УДК 621.391:519.28

СИНТЕЗ НЕПАРАМЕТРИЧЕСКИХ АЛГОРИТМОВ РАСПОЗНАВАНИЯ ГРУПП РАДИОИЗЛУЧЕНИЙ С ОЦЕНИВАНИЕМ УСРЕДНЕННЫХ ФУНКЦИЙ ПРАВДОПОДОБИЯ МЕТОДОМ ГИСТОГРАММ

д.т.н. Г.В. Певцов, В.А. Лупандин

Разработаны методы синтеза, анализа и оптимизации основных параметров алгоритмов распознавания групп радиоизлучений с обучением путем построения гистограмм. Полученные результаты развивают на случай непараметрического обучения предложенные ранее подходы к синтезу алгоритмов распознавания образов, заданных сложными эталонными описаниями в виде совокупностей эталонных значений и (или) интервалов эталонных значений признаков (параметров) радиоизлучений.

Постановка проблемы. При решении задач контроля правильности использования спектра радиочастот, исследовании различных излучающих объектов возникает задача распознавания источников радиоизлучений и состояний (фаз) их работы. При этом каждому распознаваемому источнику или его состоянию (образу) априори могут соответствовать группы радиоизлучений. Например, распознаваемый объект может иметь в своем составе несколько радиотехнических средств, каждое из которых, в свою очередь, может функционировать в нескольких режимах и применять при этом несколько видов сигналов. В пространстве признаков (параметров сигналов и их источников) такой образ может описываться одним или несколькими интервалами эталонных значений и (или) одним или несколькими дискретными эталонными значениями признаков.

Анализ литературы. Для построения автоматизированных аппаратно-программных комплексов распознавания источников радиоизлучений в [1] предложена и развита в [2 – 4 и др.] методика синтеза алгоритмов распознавания групп радиоизлучений, реализующих проверку сложных статистических гипотез. Методика базируется на введенном сложном эталонном описании образов в виде $\mathfrak{I}$-мерных совместных априорных условных плотностей вероятности смешанного типа эталонных векторов s независимых признаков s_j, $j \in \{1, 2, \dots, \mathfrak{I}\}$, для каждого из L образов U_i, $i \in \{1, 2, \dots, L\}$:

$$w_i(\mathbf{s}) = W(\mathbf{s}|U_i) = \prod_{j=1}^{\Im}\left[\sum_{r=1}^{R_{ij}} I_{ijr} p_{ijr} w_{ijr}\left(s_j, s'_{ijr}, s''_{ijr}\right) + \sum_{d=1}^{D_{ij}} I_{ijd} p_{ijd} \delta\left(s_j - s_{ijd}\right)\right], \quad (1)$$

$$\sum_{r=1}^{R_{ij}} p_{ijr} + \sum_{d=1}^{D_{ij}} p_{ijd} = 1, \ \sum_{r=1}^{R_{ij}} I_{ijr} p_{ijr} + \sum_{d=1}^{D_{ij}} I_{ijd} p_{ijd} = 1, \ \forall I \in \{1, 2, \dots, L\},$$

$$\forall j \in \{1, 2, \dots, \Im\},$$

где $w_{ijr}(s_j, s'_{ijr}, s''_{ijr})$ – априорные плотности распределения признака s_j на каждом из R_{ij} эталонных интервалов $[s'_{ijr}, s''_{ijr}]$, $r \in \{1, 2, \dots, R_{ij}\}$; $\delta(s_j - s_{ijd})$ – функции Дирака, как плотности вероятности математических ожиданий s_{ijd} каждого из D_{ij} возможных дискретных эталонных значений признака s_j, $d \in \{1, 2, \dots, D_{ij}\}$; p_{ijr} и p_{ijd} – априорные условные вероятности наблюдения r-го интервала или d-го значения при наблюдении образа U_i в метрике признака s_j; $I_{ijr(d)} \in [0, 1]$ – коэффициенты, характеризующие относительную степень информативности r-го интервала или d-го значения признака s_j при распознавании образа U_i. Для примера на рис. 1, а показана геометрическая интерпретация эталонного описания (1) образа U_i в метрике единственного признака s_j ($\Im = 1$) при $R_{i1} = 3$, $D_{i1} = 1$.

Решающие правила, получаемые в результате синтеза по разработанной методике, предполагают сравнение с порогом статистик отношений $\Lambda_i(\mathbf{x}) = w_i(\mathbf{x})/w_q(\mathbf{x})$ усредненных функций правдоподобия вида [5]

$$w_i(\mathbf{x}) = W(\mathbf{x}|U_i) = \int_{\mathbf{S}_i} w_i(\mathbf{s}) W(\mathbf{x} \mid \mathbf{s})\, \mathbf{ds}, \quad (2)$$

где $w_i(\mathbf{x})$ – усредненная по эталонному описанию $w_i(\mathbf{s})$ функция правдоподобия (рис. 1, б); $W(\mathbf{x} \mid \mathbf{s})$ – зависящая от значений вектора параметров $\mathbf{s}$ функция правдоподобия наблюдаемой выборки $\mathbf{x}$; $\mathbf{S}_i$ – область определения образа U_i в пространстве признаков $\mathbf{S}$.

