УДК 681.324

ПРОЦЕДУРА ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТОЧКИ ВХОДА НА ОСНОВЕ АНАЛИЗА ВЕКТОРОВ ВЕСОВЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ИСХОДНОГО ГРАФА СОСТОЯНИЙ

С.В. Осиевский, А.А. Тимченко
(представил проф. С.А. Соколов)

Предлагается процедура определения оптимальной точки входа в структуру графа при решении задачи определения кратчайших гамильтоновых путей.

Задача определения кратчайших гамильтоновых путей в графах является формальной моделью широкого класса задач управления в распределенных вычислительных системах и сетях. Эта задача относится к классу NP-полных задач и эффективных алгоритмов для ее решения неизвестно. В настоящее время является актуальной разработка алгоритмов с небольшой погрешностью решения задачи и обладающих малой временной сложностью.

Анализ существующих методов решения задачи поиска кратчайшего гамильтонового пути показал, что в этих методах, как правило, производится поиск решения по исходному графу, без предварительного упорядочивания вершин графа, либо с частичным упорядочиванием [1, 2]. Такие подходы позволяют несколько уменьшить временную сложность алгоритмов поиска кратчайшего гамильтонового пути.

Применительно к задачам оптимизации обработки информации в базах данных сложных динамических систем возможно также применение алгоритмов поиска кратчайших гамильтоновых путей на этапах диспетчеризации выполнения множества запросов и транзакций [3]. Исходными данными для решения такой задачи являются: неупорядоченное множество элементарных операций множества запросов и транзакций, матрицы связности между указанными операциями, матрицы весовых характеристик, численно отражающих время выполнения каждой элементарной операции [4].

Исследования путей решения данной задачи показало, что неупорядоченность множества элементарных операций не позволяет определить исходную точку входа в структуру графа. В связи с этим приходится осуществлять поиск либо от всех вершин, либо с применением некоторой процедуры отсечения неперспективных вариантов поиска [1, 5, 6]. С целью выполнения операции определения точки входа в граф поиска, в ряде работ указывается возможность введения дополнительной фиктивной вершины [1, 5]. Данная вершина характеризуется тем, что весовые характеристики по путям доступа к вершинам следующего уровня являются равнозначными, т.е. начало поиска кратчайшего пути выбирается по любому маршруту. На рис. 1 показан исходный граф поиска кратчайшего гамильтонового пути и на рис. 2 – граф с введением фиктивной вершины.

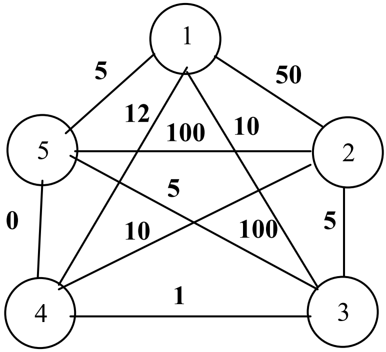

Рис. 1. Исходный граф поиска кратчайшего гамильтонового пути

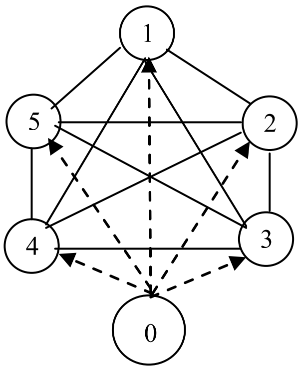

Рис. 2. Граф поиска кратчайшего гамильтонового пути с введением фиктивной вершины

	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5
S_1	–	50	∞	12	5
S_2	50	–	5	10	∞
S_3	∞	5	–	1	20
S_4	12	10	1	–	0
S_5	5	∞	20	0	–

Рис. 3. Матрица достижимости между операциями запроса после процедуры декомпозиции

Рассмотрим процедуру определения точки входа в структуру графа, с целью сокращения вычислительной сложности алгоритма и сокращения времени нахождения кратчайшего гамильтонового пути при заданном уровне отклонения от оптимального решения. Для определения стратегии выбора оптимальной точки входа в граф введем эвристическое правило.

Эвристическое правило. Оптимальной вершиной, для начала поиска кратчайшего гамильтонового пути, следует принимать ту вершину, для которой суммарное число максимальных весов, по направлениям движения к соседним вершинам, является наибольшим. Данное правило основано на том, что существует большая вероятность того, что в кратчайшем гамильтоновом пути вершина S обязательно будет стоять на k-м месте. Высказанное эвристическое правило подтверждается экспериментальными исследованиями.

Исходя из исходных данных, изложенных в [6], на первом этапе формируется матрица достижимости между элементарными операциями запросов и транзакций. Для иллюстрации данной процедуры используется граф, представленный на рис. 1. Составленная матрица достижимости имеет вид, представленный на рис. 3.

Уточнение. При выполнении процедуры формирования матрицы достижимости для неполносвязных графов производится их дополнение до полносвязных посредством присвоения весов отсутствующим связям, равным ∞. Выполнение данного приведения обеспечивает возможность нахождения оптимального решения на последующих шагах реализации алгоритма поиска кратчайшего гамильтонового пути.

