УДК 681.3

ОТНОШЕНИЯ ЭКВИВАЛЕНТНОСТИ НА МНОЖЕСТВЕ ДИАГНОСТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ОБЪЕКТОВ КОНТРОЛЯ

А.В. Чечуй, В.Н.Торчило, к.т.н. А.П. Собчак
(представил д.т.н., проф. В.Я. Жихарев)

Предлагаются необходимые для унификации и типизации отношения эквивалентности на множестве диагностических моделей при разработке алгоритмов и технических средств контроля.

Одним из перспективных направлений является унификация алгоритмических, программных и аппаратных средств, т.е. создание универсальных в заданном классе средств, реализующих при соответственном преобразовании заданное множество типовых решений.

В основе унификации и типизации объектов лежит понятие эквивалентности [1]. В общем случае эквивалентность – бинарное отношение на множестве, обладающее свойствами рефлексивности, симметричности и транзитивности. Если $\boldsymbol{\varphi}$**:** $\mathbf{A} \rightarrow \mathbf{B}$ – отображение множеств, то отношение, состоящее из всех пар $(\mathbf{a_1}, \mathbf{a_2})$, для которых $\boldsymbol{\varphi}(\mathbf{a_1}) = \boldsymbol{\varphi}(\mathbf{a_2})$, является эквивалентностью на множестве **A**. Для произвольного $\mathbf{x_0} \in \mathbf{X}$ множество $\mathbf{U} \subseteq \mathbf{X}$, состоящее из всех элементов **x**, эквивалентных $\mathbf{x_0}$ по данной эквивалентности, называется классом эквивалентности элемента $\mathbf{x_0}$. Любые два класса одной эквивалентности либо не пересекаются, либо совпадают, т.е. любая эквивалентность определяет разбиение множества. И наоборот, любое разбиение множества на непересекающиеся классы порождает эквивалентность.

Рассмотрим свойства диагностических моделей и способы их классификации. Диагностические модели (ДМ) – это модели объектов и процессов диагностирования, т.е. их формализованные описания, которые являются начальными для определения и реализации алгоритмов диагностирования. ДМ следует рассматривать как совокупность методов построения математической модели, которая предопределяет, в свою очередь, методику формирования способов и алгоритмов определения технического состояния объекта.

Наиболее распространенной является табличная форма ДМ. Обозначим множество технических состояний объекта контроля символом **A**. Пусть $\mathbf{a_0}$ обозначает работоспособное состояние, а $\mathbf{a_i}$ – его **i**-е неработоспособное состояние, $\mathbf{i = 1...k}$, где **k** – общее число отказов, определенных для распознавания в процессе диагностирования.

Каждому **i**-му неработоспособному состоянию ставится в соответствие отказ $\mathbf{a_i}$ из множества **A** и наоборот.

Табличная форма ДМ (табл. 1) представляет собой прямоугольную таблицу, в строках которой отмечены соответствующие допустимые элементарные проверки, т.е. признаки $\mathbf{g_i}$ в контрольных точках объекта, а в столбцах – технические состояния $\mathbf{a_i}$ объекта в множестве **A**.

В клетке таблицы, расположенной на пересечении строки $\mathbf{g_i}$ и столбца $\mathbf{a_i}$, проставляются результаты элементарной проверки $\mathbf{g_i}$ объекта, который находится в состоянии $\mathbf{a_j}$. Если при проверке признака $\mathbf{g_i}$ последний – в допуске для объекта, который находится в состоянии $\mathbf{a_i}$, то результату проверки присваивается $\mathbf{b_{ij} = 0}$. Если признак $\mathbf{g_i}$ находится не в допуске, то $\mathbf{b_{ij} = 1}$.

Таблица 1

Табличная форма диагностической модели

G/A	a_0	a_1	a_2	…	a_k
g_1	0	b_{11}	b_{12}	…	b_{1k}
g_2	0	b_{21}	b_{22}	…	b_{2k}
…	…	…	…	…	…
g_n	0	b_{n1}	b_{n2}	…	b_{nk}

В табл. 1 в столбце $\mathbf{a_0}$ проставлены все результаты проверок, равные 0, потому что этот столбец соответствует работоспособному состоянию объекта.