Эталонное описание (1) построено в предположении о том, что виды и параметры априорных распределений известны. Однако в практике создания систем распознавания радиоизлучений такой случай встречается сравнительно редко. Чаще возникает необходимость в алгоритмах, которые должны обучаться до или в процессе ведения распознавания. При этом если эталонное описание представляет собой совокупность неизвестных априорных распределений признаков, неизвестны функции правдоподобия $W(\mathbf{x} \mid \mathbf{s})$, проще применить непараметрический подход к оцениванию усредненных функций правдоподобия $w_i(\mathbf{x})$.

Целью статьи является развитие методики синтеза алгоритмов распознавания групп радиоизлучений на случай непараметрического обучения путем построения усредненных статистических функций правдоподобия $w^*_i(\mathbf{x})$ методом гистограмм.

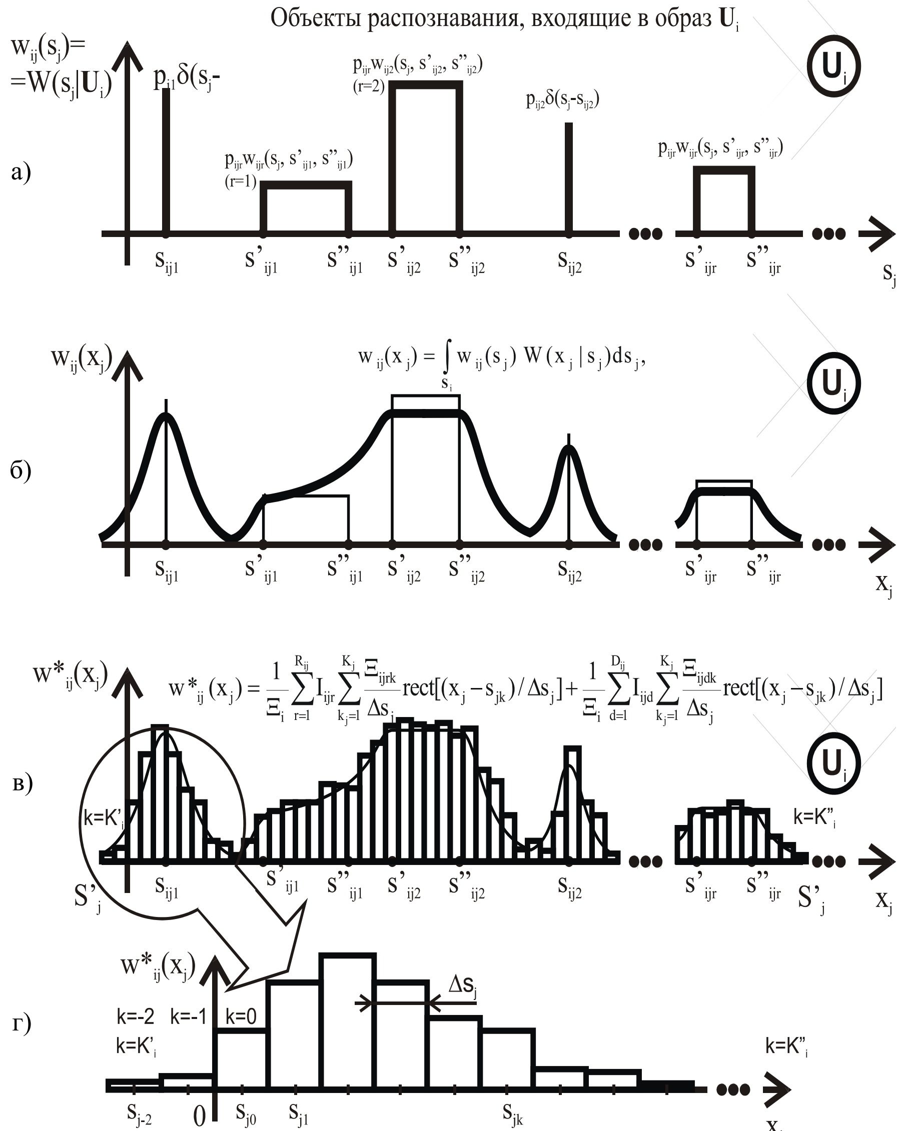

Рис. 1. Эталонное описание (а) и апостериорная плотность вероятности (б) образа U_i с полностью известными значениями признака s; статическая дифференциальная апостериорная функция распределения (в, г) выборочных значений x_j признака s_j при наблюдении образа U_i

