УДК 519.1

АДАПТИВНЫЙ АЛГОРИТМ ПОИСКА МИНИМАЛЬНЫХ ПУТЕЙ НА ОБЪЕКТАХ С СЕТЕВОЙ ОРГАНИЗАЦИЕЙ

к.т.н. С.С. Багров, к.т.н. Ю.Э. Парфёнов, к.т.н. О.И. Богатов
(представил Г.А. Поляков)

В статье рассмотрен адаптивный алгоритм поиска минимальных путей и транзитивно-рефлексивных замыканий (ТРЗ) между различными элементами структуры распределённого типа с ориентированными связями.

Несмотря на большое количество разработанных методов поиска транзитивно-рефлексивных замыканий в распределённых системах, проблема создания эффективного алгоритма построения ТРЗ на объектах с сетевой организацией в настоящее время представляется актуальной [1].

В военной сфере такими системами являются: системы связи, автоматизированные системы управления (АСУ), системы сбора и обработки информации, а также любые пространственно-временные структуры, где необходимо определение кратчайших связей и путей между различными элементами системы.

Рассмотрим математическую постановку задачи.

Пусть имеем некоторую структуру распределённого типа. Каждый граф $G=\{V,U\}$ такой структуры представляет собой совокупность вершин $V=\{v_1,v_1,...,v_n\}$ и множество $U=\{u_1,u_2,...,u_m\}$ всех парных связей между вершинами вида $u_k=\left(v_i,v_j\right)$ [2]. Будем считать, что вершины графа связаны ориентированными дугами. Каждая такая дуга может иметь некоторое числовое значение с соответствующей интерпретацией (время, длина, вероятность и т.д.).

Этапы алгоритма.

1. Пронумеруем все вершины графа V_i где $i\in\left[1:n\right]$, n – число вершин графа.

2. Выберем начальную $V_i^н$ и конечную $V_j^к$ вершины графа, между которыми необходимо найти минимальный путь или несколько путей ($i\neq j$).

3. Присвоим всем вершинам графа числовое значение (числовую характеристику вершины), равное нулю $V_i=0$.

4. Определим числовые значения всех дуг графа, которые связыва-

ют вершину i с вершиной j графа; их множество обозначим как $V_{ij}^{\widetilde{A}(i)}$, где i – произвольная вершина графа, а j – вершина графа, с которой связана вершина i; $\widetilde{A}(i)$ – множество дуг, исходящих из вершины i ($i \neq j$).

5. Сформируем множество числовых значений

$$W_{ji}^{\widetilde{B}(j)} = V_{ij}^{\widetilde{A}(i)}, \tag{1}$$

где $\widetilde{B}(j)$ – множество векторов, входящих в вершину j из вершин i (элементы множества есть номера вершин i).

В общем случае $\widetilde{A}(i) \neq \widetilde{B}(i)$. Если $\widetilde{B}(i) \equiv \varnothing$, то это означает, что в вершину j из других вершин графа попасть невозможно.

6. Определяются числовые характеристики всех вершин графа по функциональным зависимостям

$$V_j = \min\left\{V_i + W_{ji}^{\widetilde{B}(j)}\right\}, \tag{2}$$

где i – вершина графа, из которой направленные дуги входят в вершину j.

Если для определения V_j необходимы такие V_i, которые еще в выражении (2) не определены, то элементы множества $V_i + W_{ji}^{\widetilde{B}(j)}$ с неизвестными V_i, исключаются, а V_j вычисляется приближенно. Однако по мере нахождения неизвестных V_i числовые характеристики вершин V_j уточняются с добавлением в (2) уже определенных элементов множества $V_i + W_{ji}^{\widetilde{B}(j)}$. Цикл пересчета проводится столько раз, сколько было неизвестных элементов множества по мере их определения. После этого, если V_j в последующей итерации не изменяет своего числового значения, то эта V_j из цикла исключается и вершине V_j присваивается полученная числовая характеристика.

