешности, возникающей при восстановлении отдельной компоненты ДКП  $\mathbf{b}_{\xi k}^\bullet$  вследствие декодирования искаженного кода  $\mathbf{N}(\Lambda)_j$ ;  $n_{\text{цв}}$  – линейный размер трансформанты ДКП.

Поскольку показатель СПО  $\Theta_{\text{дкп}}^2$  на основе формулы (3) зависит от показателя погрешности, возникающей при восстановлении отдельной компоненты ДКП  $\mathbf{b}_{\xi k}^\bullet$ , то требуется найти величину  $\sigma_{e(\mathbf{b})_{\xi k}}^2$ .

*Вывод выражения для определения показателя  $\sigma_{e(\mathbf{b})_{\xi k}}^2$  погрешности, вызванной ошибками в компоненте ДКП  $\mathbf{b}_{\xi k}^\bullet$ .* При нахождении показателя погрешности  $\sigma_{e(\mathbf{b})_{\xi k}}^2$  необходимо учитывать то, что перед получением низкочастотных компонент требуется восстановить коды  $\mathbf{N}(\mathcal{G})_{\xi k}$  по сериям одинаковых разрядов [3]. Поэтому оценка показателя  $\sigma_{e(\mathbf{b})_{\xi k}}^2$  будет состоять из двух частей:

1) если координаты компонент ДКП изменяются в пределах, задаваемой системой:

$$\begin{aligned} &\text{для } \xi = \overline{1, n_{\text{цв}} - 2}; \quad k = \overline{1, n_{\text{цв}}}; \\ &\text{для } \xi = n_{\text{цв}} - 1; \quad k = \overline{1, n_{\text{цв}} - 1}; \\ &\text{для } \xi = n_{\text{цв}}; \quad k = \overline{1, n_{\text{цв}} - 2}, \end{aligned} \quad (5)$$

то величина ошибки  $e(\mathbf{b})_{\xi k}$  будет не больше, чем максимальное значение в строке трансформанты [2, 3]:

$$0 \leq e(\mathbf{b})_{\xi k} \leq m[\lambda_{\xi}] - 1, \quad (6)$$

где  $m[\lambda_{\xi}]$  – математическое ожидание максимального значения компонент в строке трансформанты ДКП;

2) для остальных компонент ДКП (низкочастотные составляющие) с координатами:

$$\begin{aligned} &\text{для } \xi = n_{\text{цв}} - 1; \quad k = n_{\text{цв}}; \\ &\text{для } \xi = n_{\text{цв}}; \quad k = \overline{n_{\text{цв}} - 1, n_{\text{цв}}} \end{aligned} \quad (7)$$

значение ошибки  $e(\mathbf{b})_{\xi k}$  находится в пределах [3]:

если  $m[\lambda_{\xi}] \leq V(m[\vartheta_{\xi k}])$ , то

$$\varphi^{-1}(m[\vartheta_{\xi k}], 0) \leq e(\mathbf{b})_{\xi k} \leq \varphi^{-1}(m[\vartheta_{\xi k}], m[\lambda_{\xi}]); \quad (8)$$

если  $m[\lambda_{\xi}] > V(m[\vartheta_{\xi k}])$ , то

$$\varphi^{-1}(m[\vartheta_{\xi k}], 0) \leq e(\mathbf{b})_{\xi k} \leq \varphi^{-1}(m[\vartheta_{\xi k}], V(m[\vartheta_{\xi k}])),$$

где  $\varphi^{-1}$  – оператор декодирования комбинированных кодов трансформант ДКП [2];  $V(m[\vartheta_{\xi k}])$  – количество двоичных последовательностей с числом серий, равным  $m[\vartheta_{\xi k}]$  [4].

При этом вероятности появления ошибок  $e(\mathbf{b})_{\xi k}$  (в случае искажения полиадического кода), значения которых принадлежат двум неравенствам (6), соответственно равны:

$$P_{\text{нч}} = \frac{3}{n_{\text{цв}}^2}; \quad P_{\text{вч}} = \frac{n_{\text{цв}}^2 - 3}{n_{\text{цв}}^2}, \quad (9)$$

где  $P_{\text{нч}}$  и  $P_{\text{вч}}$  – вероятности восстановления соответственно низкочастотных и высокочастотных компонент ДКП.

Тогда с учетом выражений (6) – (9) показатель погрешности  $\sigma_{e^{(b)}_{\xi k}}^2$  для двух направлений декодирования будет равен:

– для компонент ДКП с координатами, определяемыми системой (5):

$$\sigma_{e^{(b)}_{\xi k}}^2 = \frac{n_{\text{цв}}^2 - 3}{n_{\text{цв}}^2} \times \left( \frac{(m[\lambda_{\xi}] - 1)^2}{3} \right);$$

– для компонент ДКП с координатами, задаваемыми системой (7), возможны два варианта [3]:

если  $m[\lambda_{\xi}] \leq v(m[\vartheta_{\xi k}])$ , то

$$\sigma_{e^{(b)}_{\xi k}}^2 = \frac{3}{n_{\text{цв}}^2} \times \left( \frac{\left( \varphi^{-1}(m[\vartheta_{\xi k}], m[\lambda_{\xi}]) - \varphi^{-1}(m[\vartheta_{\xi k}], 0) - 1 \right)^2}{3} \right);$$