Пусть на множестве **U** объектов распознавания наблюдаются распознаваемые образы $\mathbf{U}_i \subset \mathbf{U}$, представляющие собой множества (группы) объектов распознавания (видов радиоизлучений): $\mathbf{U}_i = \{u_{in}\}$, $i \in \{1, 2, \dots, L\}$, $n \in \{1, 2, \dots, \nu_i\}$, где L – количество распознаваемых образов; ν_i – число видов радиоизлучений в i-й группе. Каждый из образов проявляется в метрике $\mathfrak{I}$-мерного евклидового пространства признаков **S**. В метрике одного признака каждому объекту распознавания априорно соответствует одно эталонное значение или один интервал эталонных значений признака. Неизвестное априорное распределение вектора признаков $\mathbf{s} = \{s_1, s_2, \dots, s_j, \dots, s_{\mathfrak{I}}\}$ для каждого i-го образа представляет собой $\mathfrak{I}$-мерную совместную плотность вероятности смешанного типа $W(\mathbf{s} \mid \mathbf{U}_i) = w_i(\mathbf{s})$ вида (1) вектора **s** на множестве $\mathbf{U}_i$, определенную в области $\mathbf{S}_i$ пространства признаков.

По результатам Ξ испытаний для каждого из образов в метрике каждого признака s_j, $j \in \{1, 2, \dots, \mathfrak{I}\}$, получена первичная статистическая совокупность, из которой через группированный статистический ряд сформирована гистограмма – одномерная эмпирическая дифференциальная функция распределения $w^*_{ij}(x_j)$ (рис. 1, в). Будем полагать, что функции $w^*_{ij}(x_j)$ в метрике j-го признака определены на интервале $[S'_j, S''_j]$.

Выдвигается L гипотез $H_1, H_2, \dots, H_L$ о том, что наблюдаемая выборка **x** ζ-кратно измеренных значений $\mathfrak{I}$ признаков принадлежит одному из образов $\mathbf{U}_i$. Задача состоит в установлении до наблюдения дискретно-аналогового нерандомизированного статистически оптимального правила δ, реализующего разделение $\zeta \times \mathfrak{I}$-мерного евклидового пространства выборок **X** на L непересекающихся областей $\mathbf{X}^*_q$, $q \in \{1, 2, \dots, L\}$, $\bigcup \mathbf{X}^*_q = \mathbf{X}$, и приписывающего каждой из областей одного из L решений γ_q о принятии гипотезы H_q.

Для решения задачи область $[S'_j, S''_j]$ возможных значений каждого признака s_j, $j \in \{1, 2, \dots, \mathfrak{I}\}$, в выборочном пространстве разобьем на K_j непересекающихся интервалов, $K_j = K''_j - K'_j$, $K'_j = \mathrm{ent}(S'_j/\Delta s_j)$, $K''_j = \mathrm{ent}(S''_j/\Delta s_j)$, где ent(x) – операция округления вниз (наибольшее целое, не большее x). Опишем аналитически гистограмму (рис. 1, г), соответствующую n-му элементу i-й группы, в виде ступенчатой функции:

$$w^*_{ijn}(x_j) = \sum_{k=K'_j}^{K''_j} w^*_{ijnk} \,\mathrm{rect}\left[\left(x_j - k\Delta s_j + 0{,}5\Delta s_j\right)/\Delta s_j\right];$$

$$w^*_{ijnk} = \Xi_{ijnk}/\left(\Delta s_j \Xi_{ijn}\right),\ \ k = \mathrm{ent}(x_j/\Delta s_j), \tag{3}$$

где w^*_{ijnk} – плотность частоты попадания случайной величины x_j в k-й интервал j-го признака при наблюдении (в ходе испытаний) n-го радиоизлучения i-й группы; Ξ_{ijnk} – количество выборочных значений j-го признака, попавших в k-й интервал при соответствующем испытании; Ξ_{ijn} – количество наблюдений n-го радиоизлучения i-й группы в метрике j-го признака; $\mathrm{rect}\left[\left(x_j - s_{jk}\right)/\Delta s_j\right]$ – единичная прямоугольная функция шириной Δs_j с центром в точке $x_j = s_{jk} \equiv k\Delta s_j - 0{,}5\Delta s_j$, $k = K'_j, K'_j + 1, \ldots, K''_j - 1, K''_j$.

