УДК 519.8 + 510.22

МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ И РИСКА ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ ПРИ ПРОВЕДЕНИИ ОПЕРАЦИЙ В УСЛОВИЯХ НЕСТОХАСТИЧЕСКОЙ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

д.т.н., проф. В.М. Бильчук, О.В. Десятов, И.С. Николаева

Предложены показатели эффективности и риска при принятии решения ЛПР как меры четкости и нечеткости нечеткой функции нечеткого соответствия требуемого и возможного результатов операции в условиях нестохастической неопределенности.

Постановка проблемы. Принятие решений оперирующей стороной по планированию и организации операции связано с оценкой соответствия требуемого (желаемого) и возможного ее результатов по принятому показателю. Индивидуальность всякой операции приводит к тому, что, в общем случае, она должна рассматриваться в условиях нестохастической неопределенности. Тогда возникает необходимость решения актуальной проблемы: основы принятия решений по планированию и организации операции в условиях нестохастической неопределенности. Ее решение связано с выявлением содержания функции соответствия требуемого и возможного результатов операции в условиях нестохастической неопределенности и методического подхода к опеределению показателей эффективности и риска принятия решений ЛПР, которые отражали бы природу нечеткой среды.

Анализ литературы. В [1 – 3] рассмотрено содержание эффективности операции, функции соответствия требуемого и возможного результатов операции. При этом результат операции трактуется как достижение некоторого случайного события, или как возможное значение случайной величины. При таком рассмотрении предложен методический подход к оценке показателей и критериев эффективности операции в условиях стохастической определенности. В [4 – 6] рассмотрены вопросы обработки нечеткой информации в интересах выработки рекомендаций для принятия решений и последние достижения в решении ряда задач экономико-математического моделирования. Все изложенное в анализируемой литературе позволяет сформулировать цель настоящей научной статьи и изложить решение поставленной задачи, обеспечивающей достижение цели.

Цель работы. Целью настоящей работы является выявление содержания функции соответствия требуемого и возможного результатов операции в условиях нестохастической неопределенности и разработке методического подхода в интересах оценки показателей эффективности операции и показателей риска ЛПР при принятии решений, отражающих природу нечеткой среды планирования и организации проведения операции.

Решение поставленной задачи. При описании прогнозируемых операций сторон А и В, в интересах оперирующей стороны А, оценки требуемого и возможного результатов могут производиться в условиях нестохастической неопределенности. Нечеткость описания основных характеристик ресурсов, которыми располагает А, и нечеткое описание основных характеристик объектов вложения этих ресурсов стороны В приводят к возможности лишь нечеткого описания требуемого и возможного результатов операции. Если результат операции суть некоторые детерминированные неслучайные величины или математические ожидания введенных в рассмотрение случайных величин, то нечеткое описание требуемого результата может быть представлено нечетким подмножеством $\bigcup\limits_{x \in C_X} \left(\mu_{\tilde{C}}(x)/x \right)$, где $\mu_{\tilde{C}}(x)$ – функция принадлежности нечеткого подмножества требуемого результата $\tilde{C}$, $x \in X$ – величина измерения результата операции, C_x – носитель $\tilde{C}$, и оно может быть получено по результатам обработки экспертизы. Возможный результат описывается нечетким подмножеством $\bigcup\limits_{x \in D_X} \left(\mu_{\tilde{D}}(x)/x \right)$, формирование которого основано на нечетких подмножествах основных характеристик ресурсов А, нечетких подмножеств функций полезностей сторон и функций выигрыша оперирующей стороны.

Под ***эффективностью операции***, которая описывается в нечеткой среде, следует понимать нечеткое соответствие нечетких подмножеств возможного и требуемого результатов операции.

Под ***показателем эффективности операции*** следует понимать численную меру нечеткого соответствия нечетких подмножеств возможного и требуемого результатов операции, которая описывается в нечеткой среде.

