

МЕТОД СУБОПТИМАЛЬНОЙ ВИНЕРОВСКОЙ ФИЛЬТРАЦИИ НА ОСНОВЕ ДВУХМЕРНОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ХААРА

К.А. Бохан

(представил д.т.н., проф. Л.Ф. Купченко)

Предложен метод субоптимальной винеровской фильтрации изображений на основе быстро двумерного целочисленного преобразования Хаара. Проведена сравнительная оценка эффективности предложенного метода.

Введение. В современных системах обработки и обмена информации широко используются статические изображения и видеоданные. При этом, как и другие виды информации, видеоданные подвержены воздействию помех, которые, внося искажения, ухудшают их качество. Поэтому актуальной задачей является улучшение качества видеоданных и фильтрация помех [1, 2]. Существует множество методов улучшения качества изображений и подавления шумов (фильтрации изображений). Одним из наиболее эффективных методов фильтрации изображений является оптимальная винеровская фильтрация [1]. При этом остро стоит проблема выполнения винеровской фильтрации в реальном масштабе времени. В статье предлагается двумерный субоптимальный фильтр, позволяющий выполнять фильтрацию изображений в реальном масштабе времени.

1. Построение двумерного оптимального винеровского фильтра.

Структурная схема двумерной обобщенной системы винеровской фильтрации приведена на рис. 1. Здесь через Z обозначено входное изображение размерности $K \times L$, которое представляет собой сумму массива отсчетов исходного изображения X и шумового массива W . Матрица A размерности $N \times N$ определяет одномерный винеровский фильтр. В результате прямого двумерного ортогонального преобразования G над массивом Z получим трансформанту F . Массив \tilde{F} является результатом обработки трансформанты F фильтром A . Обратное двумерное ортогональное преобразование, заданное оператором $G^{(-1)}$, выполняется над массивом \tilde{F} . В результате получим массив \tilde{X} , который представляет собой оценку исходного изображения X .

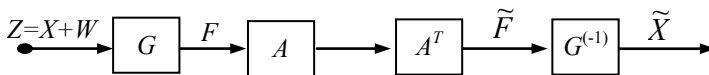


Рис. 1. Обобщенная модель двумерной винеровской фильтрации

Процедура фильтрации изображения выполняется поблочко. В со-

ответствии с рис. 1 она состоит из следующих этапов:

- разбиение зашумленного изображения на блоки размерности $N \times N$;
- выполнение прямого двухмерного ортогонального преобразования G над каждым блоком;
- обработка столбцов полученных трансформант с помощью матрицы A ;
- обработка строк матриц, полученных на предыдущем этапе, с помощью транспонированной матрицы A^T ;
- выполнение обратного двухмерного ортогонального преобразования $G^{(-1)}$ над трансформантами, обработанными фильтром A .

Процедура обработки трансформант фильтром A в аналитическом виде записывается в виде

$$\tilde{F} = A \cdot F \cdot A^T. \quad (1)$$

Задача разработки винеровского фильтра заключается в построении такого фильтра A , который обеспечил бы минимальное среднеквадратическое отклонение \tilde{X} от X .

В [1] описано два способа расчета матрицы фильтра A .

1. Первый способ основан на применении ковариационных матриц исходного изображения Ψ_x и шума Ψ_w [3]:

$$A = G(A_r); \quad (2)$$

$$A_r = \Psi_x \cdot (\Psi_x + \Psi_w)^{-1}, \quad (3)$$

где G – оператор двухмерного ортогонального преобразования; Ψ_x – ковариационная матрица изображения; Ψ_w – ковариационная матрица шума.

2. Второй способ использует ковариационные матрицы трансформант $\tilde{\Psi}_x$ и $\tilde{\Psi}_w$:

$$A = \tilde{\Psi}_x \cdot [\tilde{\Psi}_x + \tilde{\Psi}_w]^{-1}, \quad (4)$$

где $\tilde{\Psi}_x = G(\Psi_x)$, $\tilde{\Psi}_w = G(\Psi_w)$.

