

ОЦЕНКА ИНФОРМАТИВНОСТИ ТРАНСФОРМАНТ ДИСКРЕТНОГО КОСИНУСНОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

проф. А.В. Королёв

Определяются выражения для статистической оценки количества информации в изображении по совокупности структурных признаков в трансформантах дискретного косинусного преобразования (ДКП). Доказывается, что на основе учета особенностей по выбранной совокупности признаков исключается избыточность изображений.

Введение. Оценка количества информации в изображениях в основном проводилась по отдельным признакам статистической природы [1, 2]. При этом методы [2], устраняющие статистическую избыточность, обеспечивают степень сжатия, в среднем не превышающую 2,5 раз. Для повышения степени сжатия изображений разработаны методы, устраняющие не только статистическую избыточность, но и избыточность различной физической природы (структурной и психовизуальной) [3 – 5], например, по учету пространственно-спектральных особенностей S_1 ; ограниченного числа двоичных серий S_2 ; ограниченных значений динамического диапазона S_3 . Однако, для таких методов сжатия отсутствуют аналитические оценки количества информации и степени сокращаемой избыточности. Поэтому необходимо вывести выражения для оценки информационных характеристик процесса сжатия на основе учета особенностей по нескольким признакам различной физической природы.

Постановка задачи. Рассмотрим процесс последовательного сокращения избыточности по признакам S_1 , S_2 и S_3 . Величина относительной избыточности R_{v,s_1} равновероятного источника исходного фрагмента изображения и неравновероятного источника трансформант ДКП равна [6]:

$$R_{v,s_1} = H_0 - H_{v,s_1} / H_0, \quad (1)$$

где H_0 – количество информации на один элемент исходного фрагмента изображения без учета закономерностей в его содержании; H_{v,s_1} – усредненное количество информации, приходящееся на одну компоненту ДКП.

В результате выявления закономерностей в компонентах ДКП по признаку S_2 дополнительное сокращение избыточности R_{s_1,s_2} составит

$$R_{s_1, s_2} = H_{v, s_1} - H_{s_1, s_2} / H_{v, s_1}, \quad (2)$$

где H_{s_1, s_2} – количество информации в компонентах ДКП с учетом закономерностей по признаку S_2 .

Преобразовав (1) относительно H_{v, s_1} и подставив в (2), получим

$$R_{s_1, s_2} = 1 - H_{s_1, s_2} / H_0 (1 - R_{v, s_1}). \quad (3)$$

Обобщив формулу (3) для трех признаков, получим:

$$R_{s_2, s_3} = 1 - H_{s_2, s_3} / H_0 (1 - R_{v, s_1}) (1 - R_{s_1, s_2}); \quad (4)$$

$$H_{s_2, s_3} = H_0 (1 - R_{v, s_1}) (1 - R_{s_1, s_2}) (1 - R_{s_2, s_3}), \quad (5)$$

где H_{s_2, s_3} – количество информации в одном элементе изображения с учетом выявления особенностей по трем предложенным признакам; R_{s_2, s_3} – количество избыточности, устраняемое на основе последовательного выявления закономерностей по трем признакам различной физической природы.

Таким образом, на основе формулы (4) для определения количества устраняемой избыточности необходимо оценить количество информации в трансформантах ДКП (H_{v, s_1}); двоичном представлении трансформант ДКП (H_{s_1, s_2}); полиадических кодах компонент трансформант ДКП (H_{s_2, s_3}).

Нахождение количества информации H_{v, s_1} в трансформантах ДКП. Для оценки количества информации H_{v, s_1} рассмотрим случайную величину $y_{\xi k}$ – компоненту ДКП, принимающую значение u . Поскольку распределение величин $y_{\xi k}$ аппроксимируется нормальным законом с параметрами $\sigma(y_{\xi k})$, $m(y_{\xi k})$, то величина H_{v, s_1} будет равна [1, 6]:

$$H_{v, s_1} = \left(1.43 \ln \prod_{\xi=1}^n \prod_{k=1}^n \sigma(y_{\xi k}) / n^2 \right) + 1.43 \ln \sqrt{2\pi e}, \quad (6)$$

где $P(y_{\xi k} = u)$ – вероятность события ($y_{\xi k} = u$).