В [4] введено понятие ***четкости нечеткого подмножества*** $\tilde{E}$, которая определяется по соотношению вида

$$D\left(\tilde{E}, \tilde{\tilde{E}}\right) = \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \left| \mu_{\tilde{E}}(x_i) - \mu_{\tilde{\tilde{E}}}(x_i) \right|^2 \right)^{\frac{1}{2}}, \qquad (1)$$

где $\tilde{\tilde{E}}$ – дополнение к $\tilde{E}$; $\mu_{\tilde{E}}(x_i)$, $\mu_{\tilde{\tilde{E}}}(x_i)$ – соответственно функции принадлежности нечетких подмножеств $\tilde{E}$ и $\tilde{\tilde{E}}$.

Тогда мера нечеткости нечеткого подмножества

$$\overline{D}\left(\tilde{E},\tilde{\tilde{E}}\right)=1-D\left(\tilde{E},\tilde{\tilde{E}}\right). \qquad (2)$$

По своему формальному представлению (1) описывает расстояние между $\tilde{E}$ и $\tilde{\tilde{E}}$. Для четкого множества E $D(E,\overline{E})=1$, а $\overline{D}(E,\overline{E})=0$. Для нечеткого подмножества $\tilde{E}$, для которого $\mu_{\tilde{E}}(x_i)=0{,}5$ для $\forall x_i \in X$ имеем, согласно (1), $D\left(\tilde{E},\tilde{\tilde{E}}\right)=0$, а $\overline{D}\left(\tilde{E},\tilde{\tilde{E}}\right)=1$.

В [1] приведено понятие соответствия возможного и требуемого результатов операции в условиях нестохастической неопределенности и изложены показатели эффективности операции как математическое ожидание функции соответствия. Если требуемый результат есть детерминированная величина y_{TP}, а возможный результат описывается случайной величиной $Y(u)$, где $u \in U$, U – подмножество стратегий, и цель операции трактуется как случайное событие, состоящее в выполнении неравенства $Y(u) \geq y_{TP}$, $u \in U$, то значение показателя эффективности операции $W(u)$, введенного как указано выше, совпадает с численной мерой случайного события $Y(u) \geq y_{TP}$, $u \in U$, т.е. $W(u) = P(Y(u) \geq y_{TP})$.

Если ЛПР принимает решение, основываясь на таком показателе эффективности операции, то оно допускает риск, численной мерой которого является $P(Y(u) < y_{TP}) = R(u)$. Этим принимается утверждение, что показатель риска R(u) отражает меру неопределенности при рассмотрении операции в условиях стохастической неопределенности.

При рассмотрении операции в условиях нестохастической неопределенности естественно исходить из принципа, который состоит в том, что показатель эффективности операции и показатель риска должны определяться мерами четкости и нечеткости нечетких подмножеств требуемого и возможного результатов операции.

Введем в рассмотрение функцию нечеткого соответствия нечетких подмножеств требуемого и возможного результатов операции на множестве стратегий U вида

$$\mu(u)=\mu\left(\bigcup_{x\in D_x}\left(\mu_{\tilde{D}}(u,x)/x\right),\ \bigcup_{x\in C_x}\left(\mu_{\tilde{C}}(x)/x\right)\right). \qquad (3)$$

На рис. 1 представлены графические представления функций принадлежностей требуемого и возможного результатов операции.

Кривая 6 есть функция принадлежности четкого множества C требуемого результата операции, которая отвечает суждению, что величина требуемого результата равная 0,7 велика; кривая 7 есть функция принадлежности четкого множества D возможного результата операции, которая отвечает суждению, что величина возможного результата равная 0,8 велика. Кривая 3 есть функция принадлежности нечеткого подмножества $\tilde{C}_3$ требуемого результата операции, кривые 1, 2, 4, 5, 8 есть функции принадлежностей нечетких подмножеств, соответственно $\tilde{C}_1$, $\tilde{C}_2$, $\tilde{C}_4$, $\tilde{C}_3$, $\tilde{C}_8$, возможных результатов операции, которые отвечают реализации различных стратегий $u \in U$.

