

МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ И РИСКА ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ ПРИ ПРОВЕДЕНИИ ОПЕРАЦИЙ В УСЛОВИЯХ НЕСТОХАСТИЧЕСКОЙ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

д.т.н., проф. В.М. Бильчук, О.В. Десятов, И.С. Николаева

Предложены показатели эффективности и риска при принятии решения ЛПР как меры четкости и нечеткости нечеткой функции нечеткого соответствия требуемого и возможного результатов операции в условиях нестохастической неопределенности.

Постановка проблемы. Принятие решений оперирующей стороной по планированию и организации операции связано с оценкой соответствия требуемого (желаемого) и возможного ее результатов по принятому показателю. Индивидуальность всякой операции приводит к тому, что, в общем случае, она должна рассматриваться в условиях нестохастической неопределенности. Тогда возникает необходимость решения актуальной проблемы: основы принятия решений по планированию и организации операции в условиях нестохастической неопределенности. Ее решение связано с выявлением содержания функции соответствия требуемого и возможного результатов операции в условиях нестохастической неопределенности и методического подхода к опеределению показателей эффективности и риска принятия решений ЛПР, которые отражали бы природу нечеткой среды.

Анализ литературы. В [1 – 3] рассмотрено содержание эффективности операции, функции соответствия требуемого и возможного результатов операции. При этом результат операции трактуется как достижение некоторого случайного события, или как возможное значение случайной величины. При таком рассмотрении предложен методический подход к оценке показателей и критериев эффективности операции в условиях стохастической определенности. В [4 – 6] рассмотрены вопросы обработки нечеткой информации в интересах выработки рекомендаций для принятия решений и последние достижения в решении ряда задач экономико-математического моделирования. Все изложенное в анализируемой литературе позволяет сформулировать цель настоящей научной статьи и изложить решение поставленной задачи, обеспечивающей достижение цели.

Цель работы. Целью настоящей работы является выявление содер-

жания функции соответствия требуемого и возможного результатов операции в условиях нестохастической неопределенности и разработке методического подхода в интересах оценки показателей эффективности операции и показателей риска ЛПР при принятии решений, отражающих природу нечеткой среды планирования и организации проведения операции.

Решение поставленной задачи. При описании прогнозируемых операций сторон А и В, в интересах оперирующей стороны А, оценки требуемого и возможного результатов могут производиться в условиях нестохастической неопределенности. Нечеткость описания основных характеристик ресурсов, которыми располагает А, и нечеткое описание основных характеристик объектов вложения этих ресурсов стороны В приводят к возможности лишь нечеткого описания требуемого и возможного результатов операции. Если результат операции суть некоторые детерминированные неслучайные величины или математические ожидания введенных в рассмотрение случайных величин, то нечеткое описание требуемого результата может быть представлено нечетким подмножеством $\bigcup_{x \in C_x} (\mu_{\tilde{C}}(x)/x)$, где $\mu_{\tilde{C}}(x)$ –

функция принадлежности нечеткого подмножества требуемого результата \tilde{C} , $x \in X$ – величина измерения результата операции, C_x – носитель \tilde{C} , и оно может быть получено по результатам обработки экспертизы. Возможный результат описывается нечетким подмножеством $\bigcup_{x \in D_x} (\mu_{\tilde{D}}(x)/x)$,

формирование которого основано на нечетких подмножествах основных характеристик ресурсов А, нечетких подмножеств функций полезностей сторон и функций выигрыша оперирующей стороны.

Под **эффективностью операции**, которая описывается в нечеткой среде, следует понимать нечеткое соответствие нечетких подмножеств возможного и требуемого результатов операции.

Под **показателем эффективности операции** следует понимать численную меру нечеткого соответствия нечетких подмножеств возможного и требуемого результатов операции, которая описывается в нечеткой среде.