На основе анализа весовых характеристик матрицы достижимости формируется матрица условных индексов максимальных элементов по правилу (1):

$$i^*: \alpha_{i^*j} = \max\left[\alpha_{ij}\right], \qquad (1)$$

где i^* – номер строки, в которой находится максимальный элемент, определенный при анализе столбцов, j – номер столбца, a_{ij} – числовое значение веса при переходе с S_i. в S_j. Тогда матрица условных индексов B формируется по следующему правилу:

	1	2	3	4	5	Σ
S_1	–	0	1	1	0	2
S_2	0	–	0	0	1	1
S_3	1	0	–	0	0	1
S_4	0	0	0	–	0	0
S_5	1	0	0	0	–	1

Рис. 4. Матрица условных индексов

$$b_{i,j} = \begin{cases} 1, & \text{если} \quad i^* = i; \\ 0, & \text{в противном случае} \end{cases} \quad \text{для} \quad j = \overline{1,N}. \qquad (2)$$

Полученная в результате предыдущих вычислений матрица имеет вид, представленный на рис. 4.

По введенному эвристическому правилу выбора точки входа на следующем этапе определяем число единиц в каждой строке матрицы B:

$$\forall i \quad S_{ij^*} = \sum_{j=1}^{m} b_{ij}. \qquad (3)$$

Для приведенного примера максимальное число единиц равно 2 для первой строки (рис. 4). Соответственно точкой входа для графа поиска кратчайшего гамильтонового пути выбираем вершину S_1.

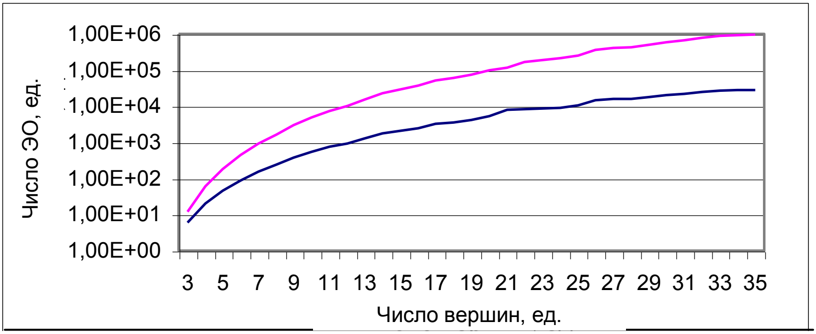

Рис. 5. График зависимости числа элементарных операций от размерности задачи для метода ПКГП с применением процедуры нахождения точки входа (нижний график) и без применения процедуры (верхний график)

На последующих шагах алгоритма поиск производится не от всех вершин графа, а только от вершины, выбранной в качестве исходной (согласно алгоритму, приведенному в [6]). Проведенные исследования показали, что введение процедуры определения оптимальной точки входа обеспечивает сокращение вычислительной сложности алгоритма поиска кратчайшего гамильтонового пути в $(n - 1)$ раз, с сохранением величины погрешности, что и показано на рис. 5, 6.

Таким образом, проведенные исследования показали целесообразность использования процедуры предварительного анализа информационного графа для решения задач поиска кратчайшего гамильтонового пути. Вычислительная сложность самой процедуры составляет в худшем случае n^2, что согласно правил определения вычислительной сложности составных алгоритмов [1], не влияет на этот показатель при решении NP-сложных задач.

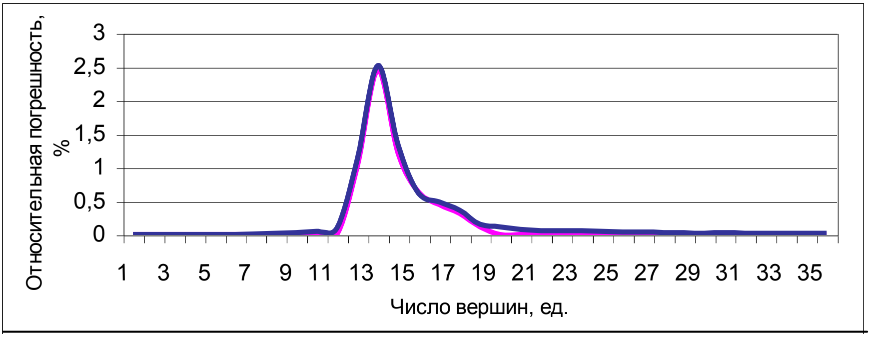

Рис. 6. Относительная погрешность решения задачи поиска кратчайшего гамильтонового пути для метода ПКГП с применением процедуры поиска точки входа (верхний график) и без применения процедуры (нижний график)

При этом основными элементарными операциями в предлагаемой процедуре являются операции сравнения.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Кристофидес Н. Теория графов. – М.: Мир, 1978. – 432 с.*
2. *Басакер Р., Саати Т. Конечные графы и сети. – М.: Наука, 1974. – 366 с.*
3. *Томас Коннолли, Каролин Бег. Базы данных: проектирование, реализация и сопровождение. – М.: Вильямс, 2000. – 1114 с.*
4. *Кульба В.В., Ковалевский С.С., Косяченко С.А. Теоретические основы проектирования оптимальных структур распределенных баз данных. – М.: Синтег, 1999. – 461 с.*
5. *Гудман С., Хидетниеми С. Введение в разработку и анализ алгоритмов. – М.: Мир, 1981. – 365 с.*
6. *Осиевский С.В. Способ решения задачи параллельной обработки запросов к базам данных // Системи обробки інформації. – Х: НАНУ, ПАНМ, ХВУ. – 2002. – Вип. 5(21). – С. 197 – 204.*

Поступила 11.11.2002

***ОСИЕВСКИЙ Сергей Валерьевич**, адъюнкт кафедры Харьковского военного университета. В 1997 году окончил Харьковский военный университет. Область научных интересов – управление процессами сопровождения и развития баз данных в АСУ.*

***ТИМЧЕНКО Алексей Александрович**, аспирант ХТУРЕ. В 2000 году окончил ХТУРЕ. Область научных интересов – информационно-вычислительные процессы в экономической деятельности.*