УДК 621.396.962:629.7

МЕТОДИКА ОЦЕНКИ СОСТАВЛЯЮЩИХ ОШИБОК ИЗМЕРЕНИЙ ЗА СЧЕТ ПОГРЕШНОСТЕЙ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОРБИТЫ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА

д.т.н., проф. Д.В. Голкин, к.т.н. О.С. Бутенко, к.т.н. С.М. Андреев,
к.т.н. К.Ф. Фомичёв

В работе рассматривается методика оценки составляющих ошибок измерений за счет погрешностей определения орбиты космического аппарата с помощью однобазового разностно-дальномерного измерительного комплекса.

При неточном знании положения космического аппарата (КА) на орбите и вектора его скорости возникают дополнительные ошибки в измерении координат вектора скорости наземных целей. Это ошибка в измерении дальности между КА и целью ($\mathbf{\Delta R}$), ошибка в измерении азимута цели относительно КА ($\mathbf{\Delta\alpha}$), ошибка в измерении радиальной составляющей скорости цели ($\mathbf{\Delta V_x}$) и ошибка в измерении трансверсальной скорости цели ($\mathbf{\Delta V_y}$). В данной статье предлагается рассмотреть методику расчета ошибок измерения указанных параметров, а также точность определения орбиты КА с помощью разностно-дальномерного метода с учетом неточного знания орбиты КА.

Для определения орбит КА в качестве измеряемых параметров используются, как правило, их координаты (дальность, угловые координаты и их производные) относительно наземного измерительного пункта. С помощью существующих наземных измерительных станций измеряется радиальная составляющая скорости КА, и по результатам многократных измерений вычисляются параметры орбиты. Однако для работы в нештатных ситуациях действующие в настоящий момент станции не приспособлены. Кроме этого, в боевых условиях эти станции могут быть легко выведены из строя огневыми и радиоэлектронными средствами поражения противника. Такая тенденция противодействия космическим системам во время ведения боевых действий в настоящее время берется на вооружение многими странами мира.

Одним из путей повышения живучести наземных измерительных средств является создание дублирующих средств измерения элементов орбит КА. Таким средством могут быть пассивные радиотехнические комплексы.

Особый научный и практический интерес для решения задачи определения орбит по измерениям разности дальностей в разнесенном наземном комплексе представляет случай однобазового разностно-дальномерного измерительного комплекса, когда по единичным измерениям нельзя получить пространственные координаты КА. В этом случае для определения орбиты КА необходимо иметь выборку измерений разности дальностей в различные моменты времени.

Потенциальная точность определения элементов орбит оценивается по выборке измерений разности дальностей. Считается, что разность дальностей до КА измеряется относительно двух наземных пунктов с географическими координатами (λ_1, φ_1), (λ_2, φ_2). Выборка независимых измерений разности дальностей представляется в виде вектор-столбца

$$\|\Delta\mathbf{R}(\mathbf{T})\| = \|\mathbf{R}_1(\mathbf{P}, \lambda_1, \varphi_1, \mathbf{T})\| - \|\mathbf{R}_2(\mathbf{P}, \lambda_2, \varphi_2, \mathbf{T})\|, \qquad (1)$$

где $\|\mathbf{R}_1(\mathbf{P}, \lambda_1, \varphi_1, \mathbf{T})\|, \|\mathbf{R}_2(\mathbf{P}, \lambda_2, \varphi_2, \mathbf{T})\|$ – вектор-столбцы дальности КА до первого и второго измерительного пункта соответственно; $\|\mathbf{T}\|$ – вектор моментов измерений разности дальностей; $\|\mathbf{P}\|$ – вектор элементов орбиты КА.

Для дальнейшего расчета вводится ряд ограничений, принимаемых обычно при определении орбит КА. Одним из них является наличие достаточно точных начальных условий или априорных сведений о значениях элементов орбиты КА. При соблюдении указанных условий можно в окрестности начальных значений разности дальностей $\Delta\mathbf{R}_0(\mathbf{T})$ и элементов орбиты $\mathbf{P}_0$ разложить левую и правую части (1) в линейные ряды, а затем относительно корреляционных матриц ошибок измерений получить выражение

$$\|\mathbf{K}_\mathbf{r}\| = \|\mathbf{A}\| \cdot \|\mathbf{K}_\mathbf{p}\| \cdot \|\mathbf{A}\|^\mathbf{T}, \qquad (2)$$

где $\|\mathbf{K}_\mathbf{r}\|$ – корреляционная матрица ($\mathbf{N}\times\mathbf{N}$) ошибок измерений разности дальностей в однобазовом измерительном комплексе; $\|\mathbf{A}\|$ – матрица ($\mathbf{N}\times\mathbf{P}$) частных производных от правой части (1) по элементам орбиты КА; $\|\mathbf{A}\|^\mathbf{T}$ – транспонированная матрица $\mathbf{A}$; $\|\mathbf{K}_\mathbf{p}\|$ – искомая матрица ($\mathbf{P}\times\mathbf{P}$) ошибок определения элементов орбиты КА; $\mathbf{N}$ – число независимых измерений разности дальностей (размерность выборки $\Delta\mathbf{R}(\mathbf{T})$).