В [4] введено понятие **четкости нечеткого подмножества** \tilde{E} , которая определяется по соотношению вида

$$D(\tilde{E}, \tilde{E}) = \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \mu_{\tilde{E}}(x_i) - \mu_{\tilde{E}}(x_i) \right|^2 \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (1)$$

где \tilde{E} – дополнение к \tilde{E} ; $\mu_{\tilde{E}}(x_i)$, $\mu_{\tilde{E}}(x_i)$ – соответственно функции

принадлежности нечетких подмножеств \tilde{E} и $\tilde{\bar{E}}$.

Тогда мера нечеткости нечеткого подмножества

$$\bar{D}(\tilde{E}, \tilde{\bar{E}}) = 1 - D(\tilde{E}, \tilde{\bar{E}}). \quad (2)$$

По своему формальному представлению (1) описывает расстояние между \tilde{E} и $\tilde{\bar{E}}$. Для четкого множества E $D(E, \bar{E}) = 1$, а $\bar{D}(E, \bar{E}) = 0$. Для нечеткого подмножества \tilde{E} , для которого $\mu_{\tilde{E}}(x_i) = 0,5$ для $\forall x_i \in X$ имеем, согласно (1), $D(\tilde{E}, \tilde{\bar{E}}) = 0$, а $\bar{D}(\tilde{E}, \tilde{\bar{E}}) = 1$.

В [1] приведено понятие соответствия возможного и требуемого результатов операции в условиях нестохастической неопределенности и изложены показатели эффективности операции как математическое ожидание функции соответствия. Если требуемый результат есть детерминированная величина u_{TP} , а возможный результат описывается случайной величиной $Y(u)$, где $u \in U$, U – подмножество стратегий, и цель операции трактуется как случайное событие, состоящее в выполнении неравенства $Y(u) \geq u_{TP}$, $u \in U$, то значение показателя эффективности операции $W(u)$, введенного как указано выше, совпадает с численной мерой случайного события $Y(u) \geq u_{TP}$, $u \in U$, т.е. $W(u) = P(Y(u) \geq u_{TP})$.

Если ЛПР принимает решение, основываясь на таком показателе эффективности операции, то оно допускает риск, численной мерой которого является $P(Y(u) < u_{TP}) = R(u)$. Этим принимается утверждение, что показатель риска $R(u)$ отражает меру неопределенности при рассмотрении операции в условиях стохастической неопределенности.

При рассмотрении операции в условиях нестохастической неопределенности естественно исходить из принципа, который состоит в том, что показатель эффективности операции и показатель риска должны определяться мерами четкости и нечеткости нечетких подмножеств требуемого и возможного результатов операции.

Введем в рассмотрение функцию нечеткого соответствия нечетких подмножеств требуемого и возможного результатов операции на множестве стратегий U вида

$$\mu(u) = \mu \left(\bigcup_{x \in D_x} (\mu_{\bar{D}}(u, x) / x), \bigcup_{x \in C_x} (\mu_{\bar{C}}(x) / x) \right). \quad (3)$$

На рис. 1 представлены графические представления функций при-

надлежностей требуемого и возможного результатов операции.

Кривая 6 есть функция принадлежности четкого множества С требуемого результата операции, которая отвечает суждению, что величина требуемого результата равная 0,7 велика; кривая 7 есть функция принадлежности четкого множества D возможного результата операции, которая отвечает суждению, что величина возможного результата равная 0,8 велика. Кривая 3 есть функция принадлежности нечеткого подмножества \tilde{C}_3 требуемого результата операции, кривые 1, 2, 4, 5, 8 есть функции принадлежностей нечетких подмножеств, соответственно \tilde{C}_1 , \tilde{C}_2 , \tilde{C}_4 , \tilde{C}_3 , \tilde{C}_8 , возможных результатов операции, которые отвечают реализации различных стратегий $u \in U$.