7. Выбрав числовое значение вершины $V_j^{к}$, путь (пути) к вершине $V_j^{н}$ определяем по следующей функциональной зависимости

$$\left\{V_j - W_{ji}^{\widetilde{B}(j)}\right\}, \tag{3}$$

где цикл осуществляется по всем вершинам i из множества $\widetilde{B}(j)$.

При совпадении разности $\left\{V_j - W_{ji}^{\widetilde{B}(j)}\right\} = V_i$ вершина V_i выбирается в качестве одной из вершин минимального пути, соединяющего V_j^{κ} и $V_j^{н}$.

Если таких совпадений несколько, то это говорит о наличии нескольких минимальных путей. Каждый такой путь необходимо запомнить. В результате получим совокупность последовательностей вершин графа

$$\left\{V_j^{\kappa} \to V_j^{/} \to \ldots \to V_j^{//} \to V_j^{н}\right\}.$$

Меняя последовательность прохождения вершин на обратную, получаем последовательности всех путей, имеющих минимальное значение от начальной вершины к выбранной конечной вершине

$$\left\{V_j^{н} \to V_j^{/} \to \ldots \to V_j^{//} \to V_j^{\kappa}\right\}.$$

Проанализируем вычислительную сложность алгоритма для различных графовых структур (рис. 1, 2).

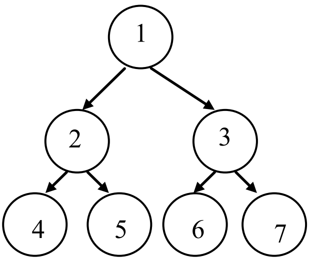

Рис. 1. Древовидная структура графа

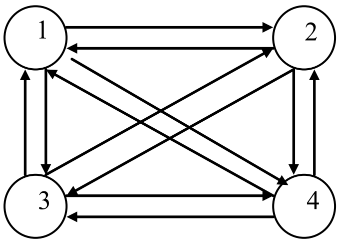

Рис. 2. Сильно связанная структура графа

Количество операций сложения на первом шаге равно $\dfrac{N^2 - N}{2}$, количество операций сравнения на первом шаге равно $\dfrac{(N-1)^2 - (N-1)}{2}$. Количество операций сложения на последующих шагах равно

$(N-2)\cdot(N-1)^2$. Количество операций сравнения на последующих шагах равно $(N-2)^2\cdot(N-1)$.

Суммируя все операции, получаем, что при больших N вычислительная сложность алгоритма пропорциональна $O\left(2\cdot N^3\right)$ для графовых структур типа (рис. 2) и пропорциональна $O(N)$ для графов структуры типа (рис. 1).

Достоинства предложенного алгоритма:

– адаптивность алгоритма к графовым структурам по вычислительной сложности;

– отыскивает наличие минимальных путей, их величин и транзитивно-рефлексивные замыкания между выбранной вершиной и всеми остальными вершинами графа;

– возможность и сравнительная простота программной реализации.

Недостатком алгоритма является то, что он работает только на графовых структурах, имеющих неотрицательные числовые значения дуг.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Бацамут В.Н. Анализ известных подходов к решению задачи поиска транзитивно-рефлексивных замыканий // Системи обробки інформації. – Х.: НАНУ, ПАНМ, ХВУ. – 2000. – Вип. 3 (9). – С. 61 – 68.*
2. *Евстигнеев В.А. Применение теории графов в программировании. – М.: Наука, 1985. – 351 с.*

Поступила 12.09.2002

БАГРОВ Сергей Сергеевич, *канд. техн. наук, ст. научн. сотр. научного центра при ХВУ. В 1992 году окончил ВИРТА ПВО. Область научных интересов – моделирование, системный анализ.*

ПАРФЁНОВ Юрий Эдуардович, *канд. техн. наук, нач. лаборатории научного центра при ХВУ. В 1993 году окончил ВИРТА ПВО. Область научных интересов – проектирование информационных систем.*

БОГАТОВ Олег Игоревич*, канд. техн. наук, ст. научн. сотр., начальник НИО научного центра при ХВУ. В 1983 окончил Киевское ВИРТУ. Область научных интересов – параллельная обработка информации, САПР.*