если  $m[\lambda_{\xi}] > v(m[\vartheta_{\xi k}])$ , то

$$\sigma_{e^{(b)}_{\xi k}}^2 = \frac{3}{n_{\text{цв}}^2} \times \left( \frac{\left( \varphi^{-1}(m[\vartheta_{\xi k}], v(m[\vartheta_{\xi k}])) - \varphi^{-1}(m[\vartheta_{\xi k}], 0) - 1 \right)^2}{3} \right). \quad (10)$$

Подставив формулу (10) в выражение (4), найдем погрешность  $\Theta_{\text{дкп}}^2$  с учетом восстановления всех компонент ДКП для одного комбинационного кода:

1) для компонент с координатами (5):

$$\Theta_{\text{дкп}}^2 = \sum_{\xi=1}^{n_{\text{цв}}} \frac{n_{\text{цв}}^2 - 3}{n_{\text{цв}}^2} \times \left( \frac{(m[\lambda_{\xi}] - 1)^2}{3} \right);$$

2) для компонент ДКП с координатами (7):

если  $m[\lambda_{\xi}] \leq v(m[\vartheta_{\xi k}])$ , то

$$\Theta_{\text{дкп}}^2 = \sum_{\xi=1}^{n_{\text{цв}}} \left( \frac{\left( \varphi^{-1}(m[\vartheta_{\xi k}], m[\lambda_{\xi}]) - \varphi^{-1}(m[\vartheta_{\xi k}], 0) - 1 \right)^2}{n_{\text{цв}}^2} \right);$$

если  $m[\lambda_\xi] > v(m[\vartheta_{\xi k}])$ , то

$$\Theta_{\text{ДКП}}^2 = \sum_{\xi=1}^{n_{\text{ЦВ}}} \left( \frac{\left( \varphi^{-1}(m[\vartheta_{\xi k}], v(m[\vartheta_{\xi k}])) - \varphi^{-1}(m[\vartheta_{\xi k}], 0) - 1 \right)^2}{n_{\text{ЦВ}}^2} \right). \quad (11)$$

Выражение (11) позволяет определить верхнюю границу значения показателя СПО  $\Theta_{\text{ЦВ}}^2$  погрешности в комбинированном коде трансформанты ДКП с учетом ограниченного числа одинаковых разрядов в низкочастотных компонентах.

*Определим среднеквадратический показатель отклонения  $\Theta_{\text{ос, ЦВ}}^2$ , образовавшегося в результате искажения основания полиадического кода.* Ошибка в коде основания полиадического числа приведет к искажению всех компонент ДКП, в восстановлении которых участвует искаженное основание [2]. В этом случае значение показателя СПО  $\Theta_{\text{ос, ЦВ}}^2$  находится по системе формул:

1) для компонент, координаты которых находятся по системе (5):

$$\Theta_{\text{ос, ЦВ}}^2 = \frac{n_{\text{ЦВ}}^2 - 3}{n_{\text{ЦВ}}} \times \left( \frac{(m[\lambda_\xi] - 1)^2}{6} \right);$$

2) для низкочастотных компонент с координатами, определяемыми системой (7):

если  $m[\lambda_\xi] \leq v(m[\vartheta_{\xi k}])$ , то

$$\Theta_{\text{ос, ЦВ}}^2 = \left( \frac{\left( \varphi^{-1}(m[\vartheta_{\xi k}], m[\lambda_\xi]) - \varphi^{-1}(m[\vartheta_{\xi k}], 0) - 1 \right)^2}{2n_{\text{ЦВ}}} \right);$$

если  $m[\lambda_\xi] > v(m[\vartheta_{\xi k}])$ , то

$$\Theta_{\text{ос, ЦВ}}^2 = 2 \left( \frac{\left( \varphi^{-1}(m[\vartheta_{\xi k}], v(m[\vartheta_{\xi k}])) - \varphi^{-1}(m[\vartheta_{\xi k}], 0) - 1 \right)^2}{n_{\text{ЦВ}}^2} \right). \quad (12)$$

Формула (12) позволяет вычислить показатель СПО  $\Theta_{\text{ос, ЦВ}}^2$  отклонения восстановленного изображения от исходного, вызванного ошибками в коде основания полиадического кода.

**Определение среднеквадратического показателя отклонения  $\Theta_{\text{чс,цв}}^2$ , вызванного ошибками в коде числа серий  $\vartheta_{\xi k}$ .**

Из анализа свойств кодов  $N(\vartheta)_{\xi k}$ , а также из анализа особенностей их формирования для низкочастотных компонент ДКП следует, что значение показателя СПО  $\Theta_{\text{чс,цв}}^2$  равно [2, 4]:

$$\Theta_{\text{чс,цв}}^2 = \frac{1}{3} \left( \max_{\substack{0 \leq \vartheta \leq \vartheta_{\max} \\ \vartheta \neq \vartheta_{\xi k}}} \left\{ \varphi^{-1} \left( N(\vartheta)_{\xi k}, \vartheta_{\xi k} \right) - \varphi^{-1} \left( N(\vartheta)_{\xi k}, \vartheta \right) \right\} \right)^2. \quad (13)$$

Формула (13) позволяет вычислить СПО  $\Theta_{\text{чс,цв}}^2$  отклонения восстановленного изображения от исходного, вызванного ошибками в коде числа серий.