В соответствии с рис. 1 множества С, D и нечеткие подмножества \tilde{C}_3 , \tilde{C}_1 , \tilde{C}_2 , \tilde{C}_8 представим в принятой записи, а именно:

C:

0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,95
1	1	1	1	1	1

 ;

D:

0,8	0,85	0,9	0,95
1	1	1	1

 ;

\tilde{C}_3 :

0,45	0,5	0,55	0,6	0,65	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,95
0	0,2	0,35	0,55	0,75	1	1	1	1	1	1

 ;

\tilde{C}_1 :

0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,95
0	0,5	1	0,6	0,3	0

 ;

\tilde{C}_2 :

0,75	0,8	0,85	0,9
0	1	0,4	0

 ;

\tilde{C}_8 :

0,5	0,55	0,6	0,65	0,7	0,75	0,8	0,85
0	0,16	0,32	0,46	0,62	0,75	1	0

 ;

где в первой строке указаны их носители $C_x, D_x, C_{3,x}, C_{1,x}, C_x, C_x$, соответствующие $x \in X$, а во второй соответствующим носителям поставлены в соответствие значения функций принадлежностей $(\mu_C(x)/x)$; $(\mu_D(x)/x)$; $(\mu_{\tilde{C}_3}(x)/x)$; $(\mu_{\tilde{C}_1}(x)/x)$; $(\mu_{\tilde{C}_2}(x)|x)$; $(\mu_{\tilde{C}_8}(x)|x)$. Введем в рассмотрение четкие подмножества α -уровней для рассмотренных выше С, D, \tilde{C}_3 , \tilde{C}_1 , \tilde{C}_2 , \tilde{C}_3 , где α есть принятое значение им соответствующих функций принадлежностей, а именно: $C_x^{(\alpha)}$,

$D_x^{(\alpha)}$, $C_{3,x}^{(\alpha)}$, $C_{1,x}^{(\alpha)}$, $C_{2,x}^{(\alpha)}$, $C_{3,x}^{(\alpha)}$. Из представления C , D , \tilde{C}_3 , \tilde{C}_1 , \tilde{C}_2 , \tilde{C}_3 видно, что при рассмотрении четких множеств требуемого результата операции C и возможного D имеем: $D_x^{(\alpha)} \subset C_x^{(\alpha)}$, $\forall \alpha \in [0,1]$; при рассмотрении четкого множества требуемого результата C и нечеткого подмножества возможного результата \tilde{C}_1 имеем: $C_{1,x}^{(\alpha)} \subset C_x^{(\alpha)}$, $\forall \alpha \in [0,1]$; при рассмотрении \tilde{C}_3 и \tilde{C}_1 – $C_{1,x}^{(\alpha)} \subset C_{3,x}^{(\alpha)}$, $\forall \alpha \in [0,1]$; $C_{2,x}^{(\alpha)} \subset C_{3,x}^{(\alpha)}$, $\forall \alpha \in [0,1]$ при рассмотрении \tilde{C}_2 и \tilde{C}_3 ; $C_{3,x}^{(\alpha)} \subset C_{8,x}^{(\alpha)}$, $\forall \alpha \in [0,1]$ при рассмотрении \tilde{C}_3 и \tilde{C}_8 . Тогда, для описанных выше исходов, функция нечеткого соответствия нечетких подмножеств требуемого и возможного результатов операции (3) на множестве возможных стратегий U представляется в виде

$$\mu(u) = \bigcup_{D_x \subset C_x} \left((\mu_C(x) - \mu_D(u, x)) / x \right) \quad (4)$$

при рассмотрении C и D ;

$$\mu(u) = \bigcup_{\substack{C_{1,x} \subset C_x \\ (C_{2,x} \subset C_x)}} \left((\mu_C(x) - \mu_{\tilde{C}_1(\tilde{C}_2)}(u, x)) / x \right) \quad (5)$$

при рассмотрении C и \tilde{C}_1 или C и \tilde{C}_2 ;

$$\mu(u) = \bigcup_{\substack{C_{1,x} \subset C_{3,x}, (C_{2,x} \subset C_{3,x}) \\ C_{8,x} \subset C_{3,x}}} \left((\mu_{\tilde{C}_3}(x) - \mu_{\tilde{C}_1(\tilde{C}_2, \tilde{C}_8)}(u, x)) / x \right) \quad (6)$$

при рассмотрении \tilde{C}_3 и \tilde{C}_1 или \tilde{C}_3 и \tilde{C}_2 , или \tilde{C}_3 и \tilde{C}_8 .