В соответствии с рис. 1 множества C, D и нечеткие подмножества $\tilde{C}_3$, $\tilde{C}_1$, $\tilde{C}_2$, $\tilde{C}_8$ представим в принятой записи, а именно:

C:

0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,95
1	1	1	1	1	1

;

D:

0,8	0,85	0,9	0,95
1	1	1	1

;

$\tilde{C}_3$:

0,45	0,5	0,55	0,6	0,65	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,95
0	0,2	0,35	0,55	0.75	1	1	1	1	1	1

;

$\tilde{C}_1$:

0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,95
0	0,5	1	0.6	0.3	0

;

$\tilde{C}_2$:

0,75	0,8	0,85	0,9
0	1	0.4	0

;

$\tilde{C}_8$:

0,5	0,55	0,6	0,65	0,7	0,75	0,8	0,85
0	0,16	0,32	0,46	0,62	0,75	1	0

,

где в первой строке указаны их носители C_x, D_x, $C_{3,x}$, $C_{1,x}$, C_x, C_x, соответствующие $x \in X$, а во второй соответствующим носителям поставлены в соответствие значения функций принадлежностей $\left(\mu_C(x)/x\right)$; $\left(\mu_D(x)/x\right)$; $\left(\mu_{\tilde{C}_3}(x)/x\right)$; $\left(\mu_{\tilde{C}_1}(x)/x\right)$; $\left(\mu_{\tilde{C}_2}(x) \mid x\right)$; $\left(\mu_{\tilde{C}_8}(x) \mid x\right)$. Введем в рассмотрение четкие подмножества α-уровней для рассмотренных выше C, D, $\tilde{C}_3$, $\tilde{C}_1$, $\tilde{C}_2$, $\tilde{C}_3$, где α есть принятое значение им соответствующих функций принадлежностей, а именно: $C_x^{(\alpha)}$,

$D_x^{(\alpha)}$, $C_{3,x}^{(\alpha)}$, $C_{1,x}^{(\alpha)}$, $C_{2,x}^{(\alpha)}$, $C_{3,x}^{(\alpha)}$. Из представления C, D, $\tilde{C}_3$, $\tilde{C}_1$, $\tilde{C}_2$, $\tilde{C}_3$ видно, что при рассмотрении четких множеств требуемого результата операции C и возможного D имеем: $D_x^{(\alpha)} \subset C_x^{(\alpha)}$, $\forall \alpha \in [0,1]$; при рассмотрении четкого множества требуемого результата C и нечеткого подмножества возможного результата $\tilde{C}_1$ имеем: $C_{1,x}^{(\alpha)} \subset C_x^{(\alpha)}$, $\forall \alpha \in [0,1]$; при рассмотрении $\tilde{C}_3$ и $\tilde{C}_1$ – $C_{1,x}^{(\alpha)} \subset C_{3,x}^{(\alpha)}$, $\forall \alpha \in [0,1]$; $C_{2,x}^{(\alpha)} \subset C_{3,x}^{(\alpha)}$, $\forall \alpha \in [0,1]$ при рассмотрении $\tilde{C}_2$ и $\tilde{C}_3$; $C_{3,x}^{(\alpha)} \subset C_{8,x}^{(\alpha)}$, $\forall \alpha \in [0,1]$ при рассмотрении $\tilde{C}_3$ и $\tilde{C}_8$. Тогда, для описанных выше исходов, функция нечеткого соответствия нечетких подмножеств требуемого и возможного результатов операции (3) на множестве возможных стратегий U представляется в виде

$$\mu(u) = \bigcup_{D_x \subset C_x} \left(\left(\mu_C(x) - \mu_D(u,x) \right) / x \right) \tag{4}$$

