

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДЕЛЕГИРОВАННОГО МОНИТОРИНГА

к.ф.-м.н. Л.Д. Филатова, О.Е. Илясова
(представил д.ф.-м.н., проф. Ю.Г. Машкаров)

В статье на основе модели Даймонда сформулировано и доказано необходимое условие преимущества делегированного банку мониторинга по сравнению с прямым контролем со стороны инвестора.

Постановка проблемы. При работе в ситуации неблагоприятного выбора и информационной асимметрии перед инвесторами возникает проблема контроля за процессом выполнения того проекта, в который они вкладывают свои средства. Осуществление такого контроля (мониторинга) может существенно увеличить эффективность инвестирования.

Очевидно, что деятельность по мониторингу заемщика может осуществляться как непосредственно инвестором, так и специальными фирмами, например, рейтинговыми агентствами, аналитическими или аудиторскими компаниями. В этой роли могут выступать и банки. Но эта проблема пока не нашла должного теоретического отражения как в отечественной, так и в зарубежной литературе.

Анализ литературы. Теоретическая модель, описывающая работу банка как учреждения делегированного мониторинга, предложена в работах Даймонда [1 – 3]. Эта модель основывается на следующих предположениях.

1. В некоторой экономической системе функционирует n идентичных фирм, которым необходимы средства для финансирования своих проектов. Доходы фирм распределены одинаково и независимо. Каждая фирма по результатам осуществления своего проекта получает некоторый доход, который рассматривается как реализация случайной величины \tilde{y} . Его истинное значение неизвестно инвестору, что и порождает для него проблему возможного морального ущерба в случае недобросовестного поведения заемщика. Данная проблема может быть решена двумя принципиальными способами:

– проведением мероприятий по мониторингу, что требует дополнительных затрат в размере K единиц;

– путем заключения долговых контрактов с издержками штрафного характера в размере C ($K < C$).

2. Предполагается, что каждый инвестор обладает денежными средствами в размере $1/m$. Таким образом, для финансирования одного проекта требуется привлечение m инвесторов.

В рассматриваемой экономической системе существуют по меньшей мере nm инвесторов, что обеспечивает возможность финансирования всех проектов.

Схема, показанная на рис. 1, соответствует ситуации непосредственного контроля инвесторов за своими заемщиками. Нетрудно сочитать, что общие издержки на контроль при этом будут равны nmK .

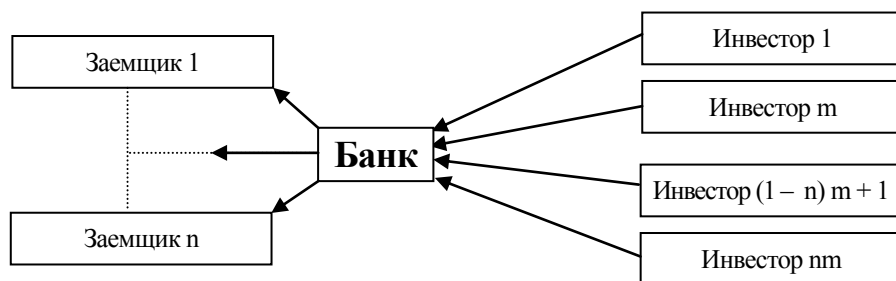


Рис. 1. Схема непосредственного мониторинга заемщиков со стороны инвесторов

В этом случае, если в системе существует финансовый посредник (банк), то функции мониторинга могут выполняться им (рис. 2). Банк может по своему усмотрению выбирать те формы, в которых осуществляется контроль: контролируется каждая фирма (общие издержки равны nK); с каждой фирмой заключается долговой контракт (общие издержки равны nC).

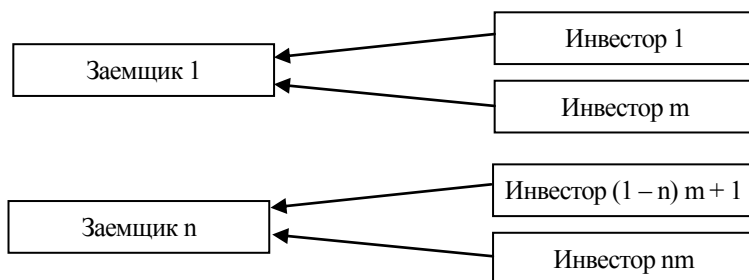


Рис. 2. Схема делегированного мониторинга через банк

Поскольку $K < C$, то первый вариант поведения для банка будет бо-

лее предпочтительным.

