

## МЕТОД СУБОПТИМАЛЬНОЙ ВИНЕРОВСКОЙ ФИЛЬТРАЦИИ НА ОСНОВЕ ДВУХМЕРНОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ХААРА

К.А. Бохан

(представил д.т.н., проф. Л.Ф. Купченко)

*Предложен метод субоптимальной винеровской фильтрации изображений на основе быстро двумерного целочисленного преобразования Хаара. Проведена сравнительная оценка эффективности предложенного метода.*

**Введение.** В современных системах обработки и обмена информации широко используются статические изображения и видеоданные. При этом, как и другие виды информации, видеоданные подвержены воздействию помех, которые, внося искажения, ухудшают их качество. Поэтому актуальной задачей является улучшение качества видеоданных и фильтрация помех [1, 2]. Существует множество методов улучшения качества изображений и подавления шумов (фильтрации изображений). Одним из наиболее эффективных методов фильтрации изображений является оптимальная винеровская фильтрация [1]. При этом остро стоит проблема выполнения винеровской фильтрации в реальном масштабе времени. В статье предлагается двумерный субоптимальный фильтр, позволяющий выполнять фильтрацию изображений в реальном масштабе времени.

### 1. Построение двумерного оптимального винеровского фильтра.

Структурная схема двумерной обобщенной системы винеровской фильтрации приведена на рис. 1. Здесь через  $Z$  обозначено входное изображение размерности  $K \times L$ , которое представляет собой сумму массива отсчетов исходного изображения  $X$  и шумового массива  $W$ . Матрица  $A$  размерности  $N \times N$  определяет одномерный винеровский фильтр. В результате прямого двумерного ортогонального преобразования  $G$  над массивом  $Z$  получим трансформанту  $F$ . Массив  $\tilde{F}$  является результатом обработки трансформанты  $F$  фильтром  $A$ . Обратное двумерное ортогональное преобразование, заданное оператором  $G^{(-1)}$ , выполняется над массивом  $\tilde{F}$ . В результате получим массив  $\tilde{X}$ , который представляет собой оценку исходного изображения  $X$ .

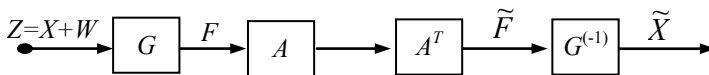


Рис. 1. Обобщенная модель двумерной винеровской фильтрации

Процедура фильтрации изображения выполняется поблочнно. В со-

ответствии с рис. 1 она состоит из следующих этапов:

- разбиение зашумленного изображения на блоки размерности  $N \times N$ ;
- выполнение прямого двухмерного ортогонального преобразования  $G$  над каждым блоком;
- обработка столбцов полученных трансформант с помощью матрицы  $A$ ;
- обработка строк матриц, полученных на предыдущем этапе, с помощью транспонированной матрицы  $A^T$ ;
- выполнение обратного двухмерного ортогонального преобразования  $G^{(-1)}$  над трансформантами, обработанными фильтром  $A$ .

Процедура обработки трансформант фильтром  $A$  в аналитическом виде записывается в виде

$$\tilde{F} = A \cdot F \cdot A^T. \quad (1)$$

Задача разработки винеровского фильтра заключается в построении такого фильтра  $A$ , который обеспечил бы минимальное среднеквадратическое отклонение  $\tilde{X}$  от  $X$ .

В [1] описано два способа расчета матрицы фильтра  $A$ .

1. Первый способ основан на применении ковариационных матриц исходного изображения  $\Psi_x$  и шума  $\Psi_w$  [3]:

$$A = G(A_r); \quad (2)$$

$$A_r = \Psi_x \cdot (\Psi_x + \Psi_w)^{-1}, \quad (3)$$

где  $G$  – оператор двухмерного ортогонального преобразования;  $\Psi_x$  – ковариационная матрица изображения;  $\Psi_w$  – ковариационная матрица шума.

2. Второй способ использует ковариационные матрицы трансформант  $\tilde{\Psi}_x$  и  $\tilde{\Psi}_w$ :

$$A = \tilde{\Psi}_x \cdot [\tilde{\Psi}_x + \tilde{\Psi}_w]^{-1}, \quad (4)$$

где  $\tilde{\Psi}_x = G(\Psi_x)$ ,  $\tilde{\Psi}_w = G(\Psi_w)$ .