при рассмотрении C и D;

$$\mu(u) = \bigcup_{\substack{C_{1,x} \subset C_x \\ (C_{2,x} \subset C_x)}} \left(\left(\mu_C(x) - \mu_{\tilde{C}_1(\tilde{C}_2)}(u,x) \right) / x \right) \tag{5}$$

при рассмотрении C и $\tilde{C}_1$ или C и $\tilde{C}_2$;

$$\mu(u) = \bigcup_{\substack{C_{1,x} \subset C_{3,x}, (C_{2,x} \subset C_{3,x}; \\ C_{8,x} \subset C_{3,x})}} \left(\left(\mu_{\tilde{C}_3}(x) - \mu_{\tilde{C}_1(\tilde{C}_2, \tilde{C}_8)}(u,x) \right) / x \right) \tag{6}$$

при рассмотрении $\tilde{C}_3$ и $\tilde{C}_1$ или $\tilde{C}_3$ и $\tilde{C}_2$, или $\tilde{C}_3$ и $\tilde{C}_8$.

Численная мера четкости (близости), в общем случае, нечетких подмножеств (4) – (6) будет выступать мерой показателя эффективности W(u) операции, а численная мера нечеткости нечетких подмножеств (4) – (6) будет выступать мерой риска R(u). Для случая, когда требуемый результат операции есть четкое множество C, а возможный результат операции есть четкое множество D, то функция нечеткого соответствия, согласно (4), представляется четким множеством вида

$\mu(u) = (C \setminus D(u))$:

0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,95
1	1	0	0	0	0

Тогда согласно (1) и (2) имеем:

$$W(u) = D((C \setminus D(u), \overline{(C \setminus D(u))}) = 1;$$

$$R(u) = 1 - D((C \setminus D(u), \overline{(C \setminus D(u))}) = 0,$$

т.е. $\forall\, u \in U$ при описании требуемого и возможного результатов операции четкими множествами C и D(u), при выполнении условия $D_x^{(\alpha)} \subset C_x^{(\alpha)}$, $\forall\, \alpha \in [0,1]$ природа риска в нечеткости отсутствует, и ЛПР при заданном уровне четкого требуемого результата операции может принимать решение о том, что цель операции будет достигнута при любой стратегии, удовлетворяющей указанному выше условию.

Для случая, когда требуемый результат есть четкое множество C, а возможный результат операции описывается нечеткими подмножествами $\tilde{C}_1(u_1)$ или $\tilde{C}_2(u_2)$, u_1, $u_2 \in U$, то функция нечеткого соответствия четкого множества требуемого результата операции и нечеткого подмножества возможного результата операции согласно (5) для C и $\tilde{C}_1(u_1)$ представляется следующим подмножеством:

$\mu(u) = (C \setminus \tilde{C}_1(u_1))$:

0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,95
1	0,5	0	0,4	0,7	1

,

а для C и $\tilde{C}_2(u_2)$ – подмножеством

$\mu(u) = (C \setminus \tilde{C}_2(u_2))$:

0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,95
1	1	0	0,6	1	1

.

Тогда в соответствии с (1) и (2) имеем:

$$W(u_1) = D((C \setminus \tilde{C}_1(u_1)), \overline{(C \setminus \tilde{C}_1(u_1))}) = 0{,}76;$$

$$R(u_1) = 1 - D((C \setminus \tilde{C}_1(u_1)), \overline{(C \setminus \tilde{C}_1(u_1))}) = 0{,}24;$$

$$W(u_2) = D((C \setminus \tilde{C}_2(u_2)), \overline{(C \setminus \tilde{C}_2(u_2))}) = 0{,}92;$$

$$R(u_2) = 1 - D((C \setminus \tilde{C}_2(u_2)), \overline{(C \setminus \tilde{C}_2(u_2))}) = 0{,}08.$$