При этом минимальную среднеквадратическую ошибку σ_{\min} можно определить с помощью выражений [1]:

$$\sigma_{\min} = \text{tr} \left[\Psi_x - \Psi_x \cdot (\Psi_x + \Psi_w)^{-1} \cdot \Psi_w \right] \quad (5)$$

или

$$\sigma_{\min} = \text{tr} \left[\tilde{\Psi}_x - \tilde{\Psi}_x \cdot (\tilde{\Psi}_x + \tilde{\Psi}_w)^{-1} \cdot \tilde{\Psi}_w \right], \quad (6)$$

где « tr » – след матрицы.

Из выражений (5) и (6) следует, что среднеквадратическая ошибка не зависит от вида используемого ортогонального преобразования. Это свойство позволяет выбирать наиболее эффективный способ ортогонального преобразования и тем самым строить эффективные процедуры оптимальной фильтрации.

Недостатком фильтра, получаемого в соответствии с выражениями

(2) и (3), является большое количество вещественных умножений, выполняемых во время обработки трансформант, что увеличивает время выполнения оптимальной фильтрации. Поэтому для уменьшения количества вещественных умножений к матрице A предъявляют требование диагональности. Фильтры с диагональными матрицами A_d называются субоптимальными или скалярными фильтрами [1]:

$$A_d = \text{diag}(a_{11}, a_{22}, \dots, a_{NN}); \quad (7)$$

$$a_{ij} = \frac{\tilde{\Psi}_x(i, i)}{\tilde{\Psi}_x(i, i) + \tilde{\Psi}_w(i, i)}. \quad (8)$$

2. Расчет двухмерного субоптимального фильтра на основе быстрого двухмерного целочисленного преобразования Хаара. Для оценки эффективности способа винеровской фильтрации, основанной на предложенном в [4 – 6] способе быстрого двухмерного целочисленного преобразования Хаара, вычислим матрицу A_x для преобразования Хаара в соответствии с выражениями (2) и (3). При построении субоптимальных фильтров считается, что ковариационная матрица сигнала Ψ_x соответствует марковскому процессу первого порядка

$$\Psi_x = \begin{bmatrix} 1 & \rho & \rho^2 & \dots & \rho^{N-1} \\ \rho & 1 & \rho & \dots & \rho^{N-2} \\ \rho^2 & \rho & 1 & \dots & \rho^{N-3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho^{N-1} & \rho^{N-2} & \rho^{N-3} & \dots & 1 \end{bmatrix}, \quad (9)$$

где Ψ_x – теплицева матрица; $0 < \rho < 1$, а ковариационная матрица Ψ_w соответствует белому шуму

$$\Psi_w = k_0 \cdot I_N, \quad (10)$$

где I_N – единичная матрица размерности $N \times N$; $0 < k_0 < 1$.

Для расчетов воспользуемся программой MathLab R12. Наименьшее среднеквадратическое отклонение получено при $\rho = 0.9$ и $k_0 = 0.06$, так как при этих значениях ковариационные матрицы (9) и (10) наиболее точно аппроксимируют ковариационные матрицы реальных зашумленных изображений.

Матрица A_x при использовании преобразования Хаара имеет вид:

$$A_x = \begin{bmatrix} 0,9901 & 0 & -0,0045 & 0,0045 & -0,0045 & -0,0001 & 0,0001 & 0,0045 \\ 0 & 0,8946 & 0,0584 & 0,0584 & -0,0024 & 0,0633 & 0,0633 & -0,0024 \\ -0,0045 & 0,0584 & 0,759 & -0,0415 & 0,0792 & 0,0445 & -0,0418 & -0,0014 \\ 0,0045 & 0,0584 & -0,0415 & 0,759 & -0,0014 & -0,0418 & 0,0445 & 0,0792 \\ -0,0045 & -0,0024 & 0,0792 & -0,0014 & 0,5949 & -0,0409 & -0,0014 & 0 \\ -0,0001 & 0,0633 & 0,0445 & -0,0418 & -0,0409 & 0,5588 & -0,0421 & -0,0014 \\ 0,0001 & 0,0633 & -0,0418 & 0,0445 & -0,0014 & -0,0421 & 0,5588 & -0,0409 \\ 0,0045 & -0,0024 & -0,0014 & 0,0792 & 0 & -0,0014 & -0,0409 & 0,5949 \end{bmatrix}. \quad (11)$$