В соответствии с [1 – 3] определим статистики i-го элемента вектора оценок отношений $\Lambda^*_i(\mathbf{x})$ усредненных статистических функций правдоподобия в виде

$$\Lambda^*_i(x) = w^*_i(x)/w^*_1(x). \tag{4}$$

Для этого, полагая признаки и наблюдаемые выборки независимыми, применяя фильтрующее свойство функции Дирака, из (1), (2) имеем:

$$w_i(\mathbf{x}) = \prod_{j=1}^{\Im}\left[\sum_{r=1}^{R_{ij}} I_{ijr}p_{ijr}\int\limits_{\mathbf{S}_{ij}} w_{ijr}(s_j, s'_{ijr}, s''_{ijr})W(\mathbf{x}\,|\,s_j)\,ds_j + \sum_{d=1}^{D_{ij}} I_{ijd}p_{ijd}W(\mathbf{x}\,|\,s_{ijd})\right]. \tag{5}$$

Для получения $w^*_i(\mathbf{x})$ необходимо в (5) подставить оценки вместо $\int\limits_{S_{ij}} w_{ijr}(s_j, s'_{ijr}, s''_{ijr})W(x\,|\,s_j)\,ds_j$, $W(x\,|\,s_{ijd})$, p_{ijr} и p_{ijd}, полученные из обучающей выборки. Первые два элемента можно получить из (3) заменой индексов n на r и d, соответственно. Определим априорные вероятности p_{ijr} и p_{ijd}:

$$p^*_{ijr} = \Xi_{ijr}/\Xi_i\ ; \quad p^*_{ijd} = \Xi_{ijd}/\Xi_i\ ,$$

где Ξ_{ijr}, Ξ_{ijd} – количество проявлений r-го интервала и d-го значения i-го образа в метрике j-го признака; Ξ_i – количество наблюдений i-го образа. Основываясь на (3), (5), запишем

$$w^*_i(x) = \frac{1}{\Xi_i^{\Im}}\prod_{j=1}^{\Im}\left\{\sum_{r=1}^{R_{ij}} I_{ijr}\sum_{k=K'_j}^{K''_j}\frac{\Xi_{ijrk}}{\Delta s_j}\mathrm{rect}\left[\left(x_j - k\Delta s_j + 0{,}5\Delta s_j\right)/\Delta s_j\right] + \right.$$

$$\left. + \sum_{d=1}^{D_{ij}} I_{ijd}\sum_{k=K'_j}^{K''_j}\frac{\Xi_{ijdk}}{\Delta s_j}\mathrm{rect}\left[\left(x_j - k\Delta s_j + 0{,}5\Delta s_j\right)/\Delta s_j\right]\right\}. \tag{6}$$

На основе (4), (6) могут быть получены алгоритмы, оптимальные относительно наиболее часто применяемых в практике распознавания образов критериев оптимальности. Для этого необходимо в соответствии с применяемым критерием определить оценку отношения правдоподобия (4) и сравнить его с порогом. В частности, байесовский (Б) алгоритм многоальтернативного распознавания образов, заданных составными эталонными описаниями, имеет вид:

$$\delta_{Б}: \sum_{i=2}^{L}\left(\Pi_{it}-\Pi_{iq}\right)\frac{p^*_i}{p^*_1}\Lambda^*_i(\mathbf{x}) \overset{\gamma_q}{\geq} \Pi_{1q}-\Pi_{1t},$$

$$t = 1, 2, \ldots, L,\ t \neq q,\ q = 2, 3, \ldots, L, \qquad (7)$$

где $\Pi_{iq} \geq 0$ – элементы матрицы потерь $\mathbf{\Pi}$ размером $L \times L$; γ_q – решения принять гипотезы H_q; p^*_i – оценки априорных вероятностей наблюдения образов $\mathbf{U}_i$, $p^*_i = \Xi_i/\Xi$, $\sum_{i=1}^{L} p^*_i = 1$. К области $\mathbf{X}^*_q$, $q \in \{2, 3, \ldots, \Im\}$, относятся точки выборочного пространства $\mathbf{X}$, удовлетворяющие системе неравенств (7). Область $\mathbf{X}^*_1$ определяется из условия $\mathbf{X}^*_1 = \mathbf{X} - \bigcup_{q=2}^{L} \mathbf{X}^*_q$.

При применении критерия максимума апостериорной вероятности (МАВ) принимается решение γ_q, $q = 2, 3, \ldots, L$, если

$$\delta_{МАВ}: p^*_q\,\Lambda^*_q(x) \overset{\gamma_q}{=} \max_{2\leq i\leq L} p^*_i\,\Lambda^*_i(x),\ (p^*_i/p^*_1)\,\Lambda^*_i(\mathbf{x}) \geq 1,\ i = 2, 3, \ldots, L, \qquad (8)$$

и решение γ_1, если $(p^*_i/p^*_1)\,\Lambda^*_i(\mathbf{x}) < 1$, $\forall i \in \{2, 3, \ldots, L\}$.

