УДК 538.566

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА УСКОРЕНИЯ ТЕЛ С УЧЕТОМ ИЗМЕНЕНИЯ ВНУТРЕННЕЙ ЭНЕРГИИ

д.т.н., проф. В.И. Замятин, к.т.н. Ю.А. Гусак,
к.т.н. О.А. Окунев, к.т.н. И.В. Норинчак

Рассматривается процесс ускорения тела с учетом изменения внутренней энергии. Вводится понятие электродинамического тела. Для математического описания процесса ускорения электродинамического тела используется метод теории цепей с сосредоточенными параметрами. Показано, что процессы, протекающие в ускорителе и электродинамическом теле можно описать системой нелинейных дифференциальных уравнений Дуффинга.

Возможность индукционного ускорения проводящих тел в магнитном поле рассматривалась в целом ряде работ, например, [1, 2]. В большинстве их авторы анализируют процесс ускорения на основе модели индукционного взаимодействия колец, а ускоряемое тело описывают «моделью пули», предполагая тем самым, что ускоряемое тело не обладает внутренней энергией. Представляет интерес рассмотрение процесса индукционного ускорения проводящего тела, обладающего внутренней энергией [3].

Эффективность ускорения проводящих тел зависит от многих параметров ускоряющей системы, и учесть все реальные процессы, происходящие при ускорении, не представляется возможным. Однако качественные соображения показывают, что основной величиной, определяющей эффективность ускорения, является сила тока, протекающая в ускоряемом теле.

До настоящего времени отсутствуют работы, в которых описывалось бы изменение внутренней энергии ускоряемого тела. Пренебрежение внутренней энергией сопровождается получением завышенных численных значений коэффициента преобразования энергии накопителя в кинетическую энергию ускоряемого тела.

Целью статьи является математическое описание процесса индукционного ускорения проводящего тела, обладающего внутренней энергией.

В электродинамических ускорителях при разряде накопителя через неподвижную катушку (индуктор) возбуждается импульсное магнитное поле, которое индуцирует во второй подвижной катушке ток. Взаимодействие импульсного магнитного поля индуктора с током, индуцированным в подвижной катушке, создает ускоряющую силу. Обычно предполагают, что подвижная катушка не обладает свойством изменять свою внутреннюю энергию.

Будем рассматривать подвижную катушку, которая имеет генератор синусоидальных сигналов и способна накапливать электромагнитную энергию. Назовем такую катушку электродинамическим телом [4]. Для математического описания процесса индукционного ускорения электродинамического тела воспользуемся методом теории цепей с сосредоточенными параметрами.

Представим процесс индукционного взаимодействия индуктора и электродинамического тела в виде индуктивно связанных контуров, каждый из которых содержит сопротивление, индуктивность, емкость и источник э.д.с. Схема замещения такой модели представлена на рис. 1. На первый взгляд это обычная схема индуктивно связанных контуров, но ее особенностью является то, что каждый из контуров содержит свой источник э.д.с с независимой начальной фазой, амплитудой и частотой. Этот случай в литературе практически не рассматривается, так как обычно предполагается, что вся энергия переходит в тепловые потери. Однако при ускорении электродинамических тел такое представление существенно, поскольку позволяет описать процесс перехода энергии источников э.д.с. в кинетическую энергию.

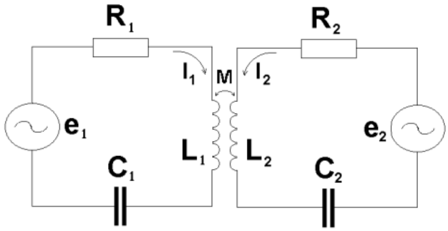

Рис. 1. Схема замещения индукционного ускорения

В соответствии с этой схемой запишем систему дифференциальных уравнений для токов в контурах индуктора и электродинамического тела [4]:

$$\mathbf{i_1 R_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} + \frac{1}{C_1}\int_0^t i_1 dt + \frac{d}{dt}(M i_2) = e_1} \; ; \tag{1}$$

$$\mathbf{i_2 R_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} + \frac{1}{C_2}\int_0^t i_2 dt + \frac{d}{dt}(M i_1) = e_2} \; . \tag{2}$$