В результате проведения ряда математических преобразований получается аналитическое выражение для вычисления искомой матрицы $\|\mathbf{K}_\mathbf{p}\|$:

$$\|\mathbf{K}_\mathbf{p}\| = \sigma_\mathbf{r}^2 \cdot \|\mathbf{A}^\mathbf{T} \cdot \mathbf{A}\|^{-1}. \qquad (3)$$

В случае неравноточных и зависимых измерений

$$\|\mathbf{K}_\mathbf{p}\| = \|\mathbf{A}^\mathbf{T} \cdot \mathbf{A}\|^{-1} \cdot \|\mathbf{A}\|^\mathbf{T} \cdot \|\mathbf{K}_\mathbf{r}\| \cdot \|\mathbf{A}\| \cdot \|\mathbf{A}^\mathbf{T} \cdot \mathbf{A}\|^{-1}. \qquad (4)$$

Значения корреляционных матриц ошибок определения орбиты КА, полученных по данной формуле, учтем при оценке составляющих ошибок измерения координат и вектора скорости движущейся наземной цели при телескопической съемке в БК РСА.

Введем ряд обозначений для дальнейших математических выкладок: $\mathbf{R_{KA}}$ $(\mathbf{x_{KA}, y_{KA}, z_{KA}})$ – радиус-вектор КА в прямоугольной геоцентрической системе координат; $\mathbf{R_{ц}}$ $(\mathbf{x_{KA}, y_{KA}, z_{KA}})$ – радиус-вектор движущейся наземной цели; $\mathbf{R_0}$ $(\mathbf{x_{KA}, y_{KA}, z_{KA}})$ – радиус-вектор КА относительно наземной цели. Географические координаты наземной цели:

$$\mathbf{x_{ц} = R_3 \cdot \cos\varphi \cdot \cos\lambda};$$

$$\mathbf{y_{ц} = R_3 \cdot \cos\varphi \cdot \sin\lambda};\ \mathbf{z_{ц} = R_3 \cdot \sin\varphi}.$$

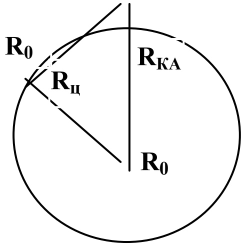

Рис. 1. Схема расположения радиус-векторов

При невозмущенном движении КА его координаты равны:

$$\mathbf{x_{KA} = (R_3 + H)\cdot(\cos\Omega\cdot\cos\nu - \sin\nu\cdot\sin\Omega\cdot\cos i)};$$
$$\mathbf{y_{KA} = (R_3 + H)\cdot(\sin\Omega\cdot\cos\nu + \cos\Omega\cdot\sin\nu\cdot\cos i)};$$
$$\mathbf{z_{KA} = (R_3 + H)\cdot(\sin\nu\cdot\sin i)},$$

где $\boldsymbol{\nu} = \sqrt{\dfrac{\boldsymbol{\mu}}{(\mathbf{R_3 + H})^3}} \times (\mathbf{t} - \boldsymbol{\tau}_{\mathbf{п}})$; $\mathbf{x_0 = x_{ц} - x_{KA}}$; $\mathbf{y_0 = y_{ц} - y_{KA}}$; $\mathbf{z_0 = z_{ц} - z_{KA}}$.

