

## ЭВРИСТИЧЕСКИЙ МЕТОД СТРУКТУРНОГО СИНТЕЗА ТЕРРИТОРИАЛЬНО РАСПРЕДЕЛЕННЫХ СИСТЕМ

к.т.н. В.В. Бескорвайный  
(представил д.т.н., проф. В.П. Авраменко)

*Предлагается эвристическая модификация метода направленного перебора локальных экстремумов функции цели для решения задачи структурно-топологической оптимизации трехуровневых территориально распределенных систем. Приведены результаты экспериментального исследования точности и сложности предложенной модификации метода.*

**Постановка проблемы.** Проектирование, планирование развития или реинжиниринг территориально распределенных систем (ТРС) транспорта, связи, обработки информации, управления предполагают решение комплекса задач их структурного синтеза. Рациональный выбор структурных параметров во многом определяет свойства синтезируемых объектов. Проектируемые, создаваемые и эксплуатируемые в настоящее время объекты характеризуются всевозрастающей сложностью, что приводит к резкому увеличению затрат на их создание и эксплуатацию. Этим объясняется важность рассматриваемой проблемы и внимание к ней ученых и специалистов [1 – 3].

**Анализ литературы.** Системологический анализ проблемы синтеза ТРС позволил провести ее декомпозицию и определить схему взаимосвязи задач по входным и выходным данным [4]. Разработанная логическая схема системного проектирования ТРС в условиях современного состояния средств вычислительной техники позволяет совместно решать задачи выбора структуры и топологии для элементов и связей [5 – 7]. Задача структурно-топологического синтеза состоит в доопределении варианта построения системы с заданными технологией функционирования, параметрами элементов и связей количеством узлов (подсистем), связями между ними и их топологией. Использование для ее решения методов ветвей и границ или направленного перебора локальных экстремумов функции цели не позволяет синтезировать системы с количеством элементов (мест возможного размещения узлов) более 40 – 50 [8, 9]. Кроме того, задача традиционно решается в два этапа (размещение центра и размещение узлов), что снижает точность решения общей задачи.

**Целью статьи** является разработка методов решения общей задачи с меньшими временными затратами и (или) более высокой точностью.

**Постановка и математическая модель задачи.** В системе с радиально-узловой структурой каждый из элементов связан с центром через один из узлов [7, 8]. Во многих случаях считается, что центр и узлы ТРС могут размещаться на базе одного из ее элементов.

**Суть задачи** может быть сформулирована следующим образом. Заданы: множество рассредоточенных по территории элементов системы и их характеристики, типы узлов и связей, на базе которых создается система, места возможного размещения ее узлов и технология ее функционирования. Необходимо определить: место размещения центра (центрального узла); оптимальное количество узлов (подсистем) системы  $n_U^0$ ; места их размещения; множества элементов, непосредственно связанных с каждым из узлов. При этом желательной целью является экстремизация выбранных частных критериев эффективности: затрат, оперативности, живучести и т.д.

В подавляющем большинстве задач синтеза и оптимизации ТРС в качестве основного (или единственного) критерия выступают затраты на ее создание и эксплуатацию. Затраты на ТРС можно представить состоящими из затрат на ее центр  $C_C$ , узлы  $C_U$ , элементы  $C_E$ , связи между узлами и центром  $C_{UC}$ , связи между элементами и узлами  $C_{EU}$ :

$$C = C_C + C_U + C_{UC} + C_E + C_{EU}. \quad (1)$$

Для задания структуры и топологии используем матрицу смежности  $R = [r_{ij}]$ ,  $i, j = \overline{1, n_E}$ , где  $r_{ij} = 1$ , если вершины  $i$  и  $j$  связаны дугой,  $r_{ij} = 0$  – в противном случае. Для всех элементов, на базе которых размещаются узлы,  $r_{ii} = 1$ . При использовании в качестве показателя затрат на ТРС ее стоимости  $C$  соответствующий критерий может быть представлен в виде

$$C = C_C + \sum_{i=1}^{n_E} (c_U + c'_{iC} + c'_{Ci}) \cdot r_{ii} + c_E \cdot n_E + \sum_{i=1}^{n_E} \sum_{j=1}^{n_E} c_{ij} \cdot r_{ij} \rightarrow \min_{r_{ij}}, \quad (2)$$