При этом минимальную среднеквадратическую ошибку  $\sigma_{\min}$  можно определить с помощью выражений [1]:

$$\sigma_{\min} = \text{tr} \left[ \Psi_x - \Psi_x \cdot (\Psi_x + \Psi_w)^{-1} \cdot \Psi_w \right] \quad (5)$$

или

$$\sigma_{\min} = \text{tr} \left[ \tilde{\Psi}_x - \tilde{\Psi}_x \cdot (\tilde{\Psi}_x + \tilde{\Psi}_w)^{-1} \cdot \tilde{\Psi}_w \right], \quad (6)$$

где « $\text{tr}$ » – след матрицы.

Из выражений (5) и (6) следует, что среднеквадратическая ошибка не зависит от вида используемого ортогонального преобразования. Это свойство позволяет выбирать наиболее эффективный способ ортогонального преобразования и тем самым строить эффективные процедуры оптимальной фильтрации.

Недостатком фильтра, получаемого в соответствии с выражениями

(2) и (3), является большое количество вещественных умножений, выполняемых во время обработки трансформант, что увеличивает время выполнения оптимальной фильтрации. Поэтому для уменьшения количества вещественных умножений к матрице  $A$  предъявляют требование диагональности. Фильтры с диагональными матрицами  $A_d$  называются субоптимальными или скалярными фильтрами [1]:

$$A_d = \text{diag}(a_{11}, a_{22}, \dots, a_{NN}); \quad (7)$$

$$a_{ij} = \frac{\tilde{\Psi}_x(i, i)}{\tilde{\Psi}_x(i, i) + \tilde{\Psi}_w(i, i)}. \quad (8)$$

**2. Расчет двухмерного субоптимального фильтра на основе быстрого двухмерного целочисленного преобразования Хаара.** Для оценки эффективности способа винеровской фильтрации, основанной на предложенном в [4 – 6] способе быстрого двухмерного целочисленного преобразования Хаара, вычислим матрицу  $A_x$  для преобразования Хаара в соответствии с выражениями (2) и (3). При построении субоптимальных фильтров считается, что ковариационная матрица сигнала  $\Psi_x$  соответствует марковскому процессу первого порядка

$$\Psi_x = \begin{bmatrix} 1 & \rho & \rho^2 & \dots & \rho^{N-1} \\ \rho & 1 & \rho & \dots & \rho^{N-2} \\ \rho^2 & \rho & 1 & \dots & \rho^{N-3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho^{N-1} & \rho^{N-2} & \rho^{N-3} & \dots & 1 \end{bmatrix}, \quad (9)$$

где  $\Psi_x$  – теплицева матрица;  $0 < \rho < 1$ , а ковариационная матрица  $\Psi_w$  соответствует белому шуму

$$\Psi_w = k_0 \cdot I_N, \quad (10)$$

где  $I_N$  – единичная матрица размерности  $N \times N$ ;  $0 < k_0 < 1$ .

Для расчетов воспользуемся программой MathLab R12. Наименьшее среднеквадратическое отклонение получено при  $\rho = 0.9$  и  $k_0 = 0.06$ , так как при этих значениях ковариационные матрицы (9) и (10) наиболее точно аппроксимируют ковариационные матрицы реальных зашумленных изображений.

Матрица  $A_x$  при использовании преобразования Хаара имеет вид:

$$A_x = \begin{bmatrix} 0,9901 & 0 & -0,0045 & 0,0045 & -0,0045 & -0,0001 & 0,0001 & 0,0045 \\ 0 & 0,8946 & 0,0584 & 0,0584 & -0,0024 & 0,0633 & 0,0633 & -0,0024 \\ -0,0045 & 0,0584 & 0,759 & -0,0415 & 0,0792 & 0,0445 & -0,0418 & -0,0014 \\ 0,0045 & 0,0584 & -0,0415 & 0,759 & -0,0014 & -0,0418 & 0,0445 & 0,0792 \\ -0,0045 & -0,0024 & 0,0792 & -0,0014 & 0,5949 & -0,0409 & -0,0014 & 0 \\ -0,0001 & 0,0633 & 0,0445 & -0,0418 & -0,0409 & 0,5588 & -0,0421 & -0,0014 \\ 0,0001 & 0,0633 & -0,0418 & 0,0445 & -0,0014 & -0,0421 & 0,5588 & -0,0409 \\ 0,0045 & -0,0024 & -0,0014 & 0,0792 & 0 & -0,0014 & -0,0409 & 0,5949 \end{bmatrix}. \quad (11)$$