Для реализации стратегии максимального правдоподобия (МП) в (6) необходимо положить априорную равновероятность наблюдения образов, их компонентов, любого из эталонных интервалов или дискретных значений признаков, одинаковую относительную степень их информативности: $p_i = 1/L$, $\forall\, i \in \{1, 2, \ldots, L\}$; $p_{ijr} = p_{ijd} = 1/(R_{ij} + D_{ij})$, $I_{ijr(d)} = 1$, $\forall\, i \in \{1, 2, \ldots, L\}$, $\forall\, j \in \{1, 2, \ldots, \Im\}$, $\forall\, r \in \{1, 2, \ldots, R_{ij}\}$; $\forall\, d \in \{1, 2, \ldots, D_{ij}\}$, т.е.

$$w^*_i(x) = \prod_{j=1}^{\Im}\left\{\frac{1}{R_{ij}+D_{ij}}\sum_{r=1}^{R_{ij}}\sum_{k=K'_j}^{K''_j}\frac{\Xi_{ijrk}}{\Delta s_j \Xi_{ijr}}\mathrm{rect}\left[\left(x_j - k\Delta s_j + 0{,}5\Delta s_j\right)/\Delta s_j\right] + \right.$$

$$\left. + \frac{D_{ij}}{D_{ij}+R_{ij}}\sum_{d=1}^{D_{ij}}\sum_{k=K'_j}^{K''_j}\frac{\Xi_{ijdk}}{\Delta s_j \Xi_{ijd}}\mathrm{rect}\left[\left(x_j - k\Delta s_j + 0{,}5\Delta s_j\right)/\Delta s_j\right]\right\}. \qquad (9)$$

Принимается решение γ_q, $q = 2, 3, \ldots, L$, если

$$\delta_{МП}:\ \Lambda^*_q(x) \overset{\gamma_q}{=} \max_{2\leq i\leq L} \Lambda^*_i(x),\ \Lambda^*_i(\mathbf{x}) \geq 1,\ i = 2, 3, \ldots, L, \qquad (10)$$

и решение γ_1, если $\Lambda_i(\mathbf{x}) < 1$, $\forall i = 2, 3, \ldots, L$.

При анализе полученных решающих правил следует выделить две основные задачи: прогнозирование достоверности принимаемых решений и оценивание адекватности полученных непараметрических алгоритмов потенциальным решающим правилам, основанным на статистиках вида (2).

Решение первой задачи обычно связывается с поиском полной вероятности ошибки $p_{ош}$ вида

$$p_{ош} = \sum_{i=1}^{L} p_{ош\,i} = \sum_{i=1}^{L} p_i \sum_{q=1,\, q\neq i}^{L} P\{\gamma_q|\mathbf{U}_i\}, \quad \bigcup_{i=1}^{L} X_i = X, \quad \bigcap_{i=1}^{L} X_i = \varnothing. \qquad (11)$$

В идеальном случае полностью известных компонентов усредненных функций правдоподобия $w_i(\mathbf{x})$ входящие в (11) полные вероятности $P\{\gamma_q|\mathbf{U}_i\}$ принятия ошибочных решений γ_q при наблюдении образа $\mathbf{U}_i$ определяются как усредненные по эталонным описаниям образов условные вероятности ошибок [3, 4]:

$$P\{\gamma_q|\mathbf{U}_i\} = P\{\mathbf{x} \in \mathbf{X}_q \mid \mathbf{s} \in \mathbf{S}_i\} = \int_{S_i} w_i(s) \int_{X_q} W(x \mid s \in S_i)\, dx\, ds, \qquad (12)$$

или

$$P\{\gamma_q|\mathbf{U}_i\} = \int_{\mathbf{X}_q} \int_{\mathbf{S}_i} w_i(\mathbf{s}) W(\mathbf{x} \mid \mathbf{s} \in \mathbf{S}_i)\, \mathbf{ds}\,\mathbf{dx} = \int_{\mathbf{X}_q} w_i(\mathbf{x})\, \mathbf{dx}. \qquad (13)$$

Из (6), (11) и (13) для оценок $w^*_i(\mathbf{x})$ и областей $\mathbf{X}^*_q$ имеем асимптотическую оценку полной вероятности ошибки:

$$p^*_{ош} = \frac{1}{\Xi} \sum_{i=1}^{L} \frac{1}{\Xi_i^{\Im-1}} \times \sum_{\substack{q=1 \\ q\neq i}}^{L} \int_{\mathbf{X}^*_q} \prod_{j=1}^{\Im} \left\{ \sum_{r=1}^{R_{ij}} I_{ijr} \sum_{k=K'_j}^{K''_j} \frac{\Xi_{ijrk}}{\Delta s_j} \operatorname{rect}\left[\left(x_j - k\,\Delta s_j + 0{,}5\Delta s_j\right)/\Delta s_j\right] + \right.$$

$$\left. + \sum_{d=1}^{D_{ij}} I_{ijd} \sum_{k=K'_j}^{K''_j} \frac{\Xi_{ijdk}}{\Delta s_j} \operatorname{rect}\left[\left(x_j - k\,\Delta s_j + 0{,}5\Delta s_j\right)/\Delta s_j\right] \right\} \mathbf{dx}. \qquad (14)$$

Зачастую может оказаться сложно в явном виде определить (12) – (14) из-за необходимости вычисления кратных интегралов. В этом случае целесообразно отыскать дифференциальные функции распределения статистик (4) оценок отношений правдоподобия $\Lambda^*_i(\mathbf{x})$, например, методом Монте-Карло. Затем по известной методике [5] можно перейти к однократному интегрированию этих функций.

