УДК 519.6:621.391

ВЛИЯНИЕ ДОРОЖНЫХ УСЛОВИЙ НА СТРАТЕГИЮ ПОДВИЖНЫХ РАДИОСРЕДСТВ В АНТАГОНИСТИЧЕСКОЙ ИГРЕ

Д.Л. Осипов
(представил д.т.н., проф. В.В. Федоренко)

Рассмотрены стратегии перемещений и гарантированные выигрыши радиосредств в антагонистической игре с системой поражения в зависимости от густоты сетки дорог.

Проблемы практики управления пространственным положением и перемещением различных объектов в условиях мешающего влияния внешней среды послужили толчком к появлению и последующему развитию теорий антагонистических, позиционных, многошаговых и других им подобных игр [1 – 3]. Рассмотрим пример использования методов теории игр для динамического изменения местоположения радиосредств (РС), располагаемых на наземных подвижных транспортных средствах, с целью избежания контакта с системой поражения (СП).

В соответствии с принципами теоретико-игрового подхода к решению задач оптимизации характеристик мобильности РС поведение СП представляется наихудшим относительно выбранного показателя эффективности функционирования радиосредств в пределах заданных энергетических, динамических и информационных ограничений.

В качестве целевой функции в игровой задаче двухсторонней оптимизации выберем вероятность радиоконтакта на очередном цикле $P_{рк}$. В отличие от традиционного соответствия нумерации игроков и знака целевой функции в данной игре удобнее считать, что первый игрок (РС) стремится к минимизации целевой функции. Таким образом, необходимо решить игру $Г(P_x, P_y, P_{рк})$, где P_x – множество возможных смешанных стратегий выбора координат очередного местоположения РС $p_x(K_x) \in P_x$ первым игроком, P_y – множество возможных смешанных стратегий выбора координат точки расположения $p_y(K_y) \in P_y$ второго игрока (СП). Целевая функция, соответствующая в данном случае проигрышу первого игрока, связана с выбираемыми стратегиями игроков таким выражением:

$$P_{рк} = \iint\limits_{K_S} p_x(K_x) \cdot p_y(K_y) \cdot \varphi(K_x, K_y) \cdot dK_x \cdot dK_y \,, \tag{1}$$

где φ (K_x, K_y) – вероятность поражения РС при известных координатах местоположения РС K_x и мест дислокации СП K_y; $p_x(K_x)$ и $p_y(K_y)$ – плотности распределения соответствующих величин.

Для худшего случая при известном радиусе поражения первого игрока R_n можно задать функцию φ (K_x, K_y) в виде:

$$\varphi(K_x, K_y) = \begin{cases} 1, & \left|K_x - K_y\right| \le R_n; \\ 0, & \left|K_x - K_y\right| > R_n. \end{cases} \tag{2}$$

Множество возможных значений координат $K_x \in K_{Sx} \subset K_S$, выбираемых первым игроком в пределах площади S, определяется, в общем случае, конкретными физико-географическими условиями в окрестности предыдущего местоположения радиосредств и максимальной скоростью перемещения используемых транспортных средств V_{PC} (при необходимости с учетом свертывания и развертывания радиосредств). Дополнительным управляемым параметром при этом является длительность перерыва связи T_{nc}, связанного с выключением радиоизлучения на время перемещения на максимально возможное расстояние уклонения $R_{укл} = V_{PC} \cdot T_{nc}$.

Еще одним управляемым параметром будем полагать длительность сеансов связи T_{cc} из одного местоположения РС, которая влияет, с одной стороны, на выполнение основных задач по связи, а с другой стороны, на степень защищенности радиосредств в виде среднего времени реакции системы СП T_r.

Не ограничивая общности, будем считать, что в исходный момент перед каждым очередным перемещением РС находится в точке с координатами {0,0}, а через промежуток времени $T_{укл}$ (время уклонения) – в точке с координатами $K_{xt} = \{x_1, x_2\}$, где $\left(x_1^2 + x_2^2\right) \le 1$. Координаты x_1 и x_2 являются нормированными относительно максимального расстояния $R_{укл}$, на которое может переместиться РС за время $T_{укл}$, т.е.