Численная мера четкости (близости), в общем случае, нечетких подмножеств (4) – (6) будет выступать мерой показателя эффективности $W(u)$ операции, а численная мера нечеткости нечетких подмножеств (4) – (6) будет выступать мерой риска $R(u)$. Для случая, когда требуемый результат операции есть четкое множество C , а возможный результат операции есть четкое множество D , то функция нечеткого соответствия, согласно (4), представляется четким множеством вида

$$\mu(u) = (C \setminus D(u)) : \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline 0,7 & 0,75 & 0,8 & 0,85 & 0,9 & 0,95 \\ \hline 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline \end{array}$$

Тогда согласно (1) и (2) имеем:

$$W(u) = D((C \setminus D(u), \overline{(C \setminus D(u))}) = 1;$$

$$R(u) = 1 - D((C \setminus D(u), \overline{(C \setminus D(u))}) = 0,$$

т.е. $\forall u \in U$ при описании требуемого и возможного результатов операции четкими множествами C и $D(u)$, при выполнении условия $D_x^{(\alpha)} \subset C_x^{(\alpha)}$, $\forall \alpha \in [0,1]$ природа риска в нечеткости отсутствует, и ЛПП при заданном уровне четкого требуемого результата операции может принимать решение о том, что цель операции будет достигнута при любой стратегии, удовлетворяющей указанному выше условию.

Для случая, когда требуемый результат есть четкое множество C , а возможный результат операции описывается нечеткими подмножествами $\tilde{C}_1(u_1)$ или $\tilde{C}_2(u_2)$, $u_1, u_2 \in U$, то функция нечеткого соответствия четкого множества требуемого результата операции и нечеткого подмножества возможного результата операции согласно (5) для C и $\tilde{C}_1(u_1)$ представляется следующим подмножеством:

$$\mu(u) = (C \setminus \tilde{C}_1(u_1)) :$$

0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,95
1	0,5	0	0,4	0,7	1

а для C и $\tilde{C}_2(u_2)$ – подмножеством

$$\mu(u) = (C \setminus \tilde{C}_2(u_2)) :$$

0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,95
1	1	0	0,6	1	1

Тогда в соответствии с (1) и (2) имеем:

$$W(u_1) = D((C \setminus \tilde{C}_1(u_1), \overline{(C \setminus \tilde{C}_1(u_1))}) = 0,76;$$

$$R(u_1) = 1 - D((C \setminus \tilde{C}_1(u_1), \overline{(C \setminus \tilde{C}_1(u_1))}) = 0,24;$$

$$W(u_2) = D((C \setminus \tilde{C}_2(u_2), \overline{(C \setminus \tilde{C}_2(u_2))}) = 0,92;$$

$$R(u_2) = 1 - D((C \setminus \tilde{C}_2(u_2), \overline{(C \setminus \tilde{C}_2(u_2))}) = 0,08.$$

Следовательно, если требуемый результат операции описывается четким множеством, а возможный – нечеткими множествами $\tilde{C}(u)$, $\tilde{C}_2(u_2)$; $u_1, u_2 \in U$, где $\tilde{C}_2(u_2)$ «ближе» к четкому множеству, то имеем, что $W(u_2) > W(u_1)$, $R(u_2) < R(u_1)$ при выполнении условий $C_{1,x}^{(\alpha)}(u_1) \subset C_x^{(\alpha)}$ и $C_{2,x}^{(\alpha)}(u_2) \subset C_x^{(\alpha)}$, $\forall \alpha \in [0,1]$. Риск ЛПП при принятии

решения о том, что цель операции будет достигнута, связан с нечеткостью возможного результата операции.