В силу дискретного характера полученных статистических функций правдоподобия от интегрирования в (14) по многомерной области $\mathbf{X}^*_q$ можно перейти к суммированию в дискретных точках выборочного пространства:

$$p^*_{ош} = \frac{1}{\Xi} \sum_{i=1}^{L} \frac{1}{\Xi_i^{\Im-1}} \sum_{\substack{q=1 \\ q\neq i}}^{L} \sum_{m\in X^*_q} \prod_{j=1}^{\Im} \left\{ \sum_{r=1}^{R_{ij}} I_{ijr} \sum_{k=K'_j}^{K''_j} \Xi_{ijrk}\delta_{mk} + \sum_{d=1}^{D_{ij}} I_{ijd} \sum_{k=K'_j}^{K''_j} \Xi_{ijdk}\delta_{mk} \right\}, \qquad (15)$$

где δ_{mk} – символ Кронекера (= 1 при m = k; = 0 при m ≠ k).

В выражении (15) $\sum_{m\in X_q}(\cdot)$ представляет собой аналог кратного интеграла, обычно затрудняющего нахождение вероятностей ошибок вида (12) – (14). И хотя для решения (15) не требуется интегрирование, однако суммирование по областям $\mathbf{X}^*_q$ обуславливает необходимость определения принадлежности к одному из L распознаваемых образов каждого из $\prod_{j=1}^{\Im} K_j$ дискретных элементов выборочного пространства **X**. При этом каждый раз должна решаться одна из систем уравнений (7), (8), (10) (в зависимости от типа анализируемого алгоритма). Пусть, например, по единственному признаку s ($\Im = 1$) распознаются два образа ($L = 2$, $i \in \{1, 2\}$), каждый из которых распределен по неизвестному закону $w_i(s, s'_i, s''_i)$ на одном интервале ($R_i = 1$, $\forall i\in\{1,2\}$) эталонных значений $[s'_i, s''_i]$. Если при этом используется критерий МАВ, то получаемая из (4), (6) оценка отношения усредненных статистических функций правдоподобия

$$\Lambda^*(x) = \sum_{k=K'}^{K''} \frac{\Xi_{2k}}{\Xi_{1k}} \operatorname{rect}\left[\left(x - k\Delta s + 0{,}5\Delta s\right)/\Delta s\right],\ k = \operatorname{ent}(x/\Delta s), \qquad (16)$$

сравнивается с порогом $c^* = p^*_1/p^*_2 = \Xi_1/\Xi_2$, $p^*_1 + p^*_2 = 1$, $\Xi_1+\Xi_2 = \Xi$. Если, например, $s'_1 < s'_2$ и $s''_1 < s''_2$, то полная вероятность ошибки алгоритма находится из (14)

$$p^*_{\text{ош}} = \frac{1}{\Xi}\int_{x^*_{\text{п}}}^{\infty} \sum_{k=K'_j}^{K''_j} \frac{\Xi_{1k}}{\Delta s} \operatorname{rect}\left[\left(x - k\,\Delta s + 0{,}5\Delta s\right)/\Delta s\right] dx +$$

$$+\frac{1}{\Xi}\int_{-\infty}^{x^*_{\text{п}}} \sum_{k=K'_j}^{K''_j} \frac{\Xi_{2k}}{\Delta s} \operatorname{rect}\left[\left(x - k\,\Delta s + 0{,}5\Delta s\right)/\Delta s\right] dx, \qquad (17)$$

где оценка порогового значения определяется уравнением

$$x^*_{\text{п}} = \arg_x \left\{\Lambda^*(x) \cong p^*_1/p^*_2\right\}, \qquad (18)$$

или из (15)

$$p^*_{\text{ош}} = \frac{1}{\Xi}\left(\sum_{k=k^*_{\text{п}}}^{K''_j}\Xi_{1k} + \sum_{k=K'_j}^{k^*_{\text{п}}}\Xi_{2k}\right), \qquad (19)$$

где пороговый номер $k^*_{\text{п}}$ элементов Ξ_{ik} определяется из условия

$$k^*_{\text{п}} = \arg_k \left\{\Lambda^*(x) \cong \Xi_1/\Xi_2,\quad k = \operatorname{ent}(x/\Delta s)\right\}, \qquad (20)$$

а $\Lambda^*(x)$ – выражением (16).