Следовательно, если требуемый результат операции описывается четким множеством, а возможный – нечеткими множествами $\tilde{C}_1(u_1)$, $\tilde{C}_2(u_2)$; u_1, $u_2 \in U$, где $\tilde{C}_2(u_2)$ «ближе» к четкому множеству, то имеем, что $W(u_2) > W(u_1)$, $R(u_2) < R(u_1)$ при выполнении условий $C_{1,x}^{(\alpha)}(u_1) \subset C_x^{(\alpha)}$ и $C_{2,x}^{(\alpha)}(u_2) \subset C_x^{(\alpha)}$, $\forall\, \alpha \in [0,1]$. Риск ЛПР при принятии решения о том, что цель операции будет достигнута, связан с нечеткостью возможного результата операции.

Пусть требуемый результат операции описывается нечетким подмножеством $\tilde{C}_3$, а возможные результаты – $\tilde{C}_1(u_1)$ или $\tilde{C}_2(u_2)$, или $\tilde{C}_8(u_8)$, где u_1, u_2, $u_8 \in U$. Тогда согласно (6) функции нечеткого соответствия нечетких подмножеств требуемого и возможного результатов операции представляются следующими нечеткими подмножествами:

$\mu(u) = (\tilde{C}_3 \setminus \tilde{C}_1(u_1))$:

0,45	0,5	0,55	0,6	0,65	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,95
0	0,2	0,35	0,55	0,75	1	0,5	0	0,4	0,7	1

;

$\mu(u) = (\tilde{C}_3 \setminus \tilde{C}_2(u_2))$:

0,45	0,5	0,55	0,6	0,65	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,95
0	0,2	0,35	0,55	0,75	1	1	0	0,6	1	1

;

$\mu(u) = (\tilde{C}_3 \setminus \tilde{C}_8(u_8))$:

0,45	0,5	0,55	0,6	0,65	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,95
0	0,2	0,19	0,23	0,29	0,38	0,25	0	1	1	1

.

Согласно (1) и (2) имеем:

$$W(u_1) = D((\tilde{C}_3 \setminus \tilde{C}_1(u_1)), \overline{(\tilde{C}_3 \setminus \tilde{C}_1(u_1))} = 0{,}66; \; R(u_1) = 0{,}34;$$

$$W(u_2) = D((\tilde{C}_3 \setminus \tilde{C}_2(u_2)), \overline{(\tilde{C}_3 \setminus \tilde{C}_2(u_2))} = 0{,}76; \; R(u_1) = 0{,}34;$$

$$W(u_8) = D((\tilde{C}_3 \setminus \tilde{C}_8(u_8)), \overline{(\tilde{C}_3 \setminus \tilde{C}_8(u_8))} = 0{,}65; \; R(u_1) = 0{,}34.$$

При выполнении условий, что $C_{1,x}^{(\alpha)}(u_1) \subset C_x^{(\alpha)}$, $C_{2,x}^{(\alpha)}(u_2) \subset C_x^{(\alpha)}$, $C_{8,x}^{(\alpha)}(u_8) \subset C_x^{(\alpha)}$, $\forall \alpha \in [0,1]$, если требуемый и возможные результаты операции описываются нечеткими подмножествами, ЛПР может принять решение о том, что цель операции достигнута с указанными уровнями показателей эффективности операции и указанными уровнями показателя риска.

Кривая 9 на рис. 1 описывает функцию принадлежности четкого множества возможного результата операции, которая соответствует суждению: величина возможного результата операции мала. Пусть возможный результат операции описывается функцией принадлежности 9, а требуемый – кривой 6, то есть возможный и требуемые результаты операции описываются четко. Из рис. 1 видно, что $C_{9,x}^{(\alpha)} \not\subset C_{6,x}^{(\alpha)}$, $\forall \alpha \in [0,1]$. Отметим, что при трактовке понятия «эффективность операции как соответствие возможного результата требуемому» понимается, что речь идет о соответствии с точки зрения достижения цели операции. Если возможный результат, представленный кривой 9, соответствует стратегии $u_9 \in U$, то при условии $C_{9,x}^{(\alpha)}(u_9) \not\subset C_{6,x}^{(\alpha)}$, $\forall \alpha \in [0,1]$, стратегия u_9 не обеспечивает достижение цели операции. Значит, показатель эффективности операции, соответствующий стратегии U_9, $W(u_9) = 0$, что и определяет, в соответствии (2), меру нечеткости четкого множества возможного результата. В этом случае мера четкости четкого множества возможного результата – это показатель риска для принятия решения ЛПР о достижении цели операции и $R(u_9) = 1.0$.