$$R_{укл} = V_{TM} \cdot T_{укл}. \tag{3}$$

Следовательно, x_1 и x_2 могут принимать значения в диапазоне от (–1) до (+1). При этом в качестве радиуса поражения r_n будем рассматривать относительную величину

$$r_n = R_n / R_{укл}. \tag{4}$$

Полагая, что цикл реакции СП на поражение первого игрока начинается в момент начала очередного сеанса связи с нового местоположения, т.е. $T_ц = T_{cc} + T_{nc}$, время уклонения $T_{укл}$ можно определить следующим образом:

$$
T_{укл} = \begin{cases} 0, & T_{cc} \ge T_r; \\ T_r - T_{cc}, & T_{cc} < T_r \le T_ц; \\ T_r \cdot T_{nc} / T_ц, & T_ц < T_r. \end{cases} \qquad (5)
$$

При выборе вторым игроком точек местоположения с относительными координатами $K_{yt} = \{y_1, y_2\}$ его выигрыш с учетом (2) составит [1]:

$$
P_{рк} = \begin{cases} 1, & \sqrt{(x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2} \le r_n; \\ 0, & \sqrt{(x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2} > r_n. \end{cases} \qquad (6)
$$

В [1] рассмотрен случай, когда выбор очередного местоположения первого игрока на местности ничем не ограничен, кроме максимального расстояния. В данном случае круговой области возможных перемещений удобней перейти к полярным координатам $K_{xt} = \{r_x, j_x\}$ и $K_{yt} = \{r_y, j_y\}$, где j_x (j_y) и r_x (r_y) – соответственно направление и расстояние перемещения первого (второго) игрока (рис. 1).

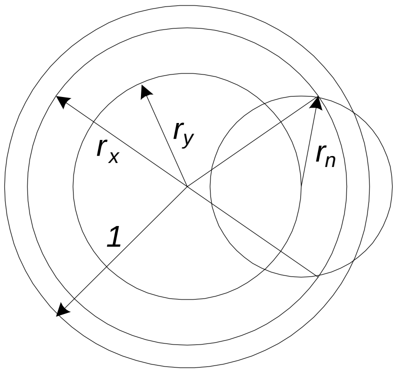

Рис 1. Случай круговой области перемещения радиосредств

Исходя из симметрии всех направлений перемещения, оптимальным с точки зрения обоих игроков будет равновероятный выбор значений j_x и j_y в диапазоне $[0...2p)$. В этом случае в качестве чистых стратегий игроков остаются только радиусы окружностей уклонения r_x и поражения r_y, выбираемые в диапазоне [0...1]. При этом вместо сформулированной выше игры $Г(.)$ можно рассматривать игру $Г'(r_x, r_y, P_{рк})$, в которой функция выигрыша $P_{рк}$ связана с чистыми стратегиями игроков $r_x \in r_x$ и $r_y \in r_y$ следующим образом [1]:

$$
P_{рк} = \begin{cases} \frac{1}{\pi} \cdot \arccos\left(\frac{r_x^2 + r_y^2 - r_n^2}{2 \cdot r_x \cdot r_y} \right), & r_x + r_y > r_n \cap \left| r_x - r_y \right| \le r_n; \\ 1, & r_x + r_y \le r_n; \\ 0, & r_x + r_y > r_n \cap \left| r_x - r_y \right| > r_n. \end{cases} \qquad (7)
$$

Во многих случаях перемещение наземных транспортных средств ограничивается существующей дорожной сетью, которая может быть представлена в модели в виде сетки линий.

Если $R_{укл}$ не превышает расстояния между узлами сетки дорог, что соответствует случаю редкой сетки (рис. 2), то допустимое множество возможных мест размещения РС можно представить в виде двух перпендикулярных пересекающихся отрезков длиной $2 \cdot R_{укл}$. Стратегия второго игрока в данном случае, как и в случае круговой области перемещения РС, включает выбор направления j_y в диапазоне $[0...2p)$, а стратегия первого игрока ограничена выбором только одного из четырех направлений j_{xi}, $i = 1...4$, следующих с шагом $p/2$. Кроме того, стратегии игроков включают выбор расстояний r_x, r_y из диапазона [0...1].

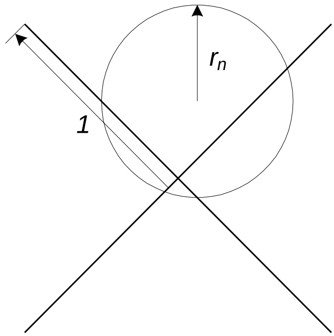

Рис. 2. Случай редкой сетки дорог

Оптимальная стратегия выбора первым игроком очередного местоположения РС зависит от относительного радиуса поражения r_n. Если $r_n > 1$, то уклонение бесполезно, т.к. при $r_y^* = 0$ второй игрок обеспечивает поражение независимо от стратегии первого игрока $P_{px}^* = 1$.