Для проведения сравнительного анализа рассчитаем матрицы фильтров, основанных на дискретно-косинусном преобразовании и преобразовании Уолша. В результате вычислений получим следующие матрицы:

1) дискретно-косинусное преобразование

$$A_{\delta} = \begin{bmatrix} 0,9901 & 0 & -0,0076 & 0 & -0,0044 & 0 & -0,0019 & 0 \\ 0 & 0,9443 & 0 & -0,0079 & 0 & -0,004 & 0 & -0,0012 \\ -0,0076 & 0 & 0,8485 & 0 & -0,0049 & 0 & -0,0021 & 0 \\ 0 & -0,0079 & 0 & 0,7366 & 0 & -0,0026 & 0 & -0,0008 \\ -0,0044 & 0 & -0,0049 & 0 & 0,6374 & 0 & -0,0012 & 0 \\ 0 & -0,004 & 0 & -0,0026 & 0 & 0,5617 & 0 & -0,0004 \\ -0,0019 & 0 & -0,0021 & 0 & -0,0012 & 0 & 0,5104 & 0 \\ 0 & -0,0012 & 0 & -0,0008 & 0 & -0,0004 & 0 & 0,481 \end{bmatrix}; \quad (12)$$

2) преобразование Уолша

$$A_y = \begin{bmatrix} 0,9916 & 0 & 0 & -0,0039 & 0 & -0,0041 & -0,0055 & 0 \\ 0 & 0,5533 & 0,0534 & 0 & 0,0563 & 0 & 0 & 0,0383 \\ 0 & 0,0534 & 0,748 & 0 & 0,0744 & 0 & 0 & 0,0505 \\ -0,0039 & 0 & 0 & 0,6747 & 0 & -0,0028 & -0,0037 & 0 \\ 0 & 0,0563 & 0,0744 & 0 & 0,9071 & 0 & 0 & -0,0613 \\ -0,0041 & 0 & 0 & -0,0028 & 0 & 0,5966 & 0,1107 & 0 \\ -0,0055 & 0 & 0 & -0,0037 & 0 & 0,1107 & 0,8235 & 0 \\ 0 & 0,0383 & 0,0505 & 0 & -0,0613 & 0 & 0 & 0,6357 \end{bmatrix}. \quad (13)$$

В качестве тестового изображения используется реалистическое изображение размерностью 800 x 600 пикселей с 24-битной глубиной цвета.

Для моделирования зашумленного изображения воспользуемся следующими функциями программы MathLab R12:

$$J(:, :, 1) = \text{imnoise}(im(:, :, 1), 'gaussian', 0, 0.005);$$

$$J(:, :, 2) = \text{imnoise}(im(:, :, 2), 'gaussian', 0, 0.005);$$

$$J(:, :, 3) = \text{imnoise}(im(:, :, 3), 'gaussian', 0, 0.005);$$

где  $im(:, :, n)$  – массив отсчетов  $n$ -й цветовой компоненты исходного изображения ( $n=1$  – красная составляющая;  $n=2$  – зеленая составляющая;  $n=3$  – синяя составляющая);  $J(:, :, n)$  – массив отсчетов  $n$ -й цветовой компоненты изображения после наложения шума.

Указанные функции вносят в каждую цветовую составляющую изображения гауссовый шум. При этом среднеквадратическое отклонение зашумленного изображения составит 7.93 %.