Если возможный результат соответствует функции принадлежности 9, а требуемый – функции принадлежности 3, то также $C_{9,x}^{(\alpha)}(u_9) \not\subset C_{3,x}^{(\alpha)}$, $\forall \alpha \in [0,1]$, а значит оценка показателя эффективности связана только с мерой нечеткости четкого множества возможного результата и нечеткость требуемого результата не влияет на оценку показателя эффективности операции. Значит, если для некоторой стратегии $u_k \in U$ выполняются неравенства также $C_{k,x}^{(\alpha)}(u_k) \not\subset C_{3,x}^{(\alpha)}$, $\forall \alpha \in [0,1]$, то мера эффективности операции определяется только мерой нечеткости четкого подмножества возможногго результата операции, соответствующего стратегии $u_k \in U$. Тогда функция нечеткого соответствия нечетких подмножеств возможного и требуемого результатов операции описывается нечеткими подмножествами возможного результата, т.е.

$$\mu(u) = \left(\bigcup_{x \in D_x} \left(\mu_{\tilde{C}}(u,x) / x \right), \bigcup_{x \in C_x} \left(\mu_{\tilde{C}}(x) / x \right) \right) = \bigcup_{x \in D_x} \left(\mu_{\tilde{D}}(u,x) / x \right). \quad (7)$$

Если возможному результату соответствует нечеткое подмножество $\tilde{C}_4$, то

$$\mu(u) = \bigcup_{x \in C_{4,x}} (\mu_{\tilde{C}_4}(u_4, x) / x):$$

0,1	0,15	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4
0	0,5	1	0,75	0,5	0,25	0

Тогда

$$W(u_4) = 1 - D(\tilde{C}_4, \tilde{\tilde{C}}_4) = 0{,}29; \; R(u_4) = 0{,}71.$$

Если возможный результат описывается нечетким подмножеством, функция принадлежности которого представлена кривой 5, а требуемый результат операции является четким, что представлено кривой 6, то также $C_{5,x}^{(\alpha)}(u_5) \not\subset C_{7,x}^{(\alpha)}$, $\forall \alpha \in [0,1]$ и $\mu(u) = \bigcup_{x \in C_{5,x}} (\mu_{\tilde{C}_5}(u_5, x) / x)$:

0,25	0,3	0,35	0,4	0,45	0,5	0,55	0,6	0,65	0,7	0,75	0,8
0	0,5	1	0,85	0,75	0,62	0,53	0,42	0,33	0,2	0,1	0

.

Тогда

$$W(u_5) = 1 - D(\tilde{C}_5, \tilde{\tilde{C}}_5) = 0{,}35\,;\ \ R(u_5) = 0{,}65\,.$$

Записи соотношений (4), (5), (6), (7), что также видно из рис. 1, могут быть обобщены, а именно:

$$\mu(u) = \bigcup_{x \in X} \left(\left| \mu_{\tilde{C}}(x) - \mu_{\tilde{C}_k}(u_k, x) \right| / x \right) =$$