Пусть требуемый результат операции описывается нечетким подмножеством \tilde{C}_3 , а возможные результаты – $\tilde{C}_1(u_1)$ или $\tilde{C}_2(u_2)$, или $\tilde{C}_8(u_8)$, где $u_1, u_2, u_8 \in U$. Тогда согласно (6) функции нечеткого соответствия нечетких подмножеств требуемого и возможного результатов операции представляются следующими нечеткими подмножествами:

$$\mu(u) = (\tilde{C}_3 \setminus \tilde{C}_1(u_1)) : \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|} \hline 0,45 & 0,5 & 0,55 & 0,6 & 0,65 & 0,7 & 0,75 & 0,8 & 0,85 & 0,9 & 0,95 \\ \hline 0 & 0,2 & 0,35 & 0,55 & 0,75 & 1 & 0,5 & 0 & 0,4 & 0,7 & 1 \\ \hline \end{array} ;$$

$$\mu(u) = (\tilde{C}_3 \setminus \tilde{C}_2(u_2)) : \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|} \hline 0,45 & 0,5 & 0,55 & 0,6 & 0,65 & 0,7 & 0,75 & 0,8 & 0,85 & 0,9 & 0,95 \\ \hline 0 & 0,2 & 0,35 & 0,55 & 0,75 & 1 & 1 & 0 & 0,6 & 1 & 1 \\ \hline \end{array} ;$$

$$\mu(u) = (\tilde{C}_3 \setminus \tilde{C}_8(u_8)) : \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|} \hline 0,45 & 0,5 & 0,55 & 0,6 & 0,65 & 0,7 & 0,75 & 0,8 & 0,85 & 0,9 & 0,95 \\ \hline 0 & 0,2 & 0,19 & 0,23 & 0,29 & 0,38 & 0,25 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ \hline \end{array} .$$

Согласно (1) и (2) имеем:

$$W(u_1) = D(\overline{(\tilde{C}_3 \setminus \tilde{C}_1(u_1))}, \overline{(\tilde{C}_3 \setminus \tilde{C}_1(u_1))}) = 0,66; R(u_1) = 0,34;$$

$$W(u_2) = D(\overline{(\tilde{C}_3 \setminus \tilde{C}_2(u_2))}, \overline{(\tilde{C}_3 \setminus \tilde{C}_2(u_2))}) = 0,76; R(u_1) = 0,34;$$

$$W(u_8) = D(\overline{(\tilde{C}_3 \setminus \tilde{C}_8(u_8))}, \overline{(\tilde{C}_3 \setminus \tilde{C}_8(u_8))}) = 0,65; R(u_1) = 0,34.$$

При выполнении условий, что $C_{1,x}^{(\alpha)}(u_1) \subset C_x^{(\alpha)}$, $C_{2,x}^{(\alpha)}(u_2) \subset C_x^{(\alpha)}$, $C_{8,x}^{(\alpha)}(u_8) \subset C_x^{(\alpha)}$, $\forall \alpha \in [0,1]$, если требуемый и возможные результаты операции описываются нечеткими подмножествами, ЛПП может принять решение о том, что цель операции достигнута с указанными уровнями показателей эффективности операции и указанными уровнями показателя риска.