Для оценки обеспечиваемого среднеквадратического отклонения (СКО) и временных параметров способов оптимальной фильтрации, основанных на различных ортогональных преобразованиях, разработана программная модель. В ней реализованы субоптимальные фильтры, основанные на быстром дискретно-косинусном преобразовании (БДКП), быстром преобразовании Уолша (БПУ), быстром преобразовании Хаара (БПХ) и предложенном быстром двухмерном целочисленном преобразовании Хаара (БДЦПХ). Исследования проводились на персональном компьютере с процессором Intel (675 МГц) с объемом оперативной памяти 128 Мбайт под управлением ОС Windows 2000 Professional.

Полученные значения СКО изображений, подвергнутых оптимальной фильтрации с помощью указанных выше фильтров, представлены в табл. 1.

Таблица 1

Значения СКО отфильтрованного изображения

Ортогональное преобразование, используемое в оптимальном фильтре	СКО зашумленного изображения, %	СКО отфильтрованного изображения, %
1. Быстрое дискретно-косинусное преобразование	7.93	4.73
2. Быстрое преобразование Уолша	7.93	4,76
3. Быстрое преобразование Хаара	7.93	4.70
4. Быстрое двухмерное целочисленное преобразование Хаара	7.93	4.68

Из табл. 1 видно, что методы субоптимальной фильтрации позволяют значительно улучшить качество зашумленных изображений. При этом СКО отфильтрованных изображений почти не зависит от используемых способов ортогонального преобразования.

В табл. 2 приведены значения длительности выполнения процедуры фильтрации тестового изображения с помощью указанных выше оптимальных фильтров.

Таблица 2

Длительность выполнения процедуры фильтрации

Ортогональное преобразование, используемое в оптимальном фильтре	Длительность выполнения фильтрации, мс
1. Быстрое дискретно-косинусное преобразование	1250
2. Быстрое преобразование Уолша	705
3. Быстрое преобразование Хаара	732
4. Быстрое двухмерное целочисленное преобразование Хаара	580

Из табл. 2 видно, что быстрое двумерное целочисленное преобразование Хаара в процедурах оптимальной фильтрации обеспечивает наименьшие временные затраты при равных значениях СКО (табл. 1).

**Выводы.** Анализ полученных результатов показал, что на основе быстрого двумерного целочисленного преобразования Хаара возможно:

- построение очень эффективных процедур оптимальной фильтрации;
- уменьшение времени выполнения фильтрации при оптимизации программного кода, реализующего оптимальный фильтр, на 30 %;
- уменьшение времени выполнения фильтрации при технической реализации субоптимального фильтра в виде устройства, на 100 %.

В последнем случае легко организовать параллельное выполнение процедур фильтрации, что дополнительно повысит ее эффективность на 50 – 100 % [7].

Ввиду высокой вычислительной эффективности предложенного метода оптимальной фильтрации его рекомендуется использовать в системах обработки видеоданных реального времени.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Ахмед Н., Рао К.Р. Ортогональные преобразования при обработке цифровых сигналов / Под ред. И.Б. Фоменко. – М.: Связь, 1980. – 248 с.
2. Залмазон Л.А. Преобразования Фурье, Уолша, Хаара и их применение в управлении, связи и других областях. – М.: Наука, 1989. – 496 с.
3. Pratt W. K. Generalized Wiener Filtering Computation Techniques // IEEE Trans. Computers. – 1972. – V. 21. – P. 636 – 641.
4. Бохан К.А. Королёва Н.А. Способ двумерного преобразования Хаара // АСУ и приборы автоматики. – 2002. – Вып. 122. – С. 156 – 161.
5. Бохан К.А., Королёва Н.А. Двумерный целочисленный базис Хаара // Авиационно-космическая техника и технологии. – Х.: НАУ «ХАИ». – 2002. – Вып. 29. – С. 204 – 208.
6. Бохан К.А., Королёва Н.А. Метод быстрого двумерного преобразования Хаара // АСУ и приборы автоматики. – 2002. – Вып. 119. – С. 17 – 21.
7. Бохан К.А., Королёва Н.А. Распараллеливание операций преобразования изображений по базису Хаара // Проблемы энергозабезпечення та енергозбереження в АПК України. – Х.: ХНАУ. – 2002. – Вип. 10. – С. 413 – 422.

Поступила 13.09.2002

**БОХАН Константин Александрович**, адъюнкт Харьковского военного университета. В 1999 году окончил Харьковский военный университет. Область научных интересов – обработка и передача информации.