$$= \begin{cases} \bigcup\limits_{x \in X} \left(\left(\mu_{\tilde{C}}(x) - \mu_{\tilde{C}_k}(u_k, x) \right) / x \right), \text{если } C_x^{(\alpha)} \subset C_{k,x}^{(\alpha)}, \forall \alpha \in [0,1]; \\ \bigcup\limits_{x \in X} \left(-\left(\mu_{\tilde{C}}(x) - \mu_{\tilde{C}_k}(u_k, x) \right) / x \right), \text{если } C_{k,x}^{(\alpha)} \not\subset C_{k,x}^{(\alpha)}, \forall \alpha \in [0,1] \end{cases} = \quad (8)$$

$$= \begin{cases} \bigcup\limits_{x \in C_x} \left(\left(\mu_{\tilde{C}}(x) - \mu_{\tilde{C}_k}(u_k, x) \right) / x \right), \text{если } C_x^{(\alpha)} \subset C_{k,x}^{(\alpha)}, \forall \alpha \in [0,1]; \\ \bigcup\limits_{x \in C_{k,x}} \left(\mu_{\tilde{C}_k}(u_k, x) / x \right), \text{если } C_{k,x}^{(\alpha)} \not\subset C_x^{(\alpha)}, \forall \alpha \in [0,1], \end{cases}$$

где $\tilde{C}$ – нечеткое подмножество требуемого результата операции; $\tilde{C}_k$ – нечеткое подмножество возможного результата операции, соответствующего стратегии u_k; C_x – множество носителей нечеткого подмножества $\tilde{C}$; $C_{k,x}$ – множество носителей нечеткого подмножества $\tilde{C}$.

Рассмотрим случай, когда требуемый результат операции описывается нечетким подмножеством $\tilde{C}_3$, а возможный, соответствующий стратегии $u_5 \in U$ – нечетким подмножеством $\tilde{C}_5$.

Нечеткое множество представим объединением следующих нечетких подмножеств:

$$\bigcup_{x \in C_{5,x}} \left(\mu_{\tilde{C}_5}(u_5, x) / x \right) = \bigcup_{x \in (\min C_{5,x}^{(\alpha=0)}, \min C_{3,x}^{(\alpha=0)})} \left(\mu_{\tilde{C}_5}(u_5, x) / x \right) \bigcup$$

$$\bigcup \bigcup_{x\in(\min C_{3,x}^{(\alpha=0)},\min C_{3,x}^{(\alpha=\alpha_e)})} \left(\mu_{\tilde{C}_5}(u_5,x)/x \right) \bigcup$$

$$\bigcup \bigcup_{x\in(\min C_{3,x}^{(\alpha=\alpha_e)},\max C_{3,x}^{(\alpha=0)})} \left(\mu_{\tilde{C}_5}(u_5,x)/x \right), \tag{9}$$

где α_e – значение функции принадлежности, при котором кривые функций принадлежностей требуемого и возможного результатов операции пересекаются.

Для подмножества

$$\bigcup_{x\in(\min C_{5,x}^{(\alpha=0)},\min C_{3,x}^{(\alpha=0)})} \left(\mu_{\tilde{C}_5}(u_5,x) \,|\, x \right) \tag{10}$$

$C_{5,x}^{(\alpha)} \not\subset C_{3,x}^{(\alpha)}$, $\forall\alpha\in[0,1]$, тогда показатель эффективности есть мера нечеткости этого подмножества и она равна 0,26, а $R(u_5) = 0{,}74$.

Для подмножества

$$\bigcup_{x\in(\min C_{5,x}^{(\alpha=0)},\min C_{3,x}^{(\alpha=\alpha_e)})} \left(\mu_{\tilde{C}_5}(u_5,x) \,|\, x \right) \tag{11}$$

в общем случае $C_{5,x}^{(\alpha)} \not\subset C_{3,x}^{(\alpha)}$, для $\alpha < \alpha_r$, где α_r соответствует $x = \min C_{3,x}^{(\alpha=0)}$, тогда показатель эффективности операции, соответствующий уровню доверия (функции принадлежности) $\alpha < \alpha_r$, определяется мерой нечеткости нечеткого подмножества (11), и равен $W(u_5) = 0{,}69$, а $R(u_5) = 0{,}31$.