где  $C_C$  – стоимость центра;  $n_E$  – количество элементов, входящих в состав системы;  $c_U$  – стоимость узла;  $c'_{iC}$ ,  $c'_{Ci}$  – стоимости связи  $i$ -го узла с центром и центра с  $i$ -м узлом;  $c_E$  – стоимость элемента;  $c_{ij}$  – стоимость связи между элементами  $i$  и  $j$ .

Основные ограничения: каждый элемент должен быть связан с одним из узлов; к узлу должно быть подключено не менее одного элемен-

та; общее количество связей равно  $2 \cdot (n_E - 1) + n_U$ , где  $n_U$  – количество узлов в системе; элемент  $j$  присоединяется к узлу  $i$  по минимуму стоимости  $\min_i c_{ij}$ ; каждый из узлов связывается с центром, т.е.  $r_{ji} = 1 \rightarrow r_{iC} = 1$  и  $r_{Ci} = 1$ ; узлы не связываются между собой, т.е.  $(r_{ii} = 1 \text{ и } r_{jj} = 1) \rightarrow (r_{ij} = 0 \text{ и } r_{ji} = 0)$ .

**Метод решения задачи.** Затраты на создание и (или) эксплуатацию центра  $C_C$  практически не зависят от количества узлов ТРС  $n_U$  и могут считаться постоянными. Затраты на создание и (или) эксплуатацию узлов представляют собой в оговоренных условиях линейную зависимость от их количества  $C_U = c_U \cdot n_U$  (где  $c_U$  – затраты на 1 узел). Затраты на элементы системы  $C_E$  не зависят от количества ее узлов  $n_U$ . С увеличением количества узлов в системе затраты на их связи центром  $C_{UC}$  увеличиваются, а на связи между элементами и узлами  $C_{EU}$  снижаются. Анализ зависимости затрат  $C$  от количества узлов в системе показывает, что функции (1) – (2) могут быть представлены одноэкстремальной зависимостью от количества узлов  $n_U$  (рис. 1). Характер функций  $C(n_U)$  (1) – (2) позволяет использовать для решения задачи синтеза радиально-узловой топологической структуры ТРС идею направленного перебора MDR (Method of directed recalculation) по количеству узлов. Использование в базовом методе MDR размещения узлов путем покоординатного спуска (оптимизации) MCD (Method of coordinate descent) дает эвристический метод структурно-топологического синтеза MDRCД.

Идея покоординатной оптимизации для решения задачи размещения узлов MCD может быть реализована в различных версиях. Базовая схема этого метода MCD<sub>1</sub> предполагает улучшение некоторого начального решения путем последовательного (без ограничений) перемещения одного из узлов при фиксированном размещении  $n_U - 1$  остальных. При этом для каждого из вариантов размещения узлов определяется место наилучшего размещения центра.

Оценка точности метода MDRCД производилась путем сравнения решений 106 задач синтеза трехуровневых топологических структур, включающих от 10 до 40 элементов, с точными решениями, полученными по методу MDRCR. Среднее значение относительной погрешности решений составило  $\bar{\varepsilon} = 0,0026$ , а максимальное ее значение –  $\varepsilon_{\max} = 0,0477$ . При этом в 86,8 % задач были получены точные решения (рис. 2).

Сложность базового метода можно снизить, ограничив область воз-

можных перемещений узлов окрестностью фиксированного радиуса  $\rho$  (модификация  $MCD_2$ ) или множеством мест размещения элементов, связанных с этим узлом (модификация  $MCD_3$ ).

