

## ІМОВІРНІСТЬ НАСКРІЗНОЇ НЕВИЯВЛЕНОЇ ПОМИЛКИ В МЕРЕЖАХ З КОМУТАЦІЄЮ ПАКЕТІВ

к.т.н. В.В. Горбачов, к.т.н. С.В. Родіонов, к.т.н. А.Д. Буханцов  
(подав проф. А.В. Корольов)

*В роботі представлений марківський аналіз імовірності наскрізної невиявленої помилки і виводяться практичні рекомендації з її визначення.*

Імовірність наскрізної невиявленої помилки (ІННП) є важливим робочим параметром при розробці й експлуатації комп'ютерних мереж з комутацією пакетів [1, 3]. Поява невиявленої помилки в процесі передачі пакета може привести до порушення роботи мережі. При цьому можливе виникнення ситуації, коли перекручені дані доставляються до відповідного окремого користувача або перекручений пакет може доставлятися до невірної адресата, або навіть перекручений пакет може викликати невірне з'єднання.

Визначений рівень здатності виявлення помилок забезпечується при використанні коду, що виявляє помилки при передачі пакета через канал зв'язку. Однак, коли пакет проходить від каналу до каналу по мережі, то робочим критерієм важливості є ІННП, така, якою її в дійсності бачить користувач. У цій роботі представлений марківський аналіз ІННП і виводяться практичні рекомендації з її визначення. При цьому на початку розглядається модель для випадку з ідеальним вузлом (помилки вводяться тільки в процесі передачі по каналу), а потім модель розширюється для того, щоб включити помилки вузлів.

Проходячи через мережу, зміст пакета не обов'язково може бути перекрученим. Якщо пакет перекручений, то він може бути виявлений або не виявлений мережею. Таким чином, на протязі часу перебування в мережі, пакет може бути в будь-якому з трьох станів: стан 1 – зміст пакета без помилок; стан 2 – зміст пакета перекручено, але не виявлено мережею; стан 3 – зміст пакета перекручено, але виявлено мережею.

Як тільки передача пакета по лінії зв'язку закінчиться, на прийомному кінці приступають до його перевірки, використовуючи код, який виявляє помилки і приймають рішення, якщо пакет перекручений. Припустимо, що ми спостерігаємо положення пакета безпосередньо в момент після завершення цього контролю. Тоді ми маємо діаграму положень переходів як показано на рис. 1, де  $P_1$  – імовірність правильного прийому;  $P_2$  – імовірність виявлення помилки;  $P_3$  – умовна імовірність виявленої помилки;  $P_4$  –

умовна імовірність невиявленої помилки;  $P_{15}$  – умовна імовірність виявлення помилки при переході зі стану 2 до стану 3.

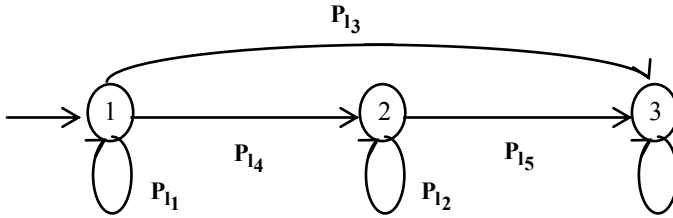


Рис. 1. Діаграма переходів пакета в різний стан

Стан 3 визначає також режим, при якому пакет, який має цей стан, з імовірністю 1 знімається з обслуговування. Якщо припустити, що усі лінії по яких передавався пакет, мають ідентичні характеристики помилок, тоді названі вище стани переходів утворюють однорідний за часом ланцюг Маркова з матрицею імовірностей переходів

$$P = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{13} \\ 0 & P_{14} & P_{15} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (1)$$