Это означает, что лицом, принимающим решение (ЛПР), может быть принято решение о том, что цель операции будет достигнута с риском $R(u_5) = 0{,}31$, но уровень доверия к принятому решению, по результатам рассматриваемого примера, не превышает $\alpha = 0{,}75$.

Для подмножества

$$\bigcup_{x\in(\min C_{3,x}^{(\alpha=\alpha_e)},\max C_{5,x}^{(\alpha=0)})} \left(\mu_{\tilde{C}_5}(u_5,x)/x \right) \tag{12}$$

имеем, что $C_{5,x}^{(\alpha)} \subset C_{3,x}^{(\alpha)}$, для $\forall\alpha\in[0,\alpha_e]$, тогда показатель эффективности операции есть мера четкости подмножества вида

$$\bigcup_{x \in (\min C_{3,x}^{(\alpha=\alpha_e)}, \max C_{5,x}^{(\alpha=0)})} \left(\left(\mu_{\tilde{C}_3}(x) - \mu_{\tilde{C}_5}(u_5, x) \right) / x \right),$$

которая равна $W(u_5) = 0{,}79$, а $R(u_5) = 0{,}21$, т.е. ЛПР может принять решение о достижении цели операции с риском равным 0,21, но уровень доверия к принятому решению не превышает $\alpha_e = 0{,}47$.

Выводы. Предложенные содержания, аналитические представления нечеткой функции нечеткого соответствия требуемого и возможного результатов операции, методический подход к оценке показателей эффективности и риска отражают природу нечеткой среды при планировании операций и способствуют обоснованной выработке рекомендаций для принятия решений ЛПР. Дальшейшие исследования связаны с рассмотрением возможных показателей результата операции, которая планируется в условиях нестохастической неопределенности.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Надежность и эффективность в технике: Справочник в 20-ти томах. Т. 3. Эффективность технических систем / Под общ. ред. В.Ф. Уткина, Ю.В. Крючкова. – М.: Машиностроение, 1988. – 328 с.*
2. *Воробьев С.Н., Егоров Е.С., Торбин В.У. Выявление и измерение предпочтений при исследовании эффективности военно-технических систем. Вып. 2. – М.: Военная орденов Ленина, Октябрьской революции и Суворова академия имени Ф.Э. Дзержинского, 1987. – 147 с.*
3. *Егоров Е.С. Методы обоснования решений в условиях стохастической и природной неопределенности. – М.: Военная орденов Ленина, Октябрьской революции и Суворова академия имени Ф.Э. Дзержинского, 1987. – 120 с.*
4. *Нечеткие множества и теория возможностей. Последние достижения / Под ред. Рональда Р. Ягера. – М.: Радио и связь, 1986. – 406 с.*
5. *Борисов А.Н. и др. Обработка нечеткой информации в системах принятия решений. – М.: Радио и связь, 1989. – 303 с.*
6. *Борисов А.Н., Крумберг О.А., Федоров И.П. Принятие решений на основе нечетких моделей: Примеры использования. – Рига: Зинатне, 1990. – 184 с.*

Поступила 15.04.2003

***БИЛЬЧУК Виктор Михайлович**, доктор техн. наук, профессор, заведующий кафедрой ХВУ. В 1956 г. окончил ХВАИВУ, в 1967 г. – ХГУ. Область научных интересов – системный анализ эффективности функционирования сложных систем и операций.*

***ДЕСЯТОВ Олег Валерьевич**, адъюнкт ХВУ. В 1999 году окончил ХВУ. Область научных интересов – системный анализ эффективности функционирования сложных систем и операций.*

***НИКОЛАЕВА Ирина Сергеевна**, научный сотрудник информационно-вычисли-*

тельного центра ХВУ, в 2000 году окончила ХАОП, магистр-экономист. Область научных интересов – экономико-математическое моделирование.