Выражения (14), (15), (17) не позволяют учесть неточность разделения пространства **X** на области $\mathbf{X}^*_q$, которая вызвана дискретностью статистических функций правдоподобия (6), (9). Более строгие оценки рабочих характеристик можно получить при тестировании алгоритмов в случае, если имеется некоторая контрольная выборка для образов с заведомо известными видами и параметрами априорных распределений $w_i(s, s'_i, s''_i)$ при известной функции правдоподобия выборки $W(x \mid s)$.

В этом случае алгоритмы обучаются по контрольной выборке. Вместе с тем в соответствии с (5), [3], [4] находятся вектора усредненных функций правдоподобия $w_i(\mathbf{x})$ и их отношений $[\Lambda_i(\mathbf{x})]$. Полная вероятность $p^{**}_{\text{ош}}$ ошибки синтезированного непараметрического алгоритма оценивается в соответствии с (11), (12). Однако интегралы вычисляются по областям $\mathbf{X}^*_q$, а не $\mathbf{X}_q$.

Для рассмотренного примера это означает, что рабочая характеристика $p^{**}_{\text{ош}}$ алгоритма (16) определяется из (11), (12) в виде

$$p^{**}_{\text{ош}} = p_1\alpha + p_2\beta =$$

$$= p_1 - \frac{p_1}{s''_1 - s'_1}\int_{s'_1}^{s''_1} F\left(\frac{x^*_{\text{п}} - s}{\sigma}\right) ds + \frac{p_2}{s''_2 - s'_2}\int_{s'_2}^{s''_2} F\left(\frac{x^*_{\text{п}} - s}{\sigma}\right) ds\,, \qquad (21)$$

где α, β – вероятности ошибок первого и второго рода, соответственно; $F(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{z} e^{-\frac{t^2}{2}}\,dt$ – функция Лапласа.

Имея результаты контрольного обучения, можно сравнить синтезированный непараметрический алгоритм с соответствующим ему потенциальным решающим правилом. При этом по (11), (12) оценивается показатель $p^{**}_{\text{ош}}$ непараметрического алгоритма для областей $\mathbf{X}^*_q$ и вероятность $p_{\text{ош}}$ для областей $\mathbf{X}_q$ потенциального алгоритма. Затем определяется разность $\Delta p_{\text{ош}} = |p^{**}_{\text{ош}} - p_{\text{ош}}|$, которая должна быть не более заданной величины η. В рассматриваемом примере

$$\Delta p_{\text{ош}} = \left| p^{**}_{\text{ош}} - p_1 - \frac{p_2}{s''_2 - s'_2}\int_{s'_2}^{s''_2} F\left(\frac{x_{\text{п}} - s}{\sigma}\right) ds + \right| + \frac{p_1}{s''_1 - s'_1}\int_{s'_1}^{s''_1} F\left(\frac{x_{\text{п}} - s}{\sigma}\right) ds \left| \le \eta\,, \right.$$

где $p^{**}_{\text{ош}}$ определяется (21), а пороговое значение $x_{\text{п}}$ отыскивается из условия $x_{\text{п}} = \arg_x\{\Lambda(x) = p_1/p_2\}$, где

$$\Lambda(x) = \int_{\mathbf{S}_2} w_2(s, s'_2, s''_2)W(x \mid s)\,ds \bigg/ \int_{\mathbf{S}_1} w_1(s, s'_1, s''_1)W(x \mid s)\,ds\,.$$

Если, например, при контрольном обучении функции $w_i(s, s'_i, s''_i)$ представляют собой плотности вероятности случайных величин s, распределенных равномерно в интервалах $[s'_i, s''_i]$, а функция правдоподобия наблюдаемой выборки $W(x \mid s)$ подчиняется гауссовскому закону с математическим ожиданием s и средним квадратическим отклонением σ, то

$$\Lambda(x) = \frac{\left(s''_1 - s'_1\right)\left[F\left(\frac{s''_2 - x}{\sigma}\right) - F\left(\frac{s'_2 - x}{\sigma}\right)\right]}{\left(s''_2 - s'_2\right)\left[F\left(\frac{s''_1 - x}{\sigma}\right) - F\left(\frac{s'_1 - x}{\sigma}\right)\right]}. \tag{22}$$

Из изложенного следует метод оптимизации синтезированных непараметрических алгоритмов: отыскивается $\Delta p_{\text{ош}}$ как функция от Δs_j, Ξ и решается задача минимизацией $\Delta p_{\text{ош}}$ за счет технологически допустимых – уменьшения Δs_j, $\Delta s_j = (S''_j - S'_j)/K_j$, $K_j = K''_j - K'_j$, и увеличения Ξ. В многомерном случае условие записывается в виде

$$(\Delta s^o, \Xi^o) = \arg_{\Delta s, \Xi} \min_{\Delta s} \max_{\Xi} \min \left\{ \Delta p_{\text{ош}}(\Delta s, \Xi) \middle| \, \Delta p_{\text{ош}} \le \eta; \Delta s \ge \Delta s_0; \Xi \le \Xi_0 \right\},$$