Ускорение электродинамического тела описывается уравнением движения

$$\mathbf{\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{1}{m} i_1 i_2 \frac{dM}{dx}} \; , \tag{3}$$

а индуктивная связь между индуктором и электродинамическим телом – уравнением взаимной индукции [5]:

$$\mathbf{\frac{dM}{dx} = \frac{\sqrt{L_1 L_2}}{2R\left(\ln\frac{8R}{x} - a\right)} \cdot \left[\left(\frac{3}{4}\cdot\frac{x}{R} - \frac{15}{128}\cdot\frac{x^3}{R^3} + \frac{105}{4096}\cdot\frac{x^5}{R^5}\right)\cdot \ln\frac{8R}{x} - \right.}$$
$$\mathbf{\left. - \frac{2R}{x} - \frac{5}{8}\cdot\frac{x}{R} + \frac{77}{512}\cdot\frac{x^3}{R^3} - \frac{141}{4096}\cdot\frac{x^5}{R^5}\right].} \tag{4}$$

В уравнениях (1) – (4) $\mathbf{i_1}$, $\mathbf{L_1}$, $\mathbf{C_1}$ и $\mathbf{R_1}$ – ток, индуктивность, емкость и активное сопротивление в цепи индуктора; $\mathbf{i_2}$, $\mathbf{L_2}$, $\mathbf{C_2}$ и $\mathbf{R_2}$ –

ток, индуктивность, емкость и активное сопротивление в цепи электродинамического тела; $\mathbf{M}$ – взаимная индуктивность контуров; $\mathbf{x}$ – координата электродинамического тела; $\mathbf{t}$ – время.

Индуктивность контуров определим исходя из выражения [4]:

$$\mathbf{L} = \mu_0 \frac{\mathbf{w}}{l} \frac{\pi \mathbf{D}_1^2}{4}, \tag{5}$$

где μ_0 – относительная магнитная проницаемость; $\mathbf{w}$ – количество витков; $\mathbf{D_1}$ – диаметр; l – длина индуктора.

Пусть $\mathbf{e_1 = E_{m1} \sin(\omega_1 t + \varphi_1)}$ и $\mathbf{e_2 = E_{m2} \sin(\omega_2 t + \varphi_2)}$. Продифференцировав по $\mathbf{t}$ уравнения (1) и (2) получим систему уравнений:

$$\mathbf{L_1 \frac{d^2 i_1}{dt^2} + R_1 \frac{di_1}{dt} + \frac{1}{C_1} i_1 = \omega_1 E_{m1} \cos(\omega_1 t + \varphi_1) - M \frac{di_2}{dt}}; \tag{6}$$

$$\mathbf{L_2 \frac{d^2 i_2}{dt^2} + R_2 \frac{di_2}{dt} + \frac{1}{C_2} i_2 = \omega_1 E_{m2} \cos(\omega_2 t + \varphi_2) - M \frac{di_1}{dt}}, \tag{7}$$

которые представляют собой нелинейные дифференциальные уравнения второго порядка для токов в контурах с нелинейной возбуждающей силой.

Введем обозначения: $\mathbf{q_{1,2} = \frac{R_{1,2}}{L_{1,2}}}$ – коэффициенты затухания в цепях контуров; $\mathbf{\omega_{01,2}^2 = \frac{1}{\sqrt{L_{1,2} C_{1,2}}}}$ – собственные частоты контуров; $\mathbf{B_{1,2} = \omega_{1,2} \frac{E_{m1,2}}{L_{1,2}}}$ – приведенная амплитуда возбуждающей силы в контурах; $\mathbf{P_{1,2} = \frac{M}{L_{1,2}}}$ – приведенная взаимоиндукция контуров; индекс «1» соответствует контуру индуктора, а индекс «2» – контуру электродинамического тела.