Для нахождения ошибок измерения по дальности из геометрических построений (рис. 1) необходимо найти проекцию радиус-вектора КА на направление КА – цель

$$\gamma = \vec{\mathbf{R}}_{\mathbf{KA}} \cdot \vec{\mathbf{R}}_{\mathbf{0}} / \mathbf{R_0}.$$

Отсюда ошибка измерения дальности КА – цель находится как

$$\mathbf{\Delta R} = \left\|\mathbf{M}_\gamma\right\| \cdot \left\|\mathbf{\Delta P}\right\|,$$

где $\left\|\mathbf{\Delta P}\right\| = \begin{Vmatrix} \mathbf{\Delta H} \\ \mathbf{\Delta\Omega} \\ \mathbf{\Delta i} \\ \mathbf{\Delta\tau_{п}} \end{Vmatrix}$ – вектор-столбец ошибок определения элементов орбиты КА; $\left\|\mathbf{M}_\gamma\right\| = \begin{Vmatrix} \mathbf{M}_\gamma^1 & \mathbf{M}_\gamma^2 & \mathbf{M}_\gamma^3 & \mathbf{M}_\gamma^4 \end{Vmatrix}$ – вектор-строка частных производных от составляющих γ по элементам орбиты КА;

$$\mathbf{M}_\gamma^1 = \frac{1}{\sqrt{\mathbf{x_0^2 + y_0^2 + z_0^2}}} \times \left.\frac{\partial\,(\mathbf{x_{KA}\cdot x_0 + y_{KA}\cdot y_0 + z_{KA}\cdot z_0})}{\partial\,\mathbf{H}}\right|_{\mathbf{H = H_0}};$$

$$\mathbf{M}_\gamma^2 = \frac{1}{\sqrt{\mathbf{x_0^2 + y_0^2 + z_0^2}}} \times \left.\frac{\partial\,(\mathbf{x_{KA}\cdot x_0 + y_{KA}\cdot y_0 + z_{KA}\cdot z_0})}{\partial\,\mathbf{\Omega}}\right|_{\mathbf{\Omega = \Omega_0}};$$

$$\mathbf{M}_\gamma^3 = \frac{1}{\sqrt{\mathbf{x_0^2 + y_0^2 + z_0^2}}} \times \left.\frac{\partial\,(\mathbf{x_{KA}\cdot x_0 + y_{KA}\cdot y_0 + z_{KA}\cdot z_0})}{\partial\,\mathbf{i}}\right|_{\mathbf{i = i_0}};$$

$$\mathbf{M}_\gamma^4 = \frac{1}{\sqrt{\mathbf{x_0^2 + y_0^2 + z_0^2}}} \times \left.\frac{\partial\,(\mathbf{x_{KA}\cdot x_0 + y_{KA}\cdot y_0 + z_{KA}\cdot z_0})}{\partial\,\boldsymbol{\tau}_{\mathbf{п}}}\right|_{\boldsymbol{\tau}_{\mathbf{п}} = \boldsymbol{\tau}_{\mathbf{п0}}}.$$

Для определения ошибок измерения азимута цели находится проекция радиус вектора КА на направлении его вектора скорости как

$$\frac{\vec{\mathbf{W}}}{\mathbf{W}}\vec{\mathbf{R}}_{\mathbf{KA}} = \vec{\mathbf{L}}\,.$$

При известном $\|\mathbf{L}\|$ азимут цели определяется как $\alpha = \mathbf{L} / \mathbf{R_0}$.

Таким образом, ошибка измерения азимута цели будет равна

$$\Delta\alpha = \|\mathbf{M_L}\| \cdot \|\Delta\mathbf{P}\|,$$

где $\|\mathbf{M_L}\| = \|\mathbf{M_L^1} \quad \mathbf{M_L^2} \quad \mathbf{M_L^3} \quad \mathbf{M_L^4}\|$ – вектор-строка частных производных от $\mathbf{L}$ по элементам орбиты;

$$\mathbf{M_L^1} = \frac{1}{\sqrt{x_0^2 + y_0^2 + z_0^2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \bar{z}^2}} \left.\frac{\partial\,(x_{KA} \cdot \dot{x} + y_{KA} \cdot \dot{y} + z_{KA} \cdot \dot{z})}{\partial\,H}\right|_{H = H_0};$$

$$\mathbf{M_L^2} = \frac{1}{\sqrt{x_0^2 + y_0^2 + z_0^2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \bar{z}^2}} \left.\frac{\partial(x_{KA} \cdot \dot{x} + y_{KA} \cdot \dot{y} + z_{KA} \cdot \dot{z})}{\partial\Omega}\right|_{\Omega = \Omega_0};$$

$$\mathbf{M_L^3} = \frac{1}{\sqrt{x_0^2 + y_0^2 + z_0^2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \bar{z}^2}} \left.\frac{\partial\,(x_{KA} \cdot \dot{x} + y_{KA} \cdot \dot{y} + z_{KA} \cdot \dot{z})}{\partial\,i}\right|_{i = i_0};$$