Определение количества информации H_{s_1, s_2} в двоичном представлении компонент трансформант ДКП по числу серий S_2 одинаковых элементов. Для этого сформулируем случайное событие $N(S_2)_{\xi k} = N(s_2, Z, u)$, состоящее в том, что случайная величина $N(S_2)_{\xi k}$ будет равна значению $N(s_2, Z, u)$ для заданной максимальной длины диапазона компонент ДКП и двоичного представления ее конкретного значения $u_{(2)}$. Конкретная реализация случайной величины $N(S_2)_{\xi k}$ через фиксиро-

важное значение компоненты ДКП $u_{(2)}$ находится на основе выражения

$$N(s_2)_{\xi k} = N(s_2, Z, u) = \varphi_{s_1, s_2}(Z, u_{(2)}), \quad (7)$$

где φ_{s_1, s_2} – оператор вычисления значения $N(s_2, Z, u)$ по заданному количеству разрядов $v_p = \lceil \log_2 Z \rceil$ и известному числу $S_2 = \vartheta$, найденному на двоичном представлении компоненты ДКП $u_{(2)}$ [4].

В общем случае конкретное значение признака S_2 не задано, поэтому требуется просуммировать вероятности событий ($y_{\xi k} = u$) [6], для которых величина $N(s_2)_{\xi k}$ будет иметь равные значения. Количество ω таких событий определяется неравенством

$$N(S_2)_{\xi k} = N(s_2, Z, u) \leq |\Omega_{s_2}|, \quad (8)$$

где $|\Omega_{s_2}|$ – количество элементов в множестве событий Ω_{s_2} [4].

Тогда с учетом неравенства (8) количество информации H_{s_1, s_2} в двоичном представлении компонент трансформант ДКП с учетом ограничений на число двоичных серий находится по выражению

$$H_{s_1, s_2} = - \sum_{N(s_2)_{\xi j}=0}^{N(s_2)_{\xi j}=N(s_2)_{\max}} \left(\sum_{S_2=0}^{\lceil (v_p+1)/2 \rceil} P(y_{\xi k} = u \mid N(s_2, Z, u) \leq V(v_p, s_2)) \times \right. \\ \left. \times \log_2 \left(\sum_{S_2=0}^{\lceil (v_p+1)/2 \rceil} P(y_{\xi k} = u \mid N(s_2, Z, u) \leq V(v_p, s_2)) \right) \right), \quad (9)$$

где $N(s_2)_{\max}$ – максимальное значение числа $N(S_2)_{\xi k}$;

$P(y_{\xi k} = u \mid N(s_2, Z, u) \leq V(s_2, v_p))$ – вероятность события ($y_{\xi k} = u$), при котором выполняется неравенство (8); $V(v_p, s_2)$ – количество событий, для которых значение признака S_2 равно s_2 .

Оценка количества информации в массивах чисел $N(S_2)_{\xi k}$ с учетом ограничений S_3 на значения динамического диапазона. Сокращение такого вида избыточности в массивах чисел $N(S_2)_{\xi k}$ осуществляется за счет комбинированного кодирования [3]. В этом случае формируются величины $N(S_3)_k$ – код, полученный для k -го столбца массива чисел $N(S_2)_{\xi k}$. При этом величины $N(S_3)_k$ формируются независимо от других. Тогда количество информации H_N , приходящееся на одно число $N(S_2)_{\xi k}$, равно

$$H_N = H_{S_2, S_3} / n, \quad (10)$$

где H_{S_2, S_3} – количество информации, передаваемое одним полиадическим кодом $N(S_3)_k$ [3].

Обоснование возможности сокращения избыточности изображений по выбранным признакам. Для этого приведем графики зависимостей количества информации H_0 и количества информации $\overline{H_{S_2, S_3}}$, приходящегося в среднем на один элемент изображения, в зависимости от степени насыщенности изображений деталями (рис. 1). Расчеты проводились на основе выражений (6), (9) и (10). Из анализа графиков (рис. 1) следует, что значение величины $\overline{H_{S_2, S_3}}$ находится в пределах $0.024 \leq \overline{H_{S_2, S_3}} \leq 3.5$ в зависимости от степени насыщенности изображений, характеризуемых вероятностью цветового перепада в диапазоне $0.05 \leq p \leq 0.75$.

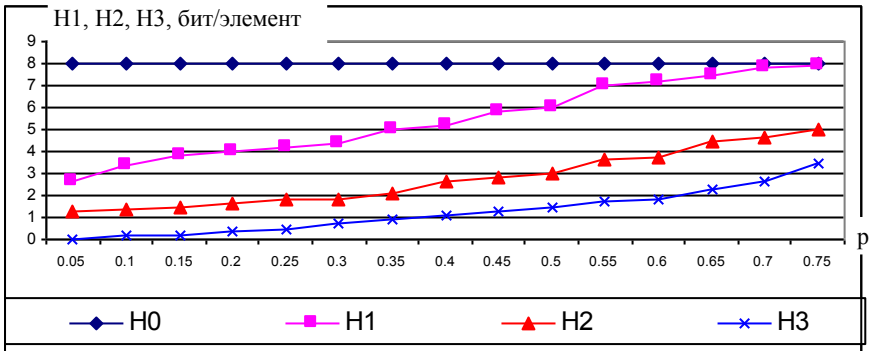


Рис. 1. Зависимость величин $\overline{H_{v, S_1}}$ (H1), $\overline{H_{S_1, S_2}}$ (H2) и $\overline{H_{S_2, S_3}}$ (H3) от вероятности цветового перепада p для $n = 8$