Тогда систему уравнений (1) – (4) можно представить в виде:

$$\mathbf{\frac{d^2 x}{dt^2} = -\frac{1}{m} i_1 i_2 \frac{dM}{dx}}; \tag{8}$$

$$\begin{gathered}\mathbf{\frac{dM}{dx} = \frac{\sqrt{L_1 L_2}}{2R\left(\ln\frac{8R}{x} - a\right)} \cdot \left[\left(\frac{3}{4} \cdot \frac{x}{R} - \frac{15}{128} \cdot \frac{x^3}{R^3} + \frac{105}{4096} \cdot \frac{x^5}{R^5}\right) \cdot \ln\frac{8R}{x} -\right.} \\ \mathbf{\left. - \frac{2R}{x} - \frac{5}{8} \cdot \frac{x}{R} + \frac{77}{512} \cdot \frac{x^3}{R^3} - \frac{141}{4096} \cdot \frac{x^5}{R^5}\right]};\end{gathered} \tag{9}$$

$$\frac{d^2 i_1}{dt^2} + q_1 \frac{di_1}{dt} + \omega_{o1}^2 i_1 = B_1 \cos(\omega_1 t + \varphi_1) - P_1 \frac{di_2}{dt}\,; \tag{10}$$

$$\frac{d^2 i_2}{dt^2} + q_2 \frac{di_2}{dt} + \omega_{02}^2 i_2 = B_2 \cos(\omega_2 t + \varphi_2) - P_2 \frac{di_1}{dt}\,. \tag{11}$$

Система уравнений (8) – (11) представляет собой математическую модель процесса индукционного ускорения электродинамического тела, причем уравнения (10) и (11) представляют собой уравнения Дуффинга [6].

Решение системы уравнений (8) – (11) представляет собой чрезвычайно сложную задачу. Для того, чтобы понять особенности ускорения электродинамических тел, необходимо провести численное интегрирование системы уравнений (8) – (11). Результаты расчетов будут представлены в последующих статьях.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Колесников П.М. Электродинамическое ускорение плазмы. – М.: Атомиздат, 1971. – 390 с.*
2. *Бондалетов В.Н. Индукционное ускорение проводников // Журнал технической физики. – 1967. – Т. 37. – С. 280 - 287.*
3. *Шостко С.Н., Соловей В.В., Бастеев А.В. и др. Гиперзвуковое метание тел на основе легкогазового и электродинамического принципов ускорения // Наука и оборона. – 1994. – Вып. 3 – С. 58 – 65.*
4. *Кугушев А.М., Голубева Н.С. Основы радиоэлектроники. Линейные электромагнитные процессы. – М.: Энергия, 1969. – 880 с.*
5. *Мороз Е.М., Шпигель И.С. Расчет электродинамического выталкивания недеформированного плазменного кольца из магнитного «зеркала» // Журнал технической физики. – 1961. – Т. 31. – С. 78 – 83.*
6. *Нелинейные электромагнитные волны: Пер. с англ. / Под ред. П. Усленги. – М.: Мир, 1983. – 312 с.*

Поступила 23.05.2002

***ЗАМЯТИН Вадим Иванович**, доктор техн. наук, профессор, профессор кафедры ХВУ. Область научных интересов – электродинамика, теория и техника антенн.*

***ГУСАК Юрий Аркадьевич**, канд. техн. наук, нач. НИЛ ХВУ. Окончил адъюнктуру ХВУ в 1996 году. Область научных интересов – электродинамика, теория и техника антенн.*

***ОКУНЕВ Олег Александрович**, канд. техн. наук, ст. преподаватель кафедры ХВУ. Окончил адъюнктуру ХВУ в 1995 году. Область научных интересов – теория распространения радиоволн.*

***НОРИНЧАК Игорь Васильевич**, канд. техн. наук. Окончил ХВУ в 1995 году. Область научных интересов – электродинамика, теория и техника антенн.*