При $r_n < 1$, исходя из симметрии направлений, следует, что оптимальная стратегия второго игрока должна включать равновероятный выбор любого из четырех направлений.

При $\left(1/\sqrt{2}\right) \le r_n < 1$ оптимальной стратегией первого игрока является выбор $r_x^* = 1$, а второго –

$$r_y^* = \left(1 - \sqrt{2r_n^2 - 1}\right) \Big/ \sqrt{2},$$

причем j_y выбирается равновероятно из четырех направлений, смещенных относительно j_{xi} на $p/4$. Гарантируемый выигрыш второго игрока при этом составляет $P_{px}^* = 0.5$. Рассуждая аналогичным образом, можно после-

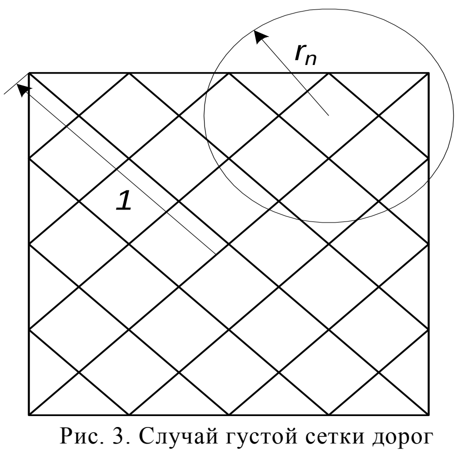

Рис. 3. Случай густой сетки дорог

довательно получить результаты решения игры для случаев

$$0 < r_n < (1/\sqrt{2}).$$

В заключение рассмотрим случай, когда возможные места развертывания и маршруты движения РС ограничены клетчатой сеткой дорог, но в отличие от рассмотренного выше случая расстояния между узлами сетки намного меньше $R_{укл}$ (случай густой сетки дорог – рис. 3).

Это приводит к тому, что за одно и то же время $T_{укл}$ РС не может переместиться на расстояние $R_{укл}$ в любую другую сторону, кроме четырех направлений, идущих вдоль расходящихся дорог (без поворотов). В любом другом направлении РС будет вынужден перемещаться с поворотами, в результате чего расстояние по прямой от начальной точки до конечной будет меньше, чем $R_{укл}$. В худшем случае, если необходимо переместить РС в направлении диагонали дорожных кварталов, то максимальное расстояние составит $R_{укл}\big/\sqrt{2}$. В целом область возможного местоположения ТМ в данном случае будет иметь форму квадрата с длиной диагонали, равной $2R_{укл}$, или в нормированном виде равной 2.

Стратегия первого игрока в данном случае описывается также, как в случае круговой области, но с учетом различия максимальных расстояний уклонения в различных направлениях. Решение игры может быть получено путем выделения доминирующих точек при различных радиусах поражения. В частности, при $1\big/\sqrt{2} \le r_n < 1$ оптимальные стратегии игроков и цена игры совпадают с приведенными выше результатами для случая редкой сетки дорог. При меньшем радиусе поражения оптимальные стратегии игроков будут отличаться от результатов в предыдущем случае.

Гарантированный выигрыш второго игрока в случае густой сетки дорог при всех $0 < r_n < 1$ принимает значения не меньше выигрыша в случае круговой области и не больше выигрыша в случае редкой сетки дорог. Причем при $r_n \to 1$ данный выигрыш совпадает с выигрышем в случае редкой сетки дорог, а при $r_n \to 0$ он стремится к значению выигрыша в случае круговой области, отличаясь от него в большую сторону в $p/2$ раз.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Дюбин Г.Н., Суздаль В.Г. Введение в прикладную теорию игр. – М.: Наука, 1981. – 336 с.*
2. *Петросян Л.А., Зенкевич Н.А., Семина Е.А. Теория игр. – М.: Высш. шк., 1998. – 304 с.*
3. *Петросян Л.А., Гарнаев А.Ю. Игры поиска. – С.-Пб: Изд-во ЛГУ, 1992. – 216 с.*

Поступила 25.11.2002

***ОСИПОВ Дмитрий Леонидович**, научный сотрудник НИЛ филиала Ростовского военного института РВ (г. Ставрополь). Область научных интересов – сети передачи*

данных.