Для оценки степени устранимой избыточности построены графики значений величин $\overline{R_{v, S_1}}$, $\overline{R_{S_1, S_2}}$, $\overline{R_{S_2, S_3}}$ и $\overline{R_{v, S_3}}$ (измеряемых в %) соответственно при получении трансформанты ДКП, формировании массивов кодов по числу серий, осуществлении полиадического кодирования и для суммарной избыточности, исключенной по трем признакам (рис. 2). Расчеты проводились по формулам (1) – (4). Анализ графиков на рис. 2 показывает, что по статистическим оценкам суммарное количество устранимой избыточности изображений равно в среднем 84 %.

Выводы. 1. Выведены аналитические выражения для оценки количества устранимой избыточности по трем признакам различной физической приро-

ды (амплитуды частотных составляющих, число двоичных серий в трансформантах ДКП, динамический диапазон трансформант ДКП).

2. На основе проведенной статистической оценки количества сокращаемой избыточности доказано, что в результате формирования полиадических кодов трансформант ДКП с учетом ограниченного числа серий обеспечивается уменьшение избыточности изображений от 84.3 до 99.7 %

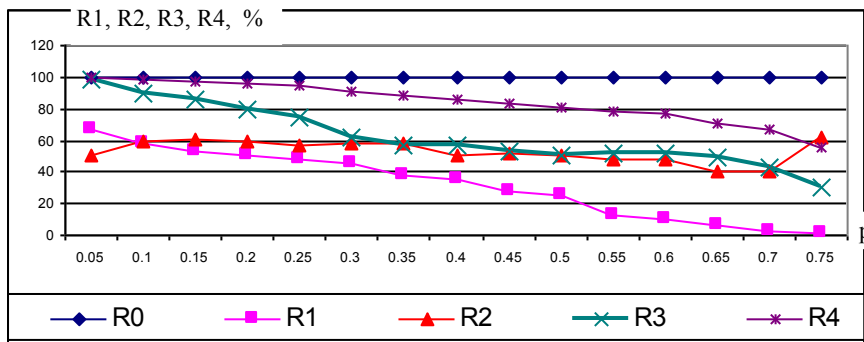


Рис. 2. Зависимость величин $\overline{R_{v,S_1}}$ (R1), $\overline{R_{S_1,S_2}}$ (R2), $\overline{R_{S_2,S_3}}$ (R3), $\overline{R_{v,S_3}}$ (R4) от вероятности цветового перепада p для $n = 8$

в зависимости от вероятности цветового перепада, а количество информации соответственно принимает значения в интервале от 0.024 до 3.5 разрядов на элемент изображения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Свириденко В.А. Анализ систем со сжатием данных – М.: Связь, 1977. – 184 с.
2. Ватолин В.И., Ратушняк А., Смирнов М., Юкин В. Методы сжатия данных. Устройство архиваторов, сжатие изображений и видео. – М.: ДИАЛОГ – МИФИ, 2002. – 384 с.
3. Королёв А.В., Баранник В.В. Метод сокращения избыточности изображений // ИКСЗТ. – 2001. – № 2. – С. 85 – 88.
4. Королёв А.В., Баранник В.В. Оценка количества информации изображения по числу серий одинаковых элементов // Системи обробки інформації. – Х.: НАНУ, ПАНМ, ХВУ. – 2002. – Вип. 2(18). – С. 43 – 46.
5. Королёв А.В., Рубан И.В., Новиков В.И. Сжатие видеоданных за счет комбинирования методов с сохранением и с потерей информации // Системи обробки інформації. – Х.: НАНУ, ХВУ. – 1998. – С. 96 – 99.
6. Левин Б.Р. Теория случайных процессов и ее применение в радиотехнике. – М.: Радио и связь, 1960. – 663 с.

Поступила 25.04.2003

Королёв Анатолий Викторович, канд. техн. наук, профессор, профессор кафедры

ХВУ. В 1969 году окончил Харьковское высшее командно-инженерное училище. Область научных исследований – обработка и передача информации.