$$\mathbf{M_L^4} = \frac{1}{\sqrt{x_0^2 + y_0^2 + z_0^2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \bar{z}^2}} \left.\frac{\partial\,(x_{KA} \cdot \dot{x} + y_{KA} \cdot \dot{y} + z_{KA} \cdot \dot{z})}{\partial\,\tau_п}\right|_{\tau_п = \tau_{п0}},$$

$$\dot{x} = \sqrt{\frac{\mu}{(R_3 + H)}} \times (-\sin\nu \cdot \cos\Omega - \cos\nu \cdot \sin\Omega \cdot \cos i);$$

$$\dot{y} = \sqrt{\frac{\mu}{(R_3 + H)}} \times (-\sin\nu \cdot \sin\Omega + \cos\nu \cdot \cos\Omega \cdot \cos i);\ \dot{z} = \sqrt{\frac{\mu}{(R_3 + H)}} \times \cos\nu \cdot \sin i.$$

Для нахождения ошибки измерений радиальной составляющей скорости цели спроектируем вектор-скорости КА на направление КА – цель

$$\vec{\mathbf{W}} \cdot \frac{\vec{\mathbf{R}}_0}{\mathbf{R_0}} = \mathbf{W_r}\,.$$

Отсюда ошибка измерения радиальной составляющей скорости цели равна

$$\Delta V_x = \|\mathbf{M_{W_r}}\| \cdot \|\Delta\mathbf{P}\|,$$

где $\|\mathbf{M_{Wr}}\| = \|\mathbf{M_{Wr}^1} \quad \mathbf{M_{Wr}^2} \quad \mathbf{M_{Wr}^3} \quad \mathbf{M_{Wr}^4}\|$ – вектор-строка частных производных от составляющих $\mathbf{W_r}$ по элементам орбиты КА, в которой:

$$\mathbf{M_{Wr}^1} = \frac{1}{\sqrt{x_0^2 + y_0^2 + z_0^2}} \times \left.\frac{\partial\,(\dot{x} \cdot x_0 + \dot{y} \cdot y_0 + \dot{z} \cdot z_0)}{\partial\,H}\right|_{H = H_0};$$

$$M^2_{Wr} = \frac{1}{\sqrt{x_0^2 + y_0^2 + z_0^2}} \times \frac{\partial(\dot{x} \cdot x_0 + \dot{y} \cdot y_0 + \dot{z} \cdot z_0)}{\partial \Omega}\bigg|_{\Omega=\Omega_0};$$

$$M^3_{Wr} = \frac{1}{\sqrt{x_0^2 + y_0^2 + z_0^2}} \times \frac{\partial(\dot{x} \cdot x_0 + \dot{y} \cdot y_0 + \dot{z} \cdot z_0)}{\partial i}\bigg|_{i=i_0};$$

$$M^4_{Wr} = \frac{1}{\sqrt{x_0^2 + y_0^2 + z_0^2}} \times \frac{\partial(\dot{x} \cdot x_0 + \dot{y} \cdot y_0 + \dot{z} \cdot z_0)}{\partial \tau_п}\bigg|_{\tau_п=\tau_{п0}}.$$

Совершенно аналогично находится ошибка трансверсальной составляющей скорости цели. Для этого спроектируем истинное значение вектора скорости КА на его ожидаемое направление. Получим

$$\vec{W}_t = \vec{W}_0 \cdot \frac{\vec{W}_и}{W_и},$$

где $\vec{W}_и$ – истинное значение вектора скорости, $\vec{W}_0$ – ожидаемое значение вектора скорости. Из последнего выражения находим величину ошибки измерения трансверсальной составляющей вектора скорости как

$$\Delta V_y = \left\| M_{W_t} \right\| \cdot \left\| \Delta P \right\|,$$

где $\left\| M_{Wt} \right\| = \left\| M^1_{Wt} \quad M^2_{Wt} \quad M^3_{Wt} \quad M^4_{Wt} \right\|$ – вектор-строка частных производных от составляющих W_t по элементам орбиты КА, в которой:

$$M^1_{Wt} = \frac{1}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}} \times \frac{\partial(\dot{x}_и \cdot \dot{x} + \dot{y}_и \cdot \dot{y} + \dot{z}_и \cdot \dot{z})}{\partial H}\bigg|_{H=H_0};$$

$$M^2_{Wt} = \frac{1}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}} \times \frac{\partial(\dot{x}_и \cdot \dot{x} + \dot{y}_и \cdot \dot{y} + \dot{z}_и \cdot \dot{z})}{\partial \Omega}\bigg|_{\Omega=\Omega_0};$$

$$M^3_{Wt} = \frac{1}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}} \times \frac{\partial(\dot{x}_и \cdot \dot{x} + \dot{y}_и \cdot \dot{y} + \dot{z}_и \cdot \dot{z})}{\partial i}\bigg|_{i=i_0};$$

$$M^4_{Wt} = \frac{1}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}} \times \frac{\partial(\dot{x}_и \cdot \dot{x} + \dot{y}_и \cdot \dot{y} + \dot{z}_и \cdot \dot{z})}{\partial \tau_п}\bigg|_{\tau_п=\tau_{пп}}.$$