Кривая 9 на рис. 1 описывает функцию принадлежности четкого множества возможного результата операции, которая соответствует суждению: величина возможного результата операции мала. Пусть возможный результат операции описывается функцией принадлежности 9, а требуемый – кривой 6, то есть возможный и требуемые результаты операции описываются четко. Из рис. 1 видно, что $C_{9,x}^{(\alpha)} \not\subset C_{6,x}^{(\alpha)}$, $\forall \alpha \in [0,1]$. Отметим, что при трактовке понятия «эффективность операции как соответствие возможного результата требуемому» понимается, что речь идет о соответствии с точки зрения достижения цели операции. Если возмож-

ный результат, представленный кривой 9, соответствует стратегии $u_9 \in U$, то при условии $C_{9,x}^{(\alpha)}(u_9) \not\subset C_{6,x}^{(\alpha)}, \forall \alpha \in [0,1]$, стратегия u_9 не обеспечивает достижение цели операции. Значит, показатель эффективности операции, соответствующий стратегии U_9 , $W(u_9) = 0$, что и определяет, в соответствии (2), меру нечеткости четкого множества возможного результата. В этом случае мера четкости четкого множества возможного результата – это показатель риска для принятия решения ЛПР о достижении цели операции и $R(u_9) = 1.0$.

Если возможный результат соответствует функции принадлежности 9, а требуемый – функции принадлежности 3, то также $C_{9,x}^{(\alpha)}(u_9) \not\subset C_{3,x}^{(\alpha)}, \forall \alpha \in [0,1]$, а значит оценка показателя эффективности связана только с мерой нечеткости четкого множества возможного результата и нечеткость требуемого результата не влияет на оценку показателя эффективности операции. Значит, если для некоторой стратегии $u_k \in U$ выполняются неравенства также $C_{k,x}^{(\alpha)}(u_k) \not\subset C_{3,x}^{(\alpha)}, \forall \alpha \in [0,1]$, то мера эффективности операции определяется только мерой нечеткости четкого подмножества возможного результата операции, соответствующего стратегии $u_k \in U$. Тогда функция нечеткого соответствия нечетких подмножеств возможного и требуемого результатов операции описывается нечеткими подмножествами возможного результата, т.е.

$$\mu(u) = \left(\bigcup_{x \in D_x} \left(\mu_{\tilde{C}}(u, x) / x \right), \bigcup_{x \in C_x} \left(\mu_{\tilde{C}}(x) / x \right) \right) = \bigcup_{x \in D_x} \left(\mu_{\tilde{D}}(u, x) / x \right). \quad (7)$$

Если возможному результату соответствует нечеткое подмножество \tilde{C}_4 , то

$$\mu(u) = \bigcup_{x \in C_{4,x}} (\mu_{\tilde{C}_4}(u_4, x) / x):$$

0,1	0,15	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4
0	0,5	1	0,75	0,5	0,25	0

Тогда

$$W(u_4) = 1 - D(\tilde{C}_4, \tilde{C}_4) = 0,29; \quad R(u_4) = 0,71.$$

Если возможный результат описывается нечетким подмножеством, функция принадлежности которого представлена кривой 5, а требуемый результат операции является четким, что представлено кривой 6, то также $C_{5,x}^{(\alpha)}(u_5) \not\subset C_{7,x}^{(\alpha)}, \forall \alpha \in [0,1]$ и $\mu(u) = \bigcup_{x \in C_{5,x}} (\mu_{\tilde{C}_5}(u_5, x) / x):$

0,25	0,3	0,35	0,4	0,45	0,5	0,55	0,6	0,65	0,7	0,75	0,8
0	0,5	1	0,85	0,75	0,62	0,53	0,42	0,33	0,2	0,1	0

Тогда

$$W(u_5) = 1 - D(\tilde{C}_5, \tilde{C}_5) = 0,35; \quad R(u_5) = 0,65.$$

Записи соотношений (4), (5), (6), (7), что также видно из рис. 1, могут быть обобщены, а именно:

$$\begin{aligned} \mu(u) &= \bigcup_{x \in X} \left(\left| \mu_{\tilde{C}}(x) - \mu_{\tilde{C}_k}(u_k, x) \right| / x \right) = \\ &= \begin{cases} \bigcup_{x \in X} \left(\left(\mu_{\tilde{C}}(x) - \mu_{\tilde{C}_k}(u_k, x) \right) / x \right), & \text{если } C_x^{(\alpha)} \subset C_{k,x}^{(\alpha)}, \forall \alpha \in [0,1]; \\ \bigcup_{x \in X} \left(- \left(\mu_{\tilde{C}}(x) - \mu_{\tilde{C}_k}(u_k, x) \right) / x \right), & \text{если } C_{k,x}^{(\alpha)} \not\subset C_{k,x}^{(\alpha)}, \forall \alpha \in [0,1] \end{cases} = (8) \\ &= \begin{cases} \bigcup_{x \in C_x} \left(\left(\mu_{\tilde{C}}(x) - \mu_{\tilde{C}_k}(u_k, x) \right) / x \right), & \text{если } C_x^{(\alpha)} \subset C_{k,x}^{(\alpha)}, \forall \alpha \in [0,1]; \\ \bigcup_{x \in C_{k,x}} \left(\mu_{\tilde{C}_k}(u_k, x) / x \right), & \text{если } C_{k,x}^{(\alpha)} \not\subset C_x^{(\alpha)}, \forall \alpha \in [0,1], \end{cases} \end{aligned}$$

где \tilde{C} – нечеткое подмножество требуемого результата операции; \tilde{C}_k – нечеткое подмножество возможного результата операции, соответствующего стратегии u_k ; C_x – множество носителей нечеткого подмножества \tilde{C} ; $C_{k,x}$ – множество носителей нечеткого подмножества \tilde{C} .

Рассмотрим случай, когда требуемый результат операции описывается нечетким подмножеством \tilde{C}_3 , а возможный, соответствующий стратегии $u_5 \in U$ – нечетким подмножеством \tilde{C}_5 .

Нечеткое множество представим объединением следующих нечетких подмножеств:

$$\bigcup_{x \in C_{5,x}} \left(\mu_{\tilde{C}_5}(u_5, x) / x \right) = \bigcup_{x \in (\min C_{5,x}^{(\alpha=0)}, \min C_{3,x}^{(\alpha=0)})} \left(\mu_{\tilde{C}_5}(u_5, x) / x \right) \bigcup$$

$$\bigcup_{x \in (\min C_{3,x}^{(\alpha=0)}, \min C_{3,x}^{(\alpha=\alpha_e)})} \bigcup \left(\mu_{\bar{c}_5}(u_5, x) / x \right) \bigcup_{x \in (\min C_{3,x}^{(\alpha=\alpha_e)}, \max C_{3,x}^{(\alpha=0)})} \bigcup \left(\mu_{\bar{c}_5}(u_5, x) / x \right), \quad (9)$$

где α_e – значение функции принадлежности, при котором кривые функций принадлежности требуемого и возможного результатов операции пересекаются.

Для подмножества

$$\bigcup_{x \in (\min C_{5,x}^{(\alpha=0)}, \min C_{3,x}^{(\alpha=0)})} \left(\mu_{\bar{c}_5}(u_5, x) \mid x \right) \quad (10)$$

$C_{5,x}^{(\alpha)} \not\subset C_{3,x}^{(\alpha)}$, $\forall \alpha \in [0, 1]$, тогда показатель эффективности есть мера нечеткости этого подмножества и она равна 0,26, а $R(u_5) = 0,74$.

Для подмножества

$$\bigcup_{x \in (\min C_{5,x}^{(\alpha=0)}, \min C_{3,x}^{(\alpha=\alpha_e)})} \left(\mu_{\bar{c}_5}(u_5, x) \mid x \right) \quad (11)$$

в общем случае $C_{5,x}^{(\alpha)} \not\subset C_{3,x}^{(\alpha)}$, для $\alpha < \alpha_r$, где α_r соответствует $x = \min C_{3,x}^{(\alpha=0)}$, тогда показатель эффективности операции, соответствующий уровню доверия (функции принадлежности) $\alpha < \alpha_r$, определяется мерой нечеткости нечеткого подмножества (11), и равен $W(u_5) = 0,69$, а $R(u_5) = 0,31$.