На множестве ДМ могут быть введены следующие преобразования:

– перестановка строк ДМ (Н преобразование);
– перестановка столбцов ДМ (Т преобразование);
– перестановка строк и столбцов (НТ преобразование).

Исправное состояние ($\mathbf{a_0}$) входит во все ДМ, поэтому при классификации ДМ будет его опускать и рассматривать только множество неисправных состояний, так как именно они влияют на разбиение ДМ на классы эквивалентности.

Для упрощения записи преобразований будем полагать, что нумерация проверок и состояний в исходной ДМ соответствует упорядоченному множеству натуральных чисел $\mathbf{Z = \{1, 2, 3, 4, \ldots, h\}}$. Тогда произвольное преобразование φ, состоящее в перестановке элементов множества **Z**, можно записать в виде

$$\varphi = (y_1, y_2, \ldots, y_h),$$

где $\mathbf{y_i \in Z \quad y_i \neq y_j;\ i = 1, \ldots, h;\ j = 1, \ldots, h}$.

Применение преобразования φ к ДМ **M** будем обозначать $\varphi(\mathbf{M})$.

В зависимости от вида преобразований множество ДМ разбивается на соответствующие классы эквивалентности.

Определение 1. Две ДМ **M1** и **M2** Н-эквивалентны, если **H(M1) = M2**.

Например, ДМ **M1** (табл. 2) Н-эквивалентна ДМ **M2** (табл. 3), т.к. с помощью преобразования **H = (3, 4, 2, 1, 5)** переходит в ДМ **M2**.

Определение 2. Две ДМ **M1** и **M2** Т-эквивалентны, если **T(M1) = M2**.

Например, ДМ **M1** (табл. 2) Т-эквивалентна ДМ **M2** (табл. 4), так как с помощью преобразования **T = (3, 5, 6, 1, 4, 2, 7)** переходит в ДМ **M2**.

Определение 3. Две ДМ **M1** и **M2** НТ-эквивалентны, если они Н- и Т-эквивалентны. НТ-преобразование представляет собой произведение Н- и Т-преобразований, т.е.

$$\mathbf{H(T(M)) = T(H(M))}.$$

Для определенности НТ-преобразование будем записывать в виде **HT = (H/T)**. Например, ДМ **M1** (табл. 2) НТ-эквивалентна ДМ **M2** (табл. 5), так как с помощью преобразования **HT = (2, 5, 1, 3, 4/2, 5, 7, 6, 1, 3, 4)** переходит в ДМ **M2**.

Таблица 2

Диагностическая модель M1

G/A	a1	a2	a3	a4	a5	a6	a7
g1	1	0	0	0	1	1	1
g2	0	1	0	1	0	1	1
g3	1	0	1	1	0	1	0
g4	0	1	1	0	0	0	1
g5	0	1	0	0	1	0	0

Таблица 3

Диагностическая модель M2

G/A	a1	a2	a3	a4	a5	a6	a7
g1	1	0	1	1	0	1	0
g2	0	1	1	0	0	0	1
g3	0	1	0	1	0	1	1
g4	1	0	0	0	1	1	1
g5	0	1	0	0	1	0	0

Таблица 4

Диагностическая модель M3

G/A	a1	a2	a3	a4	a5	a6	a7
g1	0	1	1	1	0	0	1
g2	0	0	1	0	1	1	1
g3	1	0	1	1	1	0	0
g4	1	0	0	0	0	1	1
g5	0	1	0	0	0	1	0

Таблица 5

Диагностическая модель M4

G/A	a1	a2	a3	a4	a5	a6	a7
g1	1	0	1	1	0	0	1
g2	1	1	0	0	0	0	0
g3	0	1	1	1	1	0	0
g4	0	0	0	1	1	1	1
g5	1	0	1	0	0	1	0

Среди рассмотренного множества преобразований наиболее эффективной является группа НТ преобразований, так как при этом множество ДМ разбивается на более крупные классы эквивалентности. В дальнейшем будем рассматривать эту группу преобразований.

Основная цель классификации – найти такое разбиение на классы, при котором, с одной стороны, эквивалентные преобразования были бы легко осуществимы, а с другой – количество вариантов было бы не очень велико.