В итоге в общем виде вектор-столбец ошибок измерений с учетом указанных преобразований можно представить как

$$\left\|\Delta\right\| = \left\| \begin{matrix} \Delta R \\ \Delta\alpha \\ \Delta V_x \\ \Delta V_y \end{matrix} \right\| = \left\| \begin{matrix} M_\gamma \cdot \Delta P \\ M_L \cdot \Delta P \\ M_{W_r} \cdot \Delta P \\ M_{W_t} \cdot \Delta P \end{matrix} \right\| = \left\| M \right\| \cdot \left\| \Delta P \right\|, \text{ где } \left\| M \right\| = \left\| \begin{matrix} M_\gamma \\ M_L \\ M_{W_r} \\ M_{W_t} \end{matrix} \right\|$$ – матрица частных производных.

Корреляционная матрица ошибок измерений координат и вектора скорости цели с учетом ошибок определения элементов орбиты КА равна

$$\left\|\mathbf{M}_{\Delta}\right\| = \overline{\left\|\Delta\right\| \cdot \left\|\Delta\right\|^{\mathbf{T}}} = \left\|\mathbf{M}\right\| \cdot \left\|\mathbf{K}_{\mathbf{p}}\right\| \cdot \left\|\mathbf{M}\right\|^{\mathbf{T}},$$

где $\left\|\mathbf{K}_{\mathbf{p}}\right\|$ – матрица ошибок определения элементов орбиты КА.

Таким образом, результирующая матрица $\left\|\mathbf{M}_{\mathbf{p}}\right\|$ ошибок измерений с учетом различных составляющих находится как

$$\left\|\mathbf{M}_{\mathbf{p}}^{-1}\right\| = \sum_{\mathbf{i}} \left\|\mathbf{M}_{\mathbf{i}}^{-1}\right\|,$$

где $\mathbf{M}_{\mathbf{i}}$ – матрица ошибок измерений за счет действия $\mathbf{i}$-го фактора.

Приведенная методика позволяет получить результирующую матрицу ошибок измерения координат вектора скорости наземных целей при неточном знании положения космического аппарата на орбите и вектора его скорости с помощью разностно-дальномерного метода, использование которого в настоящий момент является актуальным.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Сильвестров С.Д., Лазарев В.М., Корниенко А.И. Точность измерения параметров движения КА радиотехническими методами. – М.: Сов. радио, 1970. – 319 с.*
2. *Эльясберг П.Е. Определение движения по результатам измерений. – М.: Наука, 1976. – 416 с.*
3. *Березина С.И. Сравнительная оценка потенциальных точностей определения орбит космических аппаратов доплеровским, дальномерным и разностно-дальномерным методами // Системи обробки інформації. – Х.: НАНУ, ПАНМ, ХВУ. – 2001. – Вип. 3(13). – С. 30 – 33.*
4. *Голкин Д.В., Голкина В.В., Бутенко О.С. Точность определения орбит космических объектов по разности дальностей в однобазовом измерительном комплексе // Информационные системы. – Х.: НАНУ, НАНИ, ХВУ. – 1999. – Вып. 1(12). – С. 38 – 41.*

Поступила 13.08.2002

***ГОЛКИН Дмитрий Васильевич**, доктор техн. наук, проф., проф. кафедры Харьковского военного университета. Область научных интересов – радиолокация, космическая навигация.*

***БУТЕНКО Ольга Станиславовна**, канд. техн. наук, доцент кафедры Харьковского института ВВС Украины. В 1985 году окончила ХИРЭ. Область научных интересов – космическая радиолокация, защита информации.*

***АНДРЕЕВ Сергей Михайлович,** канд. техн. наук, доцент кафедры Харьковского института ВВС Украины. В 1986 году окончил Харьковское ВВАУРЭ. Область научных интересов – обработка информации, беспилотные летательные аппараты.*

***ФОМИЧЁВ Константин Федорович,** канд. техн. наук, доцент кафедры Харьковского института ВВС Украины. В 1980 году окончил ХАИ. Область научных интересов – системы автоматического управления.*