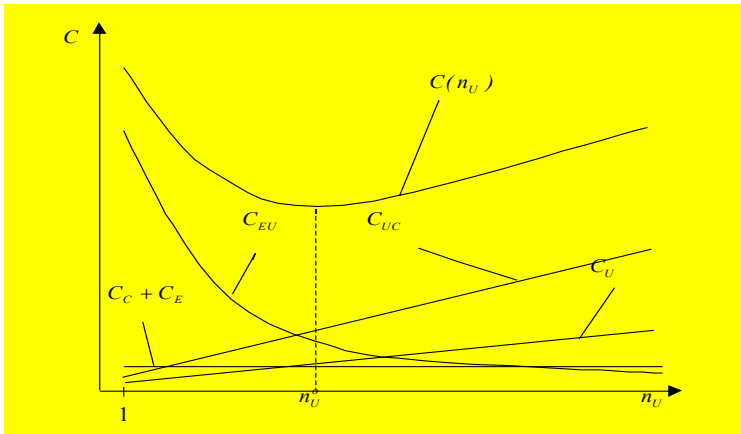


Рис. 1. Характер зависимости стоимости TPC от количества узлов

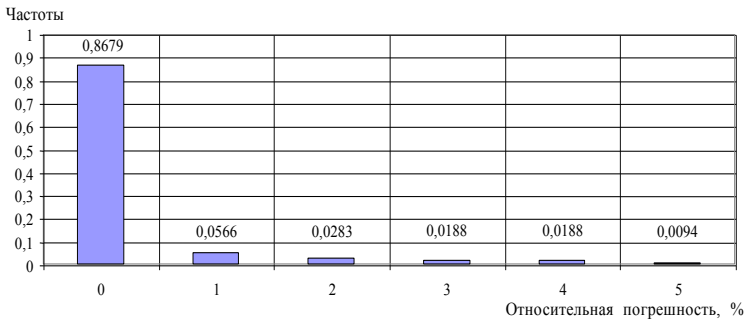


Рис. 2. Распределение частот для относительной погрешности метода MDRCД

Обе модификации метода в общем случае снижают точность получаемых решений. Для повышения их точности при наличии дополнительных временных или вычислительных ресурсов можно применить "мультистарт" (многократную реализацию процедуры для различных начальных размещений узлов) (модификация  $MCD_4$ ) [7]. Использование в методе направленного перебора MDR способов размещения узлов  $MCD_1$ ,  $MCD_2$ ,  $MCD_3$  и процедуры "мультистарт"  $MCD_4$  дает множество модификаций метода направленного перебора по способу размещения узлов  $MDRCD_1$ ,  $MDRCD_2$ ,  $MDRCD_3$ ,  $MDRCD_{14}$ ,  $MDRCD_{24}$ ,  $MDRCD_{34}$ .

Результаты экспериментальных исследований показали, что скорости роста сложности и повышения точности различны в направлениях уве-

личения радиуса окрестности поиска  $\rho$  (измерялся в долях от максимального расстояния между местами расположения элементов системы) и увеличения количества перезапусков процедуры оптимизации  $\eta$ .

Для определения лучшей модификации метода использован комплексный показатель  $U(\rho, \eta)$ , отражающий вычислительные затраты  $t(\rho, \eta)$  на единицу точности получаемого решения  $\varepsilon(\rho, \eta)$  в виде обобщенного аддитивного критерия эффективности

$$U(\rho, \eta) = \sum_{i=1}^2 \lambda_i u_i(\rho, \eta), \quad (3)$$

где  $\lambda_i$  – коэффициент, характеризующий степень важности  $i$ -го показателя (с учетом характера показателя –  $\lambda_1 = \lambda_2 = 0,5$ );  $u_i(\rho, \eta)$  – значение функции полезности для метода с параметрами  $\rho$  и  $\eta$  по  $i$ -му показателю.

В качестве функции полезности показателей использована форма  $u_i(\rho, \eta) = (k_i(\rho, \eta) - k_i^-) / (k_i^+ - k_i^-)$ , где  $k_i(\rho, \eta)$  – значение  $i$ -го показателя для метода с параметрами  $\rho$  и  $\eta$ ;  $k_i^-$ ,  $k_i^+$  – наихудшее и наилучшее значения показателя  $k_i$ . Значения комплексного показателя эффективности (3) по результатам решения задачи для систем с  $n_E = 100$  и  $n_U = 20$  приведены в табл. 1.