Нехай  $\Pi(\mathbf{m}) = [\Pi_1(\mathbf{m}), \Pi_2(\mathbf{m}), \Pi_3(\mathbf{m})]$  – вектор імовірностей станів після  $\mathbf{m}$  переходів. Також нехай  $\Phi(\mathbf{m}) = [\Phi_{ij}(\mathbf{m})] = P^{\mathbf{m}}$  – матриця імовірностей переходів після  $\mathbf{m}$  кроків. Тому що було припущено, що пакет без помилок надходить на вхід мережі, то його початкова імовірність стану  $\Pi(0) = [100]$ . Припустимо, що існує  $\mathbf{m}$  ліній, які створюють маршрут пакета. Тоді ІННП після  $\mathbf{m}$  ліній передачі представляється вектором  $\Pi_2(\mathbf{m})$ . Відповідно до теорії марківських ланцюгів [2] маємо

$$\Pi(\mathbf{m}) = \Pi(0)\Phi(\mathbf{m}) = [\Phi_{11}(\mathbf{m}) \Phi_{12}(\mathbf{m}) \Phi_{13}(\mathbf{m})]. \quad (2)$$

Для обчислення цього рівняння спочатку знаходимо  $Z$ -перетворення величини  $\Phi(\mathbf{m})$ :

$$\Phi(z) = [I - Pz]^{-1} = \frac{1}{(1-z)(1-P_{11}z)(1-P_{14}z)} \times$$

$$\times \begin{bmatrix} (1-z)(1-P_{14}z) & P_{12}z(1-z) & P_{12}P_{15}z^2 + P_{13}z(1-P_{14}z) \\ 0 & (1-z)(1-P_{11}) & P_{15}z(1-P_{11}z) \\ 0 & 0 & (1-P_{11}z)(1-P_{14}z) \end{bmatrix}. \quad (3)$$

Використовуючи зворотне  $Z$ -перетворення для елементів у першому ряді  $\Phi(z)$ , отримуємо:

$$\Phi_{11}(\mathbf{m}) = P_{11}^{\mathbf{m}}; \quad (4)$$

$$\Phi_{12}(m) = P_{12} (P_{14}^m - P_{11}^m) / (P_{14} - P_{11}); \quad (5)$$

$$\Phi_{13}(m) = 1 - \left[ P_{12} P_{14}^m - (P_{15} - P_{13}) P_{11}^m \right] / (P_{14} - P_{11}). \quad (6)$$

Спрощення цих результатів можливо, якщо ми припустимо, що ймовірність виявленої помилки є однаковою в кожному стані. У цьому випадку ми маємо  $P_{13} = P_{15}$  і таким чином  $P_{14} = P_{11} + P_{12}$ . Використовуючи це відношення, згадані ймовірності зменшаться до:

$$\Phi_{11}(m) = P_{11}^m; \quad (7)$$

$$\Phi_{12}(m) = (P_{11} + P_{12})^m - P_{11}^m; \quad (8)$$

$$\Phi_{13}(m) = 1 - (P_{11} + P_{12})^m. \quad (9)$$

У випадку, коли помилки вузлів включені, діаграма стану переходів на рис.1 трансформується в діаграму, яка наведена на рис. 2.

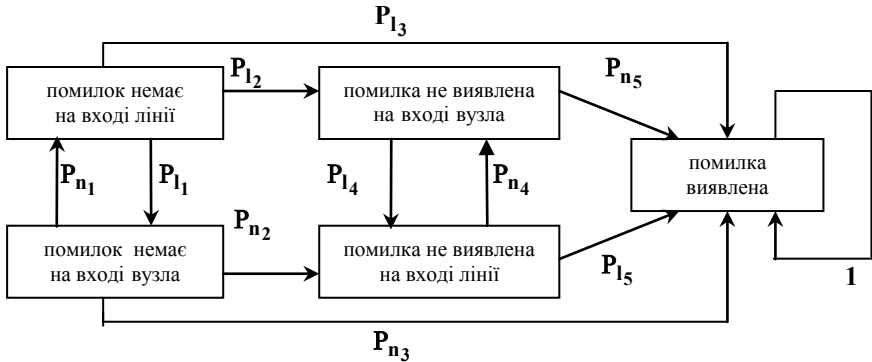


Рис. 2. Діаграма положень переходу для пакета передачі з помилками лінії і вузла

Ми знову допускаємо, що усі лінії та вузли, через які проходить пакет, мають відповідно однакові характеристики помилки.

