УДК 681. 513

ПРИБЛИЖЕННЫЙ АЛГОРИТМ ВОССТАНОВЛЕНИЯ ТОПОЛОГИИ СЕТИ

к.т.н. А.В. Шостак
(представил д.ф.-м.н., проф. С.В. Смеляков)

Приводится приближенный алгоритм восстановления топологической структуры сети вершинной связности k.

Постановка задачи. Пусть произошла деградация сети передачи данных, приведшая к понижению ее живучести ниже требуемой. Под деградацией будем понимать выход из строя линий связи и (или) узлов сети, то есть ребер и (или) вершин графа, описывающего топологическую структуру сети. В качестве показателя живучести будем использовать вершинную связность графа. Пусть вершинная связность сети снизилась с k_t до k_d, количество вершин – с n до n_1, количество ребер – с m_1 до m_2. Необходимо восстановить топологическую структуру сети на n вершинах до вершинной связности k $\left(k_d < k \le k_t\right)$.

Алгоритм решения задачи. Для решения поставленной задачи необходимо выбрать максимум $\left(m'' - m_2\right)$ ребер из m, где m'' – максимальное количество ребер, обеспечивающих требуемую связность k [1], $m = 0{,}5\, n\left(n-1\right) - m_2$ – количество ребер, еще не включенных в сеть. На r-м шаге из множества еще не включенных в сеть ребер мощности $m_r = \left(m - r + 1\right)$ случайным образом выбирается ребро u_s в соответствии с его весом V_s по правилу

$$\sum_{i=1}^{s-1} 1/V_i < X_r \cdot \sum_{i=1}^{m_r} 1/V_i \le \sum_{i=1}^{s} 1/V_i \;,$$

где X_r – случайное равномерно распределенное в диапазоне (0, 1) число. В качестве весовой функции примем следующее выражение $V_s = (s_i + s_j + 1)$, где s_i, s_j – степени соответственно i-й и j-й вершин, которым инцидентно ребро u_s, b – коэффициент размытости [2]. Величина $(1/V_s)$ является оценкой вероятности выбора ребра u_s на r-м шаге. Введение в весовую функцию величины $(s_i + s_j + 1)$ обеспечивает равномерное увеличение всех степеней вершин графа в процессе формирования требуемой структуры сети. Это в конечном итоге приводит к достаточно быстрому построению топологии сети требуемой вершинной связности.

После очередного выбора ребра, если $m' \leq (m_2+r) < m''$, то проверяется вершинная связность суграфа (m' – минимальное количество ребер, обеспечивающих требуемую связность k [1]). Если полученная связность равна k, то алгоритм заканчивает свою работу. Для поверки k-связности суграфа используется условие, что при удалении из k-связного графа любых ($k–1$) вершин и инцидентных им ребер оставшийся подграф является или 1-связным, или тривиальным [3]. Таким образом, на 1-связность необходимо проверить C_n^{k-1} $(n–k+1)$-вершинных подграфов графа, проверяемого на связность. Предварительно в соответствии с теоремой Бонди [3] проверяется достаточное условие k-связности графа: граф k-связен, если $s_r \geq r+k-1$ для $1 \leq r \leq n-1-s_{n-k+1}$ в случае упорядоченности вершин графа так, что $s_1 \leq s_2 \leq \ldots \leq s_n$.

После каждого выбора ребра необходимо пересчитывать веса еще не включенных в сеть ребер, так как включение ребра на r-м шаге изменяет степени инцидентных ему вершин. Так после выбора на r-м шаге, например, ребра u_s, степени инцидентных ей i-й и j-й вершин увеличатся на единицу – $s_i^{r+1} = s_i^r + 1$ и $s_j^{r+1} = s_j^r + 1$. Поэтому для любого r на каждом $(r+1)$-шаге производится пересчет весов ребер V_s.

Коэффициент размытости b определяет степень изменения (уменьшения или увеличения) вероятностей выбора ребер графа. Как правило, величина b лежит в пределах от 10 до 35.

Так как k-связный граф может содержать от m' до m'' ребер, то целесообразно построить несколько k-связных суграфов, но выбрать k-связный суграф с минимальным количеством ребер.

Если при восстановлении топологии сети до требуемой связности k необходимо минимизировать суммарный вес включаемых в суграф ребер, то веса ребер целесообразно формировать в соответствии со следующим выражением $V_s=((w_s)^a \cdot (s_i+s_j+1)^{1-a})^b$, где w_s – вес пропорциональный стоимости или длина ребра u_s, a – коэффициент значимости, $0 < a < 1$. С помощью варьирования коэффициентами значимости a и размытости b реализуется возможность управления соотношением качества результатов восстановления сети и затрат машинного времени на это. При минимизации суммарного веса включаемых в суграф ребер необходимо сформировать несколько k-связных суграфов, но среди них выбрать k-связный суграф по критерию минимума суммы весов включенных ребер.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Зыков А. А. Основы теории графов. – М.: Наука, 1987. – 384 с.*
2. *Стрельченок В. Ф., Шостак А В. Приближенный метод синтеза топологической структуры k-связной СПД // АиВТ. – 1989. - № 6. – С. 40 – 45.*
3. *Свами М., Тхуласираман К. Графы, сети и алгоритмы. – М.: Мир, 1984. – 455 с.*

Поступила 16.10.2002

***ШОСТАК Анатолий Васильевич**, канд. техн. наук, доцент кафедры ХВУ. Окончил в 1981 году ХАИ. Область научных интересов – синтез топологических структур сетей.*