Для проведения сравнительного анализа рассчитаем матрицы фильтров, основанных на дискретно-косинусном преобразовании и преобразовании Уолша. В результате вычислений получим следующие матрицы:

1) дискретно-косинусное преобразование

$$A_{\delta} = \begin{bmatrix} 0,9901 & 0 & -0,0076 & 0 & -0,0044 & 0 & -0,0019 & 0 \\ 0 & 0,9443 & 0 & -0,0079 & 0 & -0,004 & 0 & -0,0012 \\ -0,0076 & 0 & 0,8485 & 0 & -0,0049 & 0 & -0,0021 & 0 \\ 0 & -0,0079 & 0 & 0,7366 & 0 & -0,0026 & 0 & -0,0008 \\ -0,0044 & 0 & -0,0049 & 0 & 0,6374 & 0 & -0,0012 & 0 \\ 0 & -0,004 & 0 & -0,0026 & 0 & 0,5617 & 0 & -0,0004 \\ -0,0019 & 0 & -0,0021 & 0 & -0,0012 & 0 & 0,5104 & 0 \\ 0 & -0,0012 & 0 & -0,0008 & 0 & -0,0004 & 0 & 0,481 \end{bmatrix}; \quad (12)$$

2) преобразование Уолша

$$A_y = \begin{bmatrix} 0,9916 & 0 & 0 & -0,0039 & 0 & -0,0041 & -0,0055 & 0 \\ 0 & 0,5533 & 0,0534 & 0 & 0,0563 & 0 & 0 & 0,0383 \\ 0 & 0,0534 & 0,748 & 0 & 0,0744 & 0 & 0 & 0,0505 \\ -0,0039 & 0 & 0 & 0,6747 & 0 & -0,0028 & -0,0037 & 0 \\ 0 & 0,0563 & 0,0744 & 0 & 0,9071 & 0 & 0 & -0,0613 \\ -0,0041 & 0 & 0 & -0,0028 & 0 & 0,5966 & 0,1107 & 0 \\ -0,0055 & 0 & 0 & -0,0037 & 0 & 0,1107 & 0,8235 & 0 \\ 0 & 0,0383 & 0,0505 & 0 & -0,0613 & 0 & 0 & 0,6357 \end{bmatrix}. \quad (13)$$

В качестве тестового изображения используется реалистическое изображение размерностью 800 x 600 пикселей с 24-битной глубиной цвета.

Для моделирования зашумленного изображения воспользуемся следующими функциями программы MathLab R12:

$$J(:, :, 1) = \text{imnoise}(im(:, :, 1), 'gaussian', 0, 0.005);$$

$$J(:, :, 2) = \text{imnoise}(im(:, :, 2), 'gaussian', 0, 0.005);$$

$$J(:, :, 3) = \text{imnoise}(im(:, :, 3), 'gaussian', 0, 0.005);$$

где $im(:, :, n)$ – массив отсчетов n -й цветовой компоненты исходного изображения ($n=1$ – красная составляющая; $n=2$ – зеленая составляющая; $n=3$ – синяя составляющая); $J(:, :, n)$ – массив отсчетов n -й цветовой компоненты изображения после наложения шума.

Указанные функции вносят в каждую цветовую составляющую изображения гауссовый шум. При этом среднеквадратическое отклонение зашумленного изображения составит 7.93 %.

Для оценки обеспечиваемого среднеквадратического отклонения (СКО) и временных параметров способов оптимальной фильтрации, основанных на различных ортогональных преобразованиях, разработана программная модель. В ней реализованы субоптимальные фильтры, основанные на быстром дискретно-косинусном преобразовании (БДКП), быстром преобразовании Уолша (БПУ), быстром преобразовании Хаара (БПХ) и предложенном быстром двухмерном целочисленном преобразовании Хаара (БДЦПХ). Исследования проводились на персональном компьютере с процессором Intel (675 МГц) с объемом оперативной памяти 128 Мбайт под управлением ОС Windows 2000 Professional.