Это означает, что лицом, принимающим решение (ЛПР), может быть принято решение о том, что цель операции будет достигнута с риском $R(u_5) = 0,31$, но уровень доверия к принятому решению, по результатам рассматриваемого примера, не превышает $\alpha = 0,75$.

Для подмножества

$$\bigcup_{x \in (\min C_{3,x}^{(\alpha=\alpha_e)}, \max C_{5,x}^{(\alpha=0)})} \left(\mu_{\bar{c}_5}(u_5, x) / x \right) \quad (12)$$

имеем, что $C_{5,x}^{(\alpha)} \subset C_{3,x}^{(\alpha)}$, для $\forall \alpha \in [0, \alpha_e]$, тогда показатель эффективности операции есть мера четкости подмножества вида

$$\bigcup_{x \in (\min C_{3,x}^{(\alpha=\alpha_e)}, \max C_{5,x}^{(\alpha=0)})} \left(\left(\mu_{\bar{c}_3}(x) - \mu_{\bar{c}_5}(u_5, x) \right) / x \right),$$

которая равна $W(u_5) = 0,79$, а $R(u_5) = 0,21$, т.е. ЛПР может принять решение о достижении цели операции с риском равным 0,21, но уровень доверия к принятому решению не превышает $\alpha_e = 0,47$.

Выводы. Предложенные содержания, аналитические представления нечеткой функции нечеткого соответствия требуемого и возможного результатов операции, методический подход к оценке показателей эффективности и риска отражают природу нечеткой среды при планировании операций и способствуют обоснованной выработке рекомендаций для принятия решений ЛПР. Дальнейшие исследования связаны с рассмотрением возможных показателей результата операции, которая планируется в условиях нестохастической неопределенности.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Надежность и эффективность в технике: Справочник в 20-ти томах. Т. 3. Эффективность технических систем / Под общ. ред. В.Ф. Уткина, Ю.В. Крючкова. – М.: Машиностроение, 1988. – 328 с.*
2. *Воробьев С.Н., Егоров Е.С., Торбин В.У. Выявление и измерение предпочтений при исследовании эффективности военно-технических систем. Вып. 2. – М.: Военная орденов Ленина, Октябрьской революции и Суворова академия имени Ф.Э. Дзержинского, 1987. – 147 с.*
3. *Егоров Е.С. Методы обоснования решений в условиях стохастической и природной неопределенности. – М.: Военная орденов Ленина, Октябрьской революции и Суворова академия имени Ф.Э. Дзержинского, 1987. – 120 с.*
4. *Нечеткие множества и теория возможностей. Последние достижения / Под ред. Рональда Р. Ягера. – М.: Радио и связь, 1986. – 406 с.*
5. *Борисов А.Н. и др. Обработка нечеткой информации в системах принятия решений. – М.: Радио и связь, 1989. – 303 с.*
6. *Борисов А.Н., Крумберг О.А., Федоров И.П. Принятие решений на основе нечетких моделей: Примеры использования. – Рига: Зинатне, 1990. – 184 с.*

Поступила 15.04.2003

БИЛЬЧУК Виктор Михайлович, доктор техн. наук, профессор, заведующий кафедрой ХВУ. В 1956 г. окончил ХВАНВУ, в 1967 г. – ХГУ. Область научных интересов – системный анализ эффективности функционирования сложных систем и операций.

ДЕСЯТОВ Олег Валерьевич, адъюнкт ХВУ. В 1999 году окончил ХВУ. Область научных интересов – системный анализ эффективности функционирования сложных систем и операций.

НИКОЛАЕВА Ирина Сергеевна, научный сотрудник информационно-вычисли-

тельного центра ХВУ, в 2000 году окончила ХАОП, магистр-экономист. Область научных интересов – экономико-математическое моделирование.