Матриця ймовірностей переходів

$$P' = \begin{bmatrix} 0 & P_{11} & P_{12} & 0 & P_{13} \\ P_{n1} & 0 & 0 & P_{n2} & P_{n3} \\ 0 & 0 & 0 & P_{n4} & P_{n5} \\ 0 & 0 & P_{14} & 0 & P_{15} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (10)$$

Спрощуючи наступний опис, ми приймаємо:

$$a = P_{11} P_{n1}; \quad b = P_{14} P_{n4}; \quad \Delta = (1 - z) (1 - az^2) (1 - bz^2).$$

Нехай  $k$  – загальна кількість ліній і вузлів, через які проходить пакет, і  $\Phi'(z)$  буде  $z$ -перетворення  $k$ -кроків матриці ймовірностей переходів,  $\Phi'(k) = (P')^k$ . Тоді елементами першого ряду  $z$ -перетворення  $\Phi'(z)$  є:

$$\Phi'_{11}(z) = (1 - z)(1 - bz^2) / \Delta; \quad (11)$$

$$\Phi'_{12}(z) = P_{11}z(1 - z)(1 - bz^2) / \Delta; \quad (12)$$

$$\Phi'_{13}(z) = (1 - z)(P_{11} + P_{n_2} * P_{14} * z^3) / \Delta; \quad (13)$$

$$\Phi'_{14}(z) = (1 - z)(P_{11}P_{n_2}z^2 + P_{12}P_{n_4}z^2) / \Delta; \quad (14)$$

$$\Phi'_{15}(z) = [Az + Bz^2 + Cz^3 + Dz^4] / \Delta; \quad (15)$$

де  $A = P_{I_3}$ ;  $B = P_{I_2}P_{n_5} + P_{I_1}P_{n_3}$ ;  $C = P_{I_1}P_{n_2}P_{I_5} + P_{I_2}P_{n_4}P_{I_5} - P_{I_3}P_{I_4}P_{n_4}$ ;  $D = P_{I_1}P_{I_4}(P_{n_2}P_{n_5} - P_{n_3}P_{n_4})$ .

Узявши зворотнє  $z$ -перетворення від (11 – 15), ми маємо:

$$\Phi'_{11}(k) = \begin{cases} a^{k/2}, & k = 0, 2, 4, \dots; \\ 0, & k = 1, 3, 5, \dots; \end{cases} \quad \Phi'_{12}(k) = \begin{cases} 0, & k = 0, 2, 4, \dots; \\ P_{11}a^{(k-1)/2}, & k = 1, 3, 5, \dots; \end{cases}$$

$$\Phi'_{13}(k) = \begin{cases} 0, & k = 0, 2, 4, \dots; \\ P_{12}, & k = 1; \\ \frac{P_{12} \left( b^{0.5(k+1)} - a^{0.5(k+1)} \right) + P_{11}P_{n_2}P_{14} \left( b^{0.5(k-1)} - a^{0.5(k-1)} \right)}{(b-a)}, & k = 3, 5, 7, \dots; \end{cases}$$

$$\Phi'_{14}(k) = \begin{cases} (P_{11}P_{n_2} + P_{12}P_{n_4}) \left( b^{k/2} - a^{k/2} \right) / (b-a), & k = 0, 2, 4, \dots; \\ 0, & k = 1, 3, 5, \dots; \end{cases}$$

$$\Phi'_{15}(k) = \begin{cases} 0, & k = 0; \\ A, & k = 1; \\ A + B, & k = 2; \\ A(1 + a + b) + B + C, & k = 3; \\ (A + B)H(k - 2) + (C + D)H(k - 4), & k = 4, 6, 8, \dots; \\ AH(k - 1) + (B + C)H(k - 3) + DH(k - 5), & k = 5, 7, 9, \dots, \end{cases}$$

де  $H(j) = E + Fa^{j/2} - Gb^{j/2}$ ;  $E = 1 / [(1 - a)(1 - b)]$ ;  $F = a^2 / [(1 - a)(b - a)]$ ;  $G = b^2 / [(1 - b)(b - a)]$ .