Полученные значения СКО изображений, подвергнутых оптимальной фильтрации с помощью указанных выше фильтров, представлены в табл. 1.

Таблица 1

Значения СКО отфильтрованного изображения

Ортогональное преобразование, используемое в оптимальном фильтре	СКО зашумленного изображения, %	СКО отфильтрованного изображения, %
1. Быстрое дискретно-косинусное преобразование	7.93	4.73
2. Быстрое преобразование Уолша	7.93	4,76
3. Быстрое преобразование Хаара	7.93	4.70
4. Быстрое двухмерное целочисленное преобразование Хаара	7.93	4.68

Из табл. 1 видно, что методы субоптимальной фильтрации позволяют значительно улучшить качество зашумленных изображений. При этом СКО отфильтрованных изображений почти не зависит от используемых способов ортогонального преобразования.

В табл. 2 приведены значения длительности выполнения процедуры фильтрации тестового изображения с помощью указанных выше оптимальных фильтров.

Таблица 2

Длительность выполнения процедуры фильтрации

Ортогональное преобразование, используемое в оптимальном фильтре	Длительность выполнения фильтрации, мс
1. Быстрое дискретно-косинусное преобразование	1250
2. Быстрое преобразование Уолша	705
3. Быстрое преобразование Хаара	732
4. Быстрое двухмерное целочисленное преобразование Хаара	580

Из табл. 2 видно, что быстрое двумерное целочисленное преобразование Хаара в процедурах оптимальной фильтрации обеспечивает наименьшие временные затраты при равных значениях СКО (табл. 1).

Выводы. Анализ полученных результатов показал, что на основе быстрого двумерного целочисленного преобразования Хаара возможно:

- построение очень эффективных процедур оптимальной фильтрации;
- уменьшение времени выполнения фильтрации при оптимизации программного кода, реализующего оптимальный фильтр, на 30 %;
- уменьшение времени выполнения фильтрации при технической реализации субоптимального фильтра в виде устройства, на 100 %.

В последнем случае легко организовать параллельное выполнение процедур фильтрации, что дополнительно повысит ее эффективность на 50 – 100 % [7].

Ввиду высокой вычислительной эффективности предложенного метода оптимальной фильтрации его рекомендуется использовать в системах обработки видеоданных реального времени.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ахмед Н., Рао К.Р. Ортогональные преобразования при обработке цифровых сигналов / Под ред. И.Б. Фоменко. – М.: Связь, 1980. – 248 с.
2. Залмазон Л.А. Преобразования Фурье, Уолша, Хаара и их применение в управлении, связи и других областях. – М.: Наука, 1989. – 496 с.
3. Pratt W. K. Generalized Wiener Filtering Computation Techniques // IEEE Trans. Computers. – 1972. – V. 21. – P. 636 – 641.
4. Бохан К.А. Королёва Н.А. Способ двумерного преобразования Хаара // АСУ и приборы автоматики. – 2002. – Вып. 122. – С. 156 – 161.
5. Бохан К.А., Королёва Н.А. Двумерный целочисленный базис Хаара // Авиационно-космическая техника и технологии. – Х.: НАУ «ХАИ». – 2002. – Вып. 29. – С. 204 – 208.
6. Бохан К.А., Королёва Н.А. Метод быстрого двумерного преобразования Хаара // АСУ и приборы автоматики. – 2002. – Вып. 119. – С. 17 – 21.
7. Бохан К.А., Королёва Н.А. Распараллеливание операций преобразования изображений по базису Хаара // Проблемы энергозабезпечення та енергозбереження в АПК України. – Х.: ХНАУ. – 2002. – Вип. 10. – С. 413 – 422.

Поступила 13.09.2002

БОХАН Константин Александрович, адъюнкт Харьковского военного университета. В 1999 году окончил Харьковский военный университет. Область научных интересов – обработка и передача информации.