Подставив выражения (11) – (13) в формулу (1), получим соотношения для нахождения значения отношения сигнал/шум в комбинированных кодах трансформант ДКП при передаче по каналу связи с ошибками.

**Сравнительная оценка значения отношения сигнал / шум для различных методов представления трансформант ДКП.** В качестве сравниваемых методов выбраны метод компактного представления трансформант ДКП [3] и метод равномерного представления трансформанты ДКП [1]. Для расчета значения ОСШ  $h$  используются выражения (1), (11) – (13). Расчеты проводились для вероятности ошибок в канале связи

$p_0 = 10^{-3}$  и  $p_0 = 10^{-4}$  и для фрагментов изображений с различной степенью насыщенности мелкими деталями. При этом в качестве показателя степени насыщенности используется вероятность цветового перепада, изменяющаяся в интервале  $0.15 \leq p_{\text{цв}} \leq 0.9$ . Графики значений ОСШ для различных методов представления трансформант ДКП в зависимости от вероятности искажения разряда и вероятности цветового перепада представлены на рис. 1. Из анализа графиков, приведенных на рис. 1, следует:

1) Значение ОСШ для комбинированного кодирования трансформант ДКП увеличивается по сравнению с равномерным представлением трансформанты ДКП от **10** до **23дБ** в зависимости от вероятности цветового перепада;

2) С уменьшением степени насыщенности изображений от  $p_{\text{цв}} = 0.15$  до  $p_{\text{цв}} = 0.9$  значение ОСШ увеличивается в среднем в **2,5** раза.

**Выводы.** Из рассмотренного материала можно сделать следующие выводы:

1. Получено аналитическое выражение для нахождения значения отношения сигнал/шум в комбинированных кодах трансформант ДКП при

передаче по каналу связи с ошибками. В этом случае учитываются помехоустойчивые свойства комбинированных кодов трансформант ДКП.

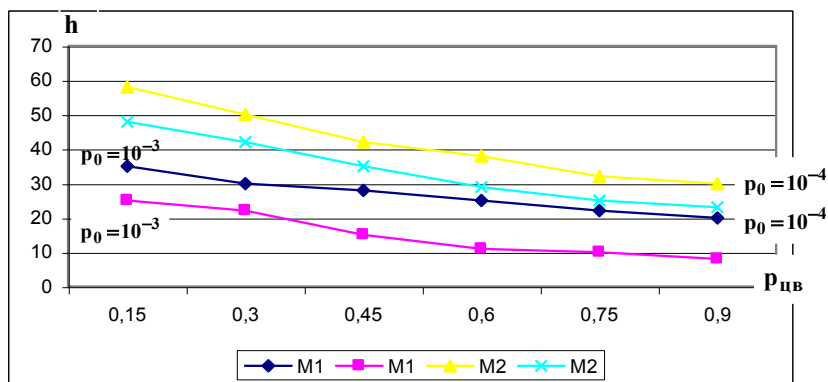


Рис. 1. Графики значений ОСШ  $h$  для равномерного представления трансформант ДКП (M1) и комбинированного кодирования трансформант ДКП (M2) в зависимости от вероятности цветового перепада  $P_{цв}$

2. Выведены аналитические выражения для определения средне-квадратических показателей погрешности в информационной и служебной частях комбинированных кодов трансформант ДКП, вызванных ошибками в канале связи.

3. Значение ОСШ для комбинированного кодирования трансформант ДКП увеличивается по сравнению с равномерным представлением трансформанты ДКП от **10** до **23** дБ в зависимости от вероятности цветового перепада.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Свириденко В.А. Анализ систем со сжатием данных. – М.: Связь, 1978. – 183 с.
2. Королёв А.В., Баранник В.В. Помехоустойчивость полиадических кодов трансформант ДКП к ошибкам в канале связи // Системы обработки информации. – Х.: ХФВ "Транспорт України". – 2000. – Вып. 4(10). – С. 99 – 103.
3. Королёв А.В. Помехоустойчивые свойства верификационных кодов трансформант ДКП // Открытые интегрированные информационные и компьютерные технологии. – Х.: НАУ "ХАИ". – 2002. – С. 27 – 33.
4. Королёв А.В., Баранник В.В. Оценка количества информации изображения по числу серий одинаковых элементов // Системы обработки информации. – Х.: НАНУ, ПАНМ, ХВУ. – 2002. – Вып. 2(18). – С. 43 – 46.

Поступила 19.06.2002

**КОРОЛЁВ Анатолий Викторович**, канд. техн. наук, профессор, профессор кафедры ХВУ. В 1969 году окончил Харьковское ВКИУ. Область научных интересов – обработка и передача информации.