При визначенні ІННП доцільно використовувати ряд спрощених припущень. По-перше, ми припускаємо, що ймовірність виявлення помилки залишається незмінною, навіть якщо пакет був перекручений, але це не було виявлено в попередній передачі. Відповідно  $P_{14} = P_{11} + P_{12}$ ;  $P_{n_4} = P_{n_1} + P_{n_2}$ .

По-друге, у більшості комп'ютерних мереж загальна кількість ліній і вузлів, через які проходить пакет, звичайно зберігається мінімально можливою, щоб уникнути зайвої наскрізної затримки. Наприклад, типовим є значення  $k \leq 10$ . По-третє, в добре спроектованих системах зв'язку ймовірність безпомилкової передачі звичайно дуже висока. З використанням підходящого коду, що виявляє помилки, ймовірність невиявлення помилки можливо звести до мінімуму.

Таким чином, ми маємо для ліній  $P_{11} \gg P_{13} \gg P_{12}$ , і для вузлів  $P_{n1} \gg P_{n3} \gg P_{n2}$ . Тоді, за умови, що  $P_{11}, P_{n1}$  мають на три порядки значення більше, чим  $P_{12}, P_{n2}$ , відповідно можна записати:

$$(P_{11} + P_{12})^h \approx P_{11}^h + hP_{11}^{h-1}P_{12}; \quad (P_{n1} + P_{n2})^h \approx P_{n1}^h + hP_{n1}^{h-1}P_{n2}.$$

Це погано для  $b-a \approx P_{11}P_{n2} + P_{12}P_{n1}$ ;  $b^h - a^h \approx h(P_{11}P_{n1})^{h-1}(P_{11}P_{n2} + P_{12}P_{n1})$ .

Після того, як пакет пройшов послідовно  $m$  ліній і  $(m - 1)$  вузлів, тобто після  $k = 2m - 1$  трактів, ІННП визначається значенням  $\Phi'_{13}(k)$ .

Використовуючи названі вище прості відношення та поклавши

$$P_{11}P_{n2}P_{14} \approx P_{12}^2 P_{n2} = (P_{11}P_{n1})(P_{11}/P_{n1})P_{n2}$$

ми одержимо

$$\Phi'_{13}(2m-1) \approx (P_{11}P_{n1})^{m-1} [mP_{12} + (P_{11}/P_{n2})(m-1)P_{n2}]. \quad (16)$$

Якщо обидва  $(P_{11}P_{n1})^{m-1}$  та  $(P_{11}/P_{n1})$  дуже близькі до 1, як у випадку для систем з низькою ймовірністю помилки, вираз (16) при визначенні ІННП може бути апроксимований сумою ймовірностей ліній та вузлів, які складають шлях, при умовах їх незалежності.

Результати розрахунків, які виконані для  $m = 10$ , показують, що значення ІННП, для систем з низькою ймовірністю помилки, погіршуються на порядок в порівнянні з ймовірністю помилки для одного каналу.

## ЛІТЕРАТУРА

1. *Сети ЭВМ. / Под ред. В.М. Глушкова. – М.: Связь, 1977. – 280 с.*
2. *Фор Р., Кофман А., Папен М. Современная математика. М.: Наука, 1966. – 260 с.*
3. *Мизин И.А., Богатырёв В.А., Кулешов А.П. Сети коммутации пакетов. – М.: Радио и связь, 1986. – 408 с.*

Надійшла 2.07.2002

**ГОРБАЧОВ Віктор Васильович**, канд. техн. наук, ст. наук. співробітник, провідний наук. співробітник наукового центру при ХВУ. В 1956 році закінчив військову академію зв'язку. Область наукових інтересів – системи та мережі передачі даних.

**РОДІОНОВ Сергій Вікторович**, канд. техн. наук, ст. викладач кафедри ХВУ. В 1988 році закінчив Харківське ВВКУ. Область наукових інтересів – системи управління та зв'язку, захист інформації в обчислювальних мережах.

**БУХАНЦОВ Андрій Дмитрович**, канд. техн. наук, заступник начальника НДВ науково-

*го центру при ХВУ. У 1986 році закінчив Харківське ВВКІУ. Область наукових інтересів – обробка інформації, перешкодостійке кодування.*