где $\Delta \mathbf{s}^0$, Ξ^0 – оптимизированные параметры; η, $\Delta \mathbf{s}_0$, Ξ_0 – ограничения на параметры. Показатель $\Delta p_{\text{ош}}$ в данном случае является интегральной характеристикой и отражает степень приближения полученных усредненных статистических функций правдоподобия $w^*_i(\mathbf{x})$ к априорным усредненным по эталонному описанию $w_i(\mathbf{s})$ функциям правдоподобия $w_i(\mathbf{x})$.

При анализе алгоритмов распознавания образов по одному признаку в качестве показателя, характеризующего степень приближения рассматриваемых непараметрических алгоритмов к потенциальным (без обучения), могут применяться погрешности определения величин порогов $x_{\text{п}}$. Например, если в результате контрольного обучения алгоритма получено N порогов $x^*_{\text{п n}} = k^*_{\text{п n}} \Delta s$, то можно вычислить соответствующие им потенциальные значения порогов $x_{\text{п n}}$ и затем найти среднюю квадратичную погрешность $\sigma_{\text{п}} = \sqrt{\frac{1}{N-1}\sum_{n=1}^{N}\left(x^*_{\text{п n}} - x_{\text{п n}}\right)^2}$ определения $x^*_{\text{п n}}$. В силу того, что значения $x^*_{\text{п n}}$ зависят от Δs_j и Ξ, погрешность $\sigma_{\text{п}}$ также будет функцией от этих параметров. При этом задача оптимизации формализуется в виде

$$(\Delta s_j^o, \Xi^o) = \arg_{\Delta s_j, \Xi} \min_{\Delta s_j} \max_{\Xi} \min \left\{ \sigma_{\text{п}}(\Delta s, \Xi) \; \middle| \, \sigma_{\text{п}} \le \sigma_{\text{п}0}; \Delta s \ge \Delta s_0; \Xi \le \Xi_0 \right\},$$

где $\sigma_{\text{п}0}$ – заданное ограничение на величину $\sigma_{\text{п}}$.

В многомерном случае аналитически реализовать такой подход сложно, так как вместо суммирования линейных погрешностей установки конечного числа порогов необходимо интегрировать по выборочному пространству **X** расстояния между поверхностями (($\Im$ – 1)-мерными функциями), разделяющими распознаваемые образы в обучаемом и потенциальном алгоритмах. Эта задачу можно решить численными методами.

Что касается практических рекомендаций по выбору параметров алгоритма, то число испытаний при определении каждой ступенчатой функции (3) должно быть не менее тысячи, а число $К_j = К''_j – К'_j$ следует выбирать хотя бы порядка 12 – 20.

Выводы. Таким образом, разработанные методы позволяют синтезировать непараметрические алгоритмы распознавания групп радиоизлучений с обучением путем построения гистограмм, проводить анализ их качества и оптимизировать основные параметры определяемых статистических функций распределения.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Певцов Г.В. Синтез алгоритма распознавания радиоизлучений на основе байесовского правила проверки сложных гипотез // Радиоэлектроника. – 1998. – № 4. – С. 49 – 57. (Изв. высш. учебн. заведений).*
2. *Певцов Г.В. Синтез алгоритмов распознавания образов, заданных сложными эталонными описаниями в метрике азимутов на источники радиоизлучений // Радиоэлектроника. – 2000. – № 4. – С. 38 – 45. (Изв. высш. учебн. заведений).*
3. *Певцов Г.В., Лупандин В.А. Синтез алгоритмов многоальтернативного распознавания образов на основе проверки сложных статистических гипотез по критерию максимума апостериорной вероятности // Радиоэлектроника. – 2001. – № 11. – С. 77 – 80. (Изв. высш. учебн. заведений).*
4. *Певцов Г.В. Синтез байесовских алгоритмов многоальтернативного распознавания образов, заданных сложными эталонными описаниями // Радиоэлектроника. – 2003. – № 1. – С. 58 – 63. (Изв. высш. учебн. заведений).*
5. *Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники. Книга 2. – М.: Сов радио, 1975. – 392 с.*

Поступила 16.04.2003

***ПЕВЦОВ Геннадий Владимирович**, доктор техн. наук, ст. научн. сотр., зам. начальника Научного центра Войск ПВО по научной работе. В 1978 году окончил Киевское ВИРТУ. Область научных интересов – обработка радиотехнических сигналов и информации.*

***ЛУПАНДИН Владимир Анатольевич**, адъюнкт ХВУ. В 1992 году окончил Харьковское ВВКИУРВ. Область научных интересов – обработка радиотехнических сигналов и информации.*