Цель работы: показать преимущество делегированного банку мониторинга по сравнению с прямым контролем со стороны инвестора.

Основные идеи. В описанной схеме банк выступает как учреждение делегированного мониторинга. Параллельно возникает проблема контроля самого банка. Возможность прямого контроля за банком со стороны каждого кредитора в отдельности нереалистично. В связи с этим предположим, что со стороны банка инвесторам предлагаются депозитные контракты, по которым инвесторам в обмен на депозит размером $1/m$ гарантируется выплата суммы R_d/m . Денежный поток, получаемый банком как финансовым посредником, может быть представлен случайной величиной

$$\tilde{z} = \sum_{i=1}^n \tilde{y}_i - nK, \quad (1)$$

где $\sum_{i=1}^n u_i$ – сумма платежей, собираемых банком от заемщиков; nK – затраты на осуществление мониторинга.

Если предположить, что инвесторы являются риск-нейтральными и могут осуществлять вложения в некоторые внешние проекты с доходностью R , то условие равновесия в рассматриваемой модели запишется в виде

$$E \left\{ \min \left(\sum_{i=1}^n \tilde{y}_i - nK, nR_d^* \right) \right\} = nR, \quad (2)$$

где R_d^* – равновесный уровень ставки по депозитным договорам, предлагаемым банками инвесторам. Необходимо отметить, что значение R_d^* зависит от n .

Общие издержки передачи полномочий C_n равны ожидаемым штрафным санкциям в случае банкротства:

$$C_n = E \left\{ \max \left(nR_d^* + nK - \sum_{i=1}^n \tilde{y}_i, 0 \right) \right\}. \quad (3)$$

Сформулируем и докажем следующее утверждение: *делегированный банку мониторинг будет эффективнее прямого контроля со стороны инвестора тогда и только тогда, когда*

$$nK + C_n < nmK \quad (4)$$

Разделим неравенство (4) на n и получим $K + C_n/n < mK$. Так как $m > 1$, то достаточно доказать, что $C_n/n \rightarrow 0$ при $n \rightarrow \infty$. Разделив (2) на

п, получим

$$E \left\{ \min \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \tilde{y}_i - K, R_d^* \right) \right\} = R, \quad (5)$$

а разделив (3) на п, имеем

$$\frac{C_n}{n} = E \left\{ \min \left(R_d^* + K - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \tilde{y}_i, 0 \right) \right\}. \quad (6)$$

В соответствии с законом больших чисел $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \tilde{y}_i$ почти наверное сходится к $E(y)$, откуда получается, что $E(\tilde{y}) > K + R$.

Соотношение (5) показывает, что $\lim_{n \rightarrow \infty} R_d^* = R$. Поэтому из (6) следует доказываемое утверждение:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (C_n / n) = \max (R + K - E(\tilde{y}), 0) = 0.$$

Вывод. Если контроль эффективен ($K < C$), возможности инвесторов ограничены ($m > 1$), сам процесс инвестирования приносит доход ($E(\tilde{y}) > K + R$) и значение п достаточно велико, то ситуация, в которой присутствуют финансовые посредники, будет эффективнее, чем ситуация, основанная на использовании непосредственного контроля инвестора за заемщиком (прямое кредитование).

ЛИТЕРАТУРА

1. Diamond D. *Financial intermediation and delegated monitoring* // *Review of economic studies*. – 1984. – Vol. 51. – P. 393 – 414.
2. Diamond D. *Monitoring and reputation: The choice between bank loans and directly placed debt* // *Journal of Political Economy*. – 1991. – Vol. 99. – P. 689 – 721.
3. Diamond D., Dybvig P. *Bank runs, deposit insurance and liquidity* // *Journal of Political Economy*. – 1983. – Vol. 91. P. 401 – 419.

Поступила 31.03.2003

Филатова Любовь Дмитриевна, кандидат физико-математических наук, доцент Харьковского филиала Украинской академии банковского дела. В 1984 году окончила Харьковский государственный университет им. А.М. Горького. Область научных интересов – математические методы исследования операций.

Илясова Ольга Евгеньевна, преподаватель Харьковского филиала Украинской академии банковского дела. В 1995 году окончила Харьковский государственный университет им. А.М. Горького. Область научных интересов – системы защиты информации.