Таблица 1

Оценка эффективности модификаций метода MDRCD по комплексному показателю (3)

$\eta$	MDRCD <sub>14</sub>	MDRCD <sub>24</sub>				MDRCD <sub>34</sub>
		$\rho = 0,2$	$\rho = 0,4$	$\rho = 0,6$	$\rho = 0,8$	
1	0,913	0,807	0,882	0,933	0,920	0,795
2	0,798	0,812	0,860	0,853	0,803	0,806
3	0,692	0,811	0,799	0,782	0,715	0,806
4	0,591	0,800	0,759	0,720	0,630	0,806
5	0,497	0,783	0,685	0,642	0,540	0,801

**Выводы.** Анализ результатов показывает, что наилучшее значение окрестности поиска при однократной реализации процедуры оптимизации  $\rho = 0,6$ . При наличии временных и вычислительных резервов целесообразно использование "мультистарта" с одновременным уменьшением окрестности поиска.

Экспериментальным путем установлено, что рациональное значение размера окрестности перемещения узлов  $\rho$  изменяется в диапазоне от 0,3 до 0,8 и имеет тенденцию к уменьшению с увеличением количества пере-

запусков процедуры поиска решений  $\eta$ . Его конкретное значение зависит от соотношения между количествами элементов  $n_E$  и узлов  $n_U$  системы.

Сложность всех модификаций метода MDRCД без потери точности может быть существенно снижена путем предварительного вычисления оценки оптимального количества узлов в системе [7]. Это позволило за счет сокращения перебора по количеству узлов снизить время решения задачи для систем с количеством элементов от 40 до 100 по сравнению с MDRCД<sub>1</sub> в среднем на 40,7 % (от 23,9 до 64,6 %).

Направлениями дальнейших работ в этой области могут быть совершенствование и развитие предложенного метода для синтеза древовидных и кольцевых структур.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Цвиркун А.Д., Акинфиев В.К. Структура многоуровневых и крупномасштабных систем. Синтез и планирование развития. – М.: Наука, 1993. – 160 с.
2. Кульба В.В., Ковалевский С.С., Косяченко С.А., Сиротюк В.О. Теоретические основы проектирования оптимальных структур распределенных баз данных. – М.: СИНТЕГ, 1999. – 660 с.
3. Советов Б.Я., Яковлев С.А. Построение сетей интегрального обслуживания. – Л.: Машиностроение, 1990. – 332 с.
4. Бескоровайный В.В. Системологический анализ проблемы структурного синтеза территориально распределенных систем // АСУ и приборы автоматики. – Х.: ХНУРЭ. – 2002. – Вып. 120. – С. 29 – 37.
5. Бескоровайный В.В. Синтез логической схемы системного проектирования территориально распределенных объектов // Радиоэлектроника и информатика. – 2002. – № 3. – С. 94 – 96.
6. Бескоровайный В.В. Формирование и выбор решений задачи системного проектирования территориально распределенных систем обработки информации // Системи обробки інформації. – 2002. – Вып. 6 (22). – С. 243 – 247.
7. Петров Э.Г., Писклакова В.П., Бескоровайный В.В. Территориально распределенные системы обслуживания. – К.: Техника, 1992. – 208 с.
8. Зайченко Ю.П., Гонта Ю.В. Структурная оптимизация сетей ЭВМ. – К.: Техника, 1986. – 168 с.
9. Бескоровайный В.В., Имангулова З.А. Алгоритмы оптимизации топологии ИВС на множестве радиально-узловых структур // Радиоэлектроника и информатика. – 2000. – № 2. – С. 100 – 104.

Поступила 22.04.2003

**БЕСКОРОВАЙНЫЙ Владимир Валентинович**, канд. техн. наук, доцент, доцент кафедры системотехники Харьковского национального университета радиоэлектроники. В 1979 году окончил ХИРЭ. Области научных интересов – структурный синтез территориально распределенных систем; математическое моделирование; теория оценивания и выбора решений.