В результате классификации множество ДМ распадается на попарно-непересекающиеся классы – множества однотипных ДМ. Каждую ДМ данного класса можно выбрать в качестве представителя этого класса. ДМ, принадлежащие одному классу, имеют одинаковые свойства. Поэтому для каждого класса достаточно определить только один план эксперимента (типовой представитель). Получение любой ДМ, принадлежащей классу, при этом осуществляется путем заданных преобразований.

Например, минимальный диагностический тест для ДМ **M1** (табл. 2), построенный с помощью метода Чегиса-Яблонского имеет вид **D1 = {g1, g2, g3}**, а для ДМ **M4** (табл. 5) **D4 = {g1, g3, g4}**. Рассматриваемые ДМ НТ эквивалентны и им соответствуют диагностические тесты одинаковой длины, отличающиеся только нумерацией проверок, т.е. также эквивалентные относительно группы Н преобразований. Следовательно, при решении многих задач (например, разработка методов построения диагностических тестов и анализ их эффективности) отпадает необходимость рассматривать все множество ДМ, а достаточно рассмотреть множество типовых ДМ. С ростом числа проверок и числа состояний объекта количество вариантов ДМ резко возрастает и эффективность метода типовых представителей увеличивается.

Как отмечалось выше, в качестве типового может быть выбран любой представитель класса эквивалентности, но для однозначного его описания предлагается выбирать минимального типового представителя класса. Пусть ДМ задана в виде матрицы **M** следующего вида:

$$\mathbf{M} = \begin{Vmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1k} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{n1} & b_{n2} & \dots & b_{nk} \end{Vmatrix}.$$

Определение 4. Характеристическим числом ДМ называется двоичное число **L**, составленное из строк матрицы **M** следующим образом:

$$\mathbf{L} = b_{11}b_{12}\dots b_{1k}\ b_{21}\ b_{22}\dots b_{2k}\ \dots b_{n1}\ b_{n2}\dots b_{nk}.$$

Каждой ДМ, принадлежащей одному классу, соответствует определенное число **L**.

Определение 5. Минимальным типовым представителем класса эквивалентности называется представитель, имеющий наименьшее в лексикографическом смысле характеристическое число (обозначается **U**).

Пример 1. Построить множество характеристических чисел для ДМ, принадлежащих классу эквивалентности, один из элементов которого ДМ вида:

G/A	a1	a2	a3
g1	1	1	0
g2	0	1	1
g3	0	0	1

и определить минимальный представитель этого класса эквивалентности.

Таблица 6

Характеристические числа при НТ преобразованиях ДМ

Н/Т	123	213	231	321	312	132
123	110011001	110101001	101110010	011110100	011101100	101011010
213	011110001	101110001	110101010	110011100	101011100	011101010
231	011001110	101001110	110010101	110100011	101100011	011010101
321	001011110	001101110	010110101	100110011	100101011	010011101
312	001110011	001110101	010101110	100011110	100011101	010101011
132	110001011	110001101	101010110	011100110	011100101	101010011

В табл. 6 приведены все НТ преобразования для заданной матрицы и характеристические числа для каждого представителя класса. Минимальный типовой представитель имеет вид: **U** = 001011110 и ему соответствует ДМ вида:

G/A	a1	a2	a3
G1	0	0	1
G2	0	1	1
G3	1	1	0

Таким образом, предложенные отношения эквивалентности на множестве диагностических моделей являются необходимыми для унификации и типизации при разработке алгоритмов и технических средств контроля, диагностирования и прогнозирования технического состояния объектов.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Жихарев В.Я., Илюшко В.М., Чумаченко И.В. Математические основы проектирования рекурсивных автоматов с программируемой логикой: Монография. – Х.: Факт, 1999. – 144 с.*

Поступила 30.07.2002

ЧЕЧУЙ Александр Викторович*, адъюнкт Харьковского института ВВС, который окончил в 1995 году. Область научных интересов – информационные технологии.*

ТОРЧИЛО Владимир Никитович*, соискатель Национального аэрокосмического университета "ХАИ". Область научных интересов – информационные технологии.*

СОБЧАК Андрей Павлович*, канд. техн. наук, доцент Национального аэрокосмического университета "ХАИ", который окончил в 1997 году. Область научных интересов – информаци-*

онные технологии.