

МАРКОВСКАЯ МОДЕЛЬ НАДЕЖНОСТИ И ЖИВУЧЕСТИ РЕЗЕРВИРОВАННЫХ СИСТЕМ С МНОГОСТУПЕНЧАТОЙ ДЕГРАДАЦИЕЙ

к.т.н. М.И. Гиневский, З.Г. Мухаметов, к.в.н. И.С. Василенко
(представил д.т.н., проф. В.С. Харченко)

Приводится формальное описание марковской модели адаптивной мажоритарно-резервированной системы (АМРС) с многоступенчатой деградацией (МСД), обладающей свойством живучести. Рассматривается методика построения графа состояний и результаты решения системы дифференциальных уравнений (ДУ) Колмогорова АМРС с МСД.

Постановка проблемы. Рассмотрим k -ярусную АМРС, в которой отказ любого яруса до $k - 1$ не приводит к отказу системы, а лишь снижает качества выполняемых функций. Такая система будет иметь $n = k - 1$ ярусов оболочки и $r = k - n$ ярусов ядра (ярусы равнонадежны, причем, отказ яруса оболочки снижает качество функционирования, а ядра – приводит к отказу системы), и обладать свойством МСД, что, по сути, является свойством живучести [1]. В этом случае уровень деградации определяется количеством отказавших ярусов оболочки, и показывает степень потери качества функционирования. Известные методики [2, 3] разработки марковской модели (ММ) не учитывают отказ оболочки и не пригодны для систем, обладающих свойством живучести, предусматривающие отказ ярусов оболочки. Следствием этого является то, что применение ММ без учета этих особенностей, для таких систем, дает заниженную оценку надежности, с одной стороны, и не позволяет оценить живучесть, вообще, – с другой.

Анализ литературы. В [1] приводятся основные положения и определения понятия живучести, рассматриваются модели живучести систем управления летательными аппаратами. В [2, 3, 5] показана методика построения графов переходов для различных резервированных систем, используемых в ММ. Причем, рассмотренная в [3] методика, построена для многоверсионных систем, не допускающих отказа яруса, и требует доработки для систем с более глубокой деградацией функций. Разработанные в [4] алгоритмы могут быть использованы для расчета

вероятности правильной реконфигурации в системах с МСД.

Цель статьи – разработка ММ, которая учитывала бы деградацию АМРС вследствие отказов ярусов оболочки.

Разработка ММ. Полный граф состояний трехканальной АМРС, без вершин, соответствующих временным неработоспособным состояниям будет иметь 16^k вершин (для $k = 2$ всего вершин 256). Аналитическое исследование модели, описываемой таким графом, уже при $k = 2$, вызывает затруднение и при $k > 2$ становится, практически, неразрешимой задачей. Однако, укрупнением графа можно существенно упростить эту задачу.

Первым шагом в этом направлении может быть отказ от однозначной определенности, какой из каналов в данном ярусе отказал, а с учетом деградации – какой из ярусов отказал. В этом случае ярус АМРС может быть в одном из 4-х работоспособных состояний: все каналы яруса исправны; отказ одного канала яруса; отказ двух каналов яруса; отказ яруса (оболочки).

Полный граф переходов АМРС, в этом случае, будет иметь 8^k вершин, без учета вершин, соответствующих временным неработоспособным состояниям, и для $k = 2$ будет уже равно 64.

По условию, ярусы равнонадежны, ядро не фиксировано и система работоспособна, пока работоспособен хотя бы один ярус. Проведем нумерацию и идентификацию ярусов, поставив в соответствие каждому состоянию четырехрядный вектор $\vec{e} = \langle e_i \rangle_{i=0}^3$, в котором $e_0 \div e_3$ равны числу ярусов без отказов, с одним, двумя и тремя отказавшими каналами, причем $e_i \in \overline{0, k}$, $\sum e_i = k$, при $e_3 \leq (k-1)$ [3]. Примем значения вектора \vec{e} , при построении графа состояний, равным числам i, j, l и g соответственно.

Также для упрощения не будем показывать вершины \vec{S} , когда система находится в режиме прерывания, в котором осуществляется реконфигурация структуры, включающая операции перебора конфигураций, их диагностирование и формирование работоспособной конфигурации [3]. Здесь следует отметить, что вероятность нахождения системы в состояниях из этого множества очень мала, так как время τ поиска работоспособной конфигурации на несколько порядков меньше $1/\lambda_k$, где λ_k – интенсивность отказа канала яруса. С другой стороны, исследования показывают, что при вычислении, таким образом, интенсивностей, математическая модель не позволяет учитывать параметры алгоритмов реконфигурации [4]. Кроме того, такая модель не позволяет вычислить соответствующие показатели с учетом ограничений, накладываемых на величину времени реконфигурации, превышение которой для систем, работающих в реальном масштабе времени,

равносильно их отказу. Эти недостатки устраняются, если "взвесить" интенсивности переходов

$$S_{e_0 e_1 e_2 e_3} \rightarrow \bar{S}_{e_0(e_1-1)(e_2+1)e_3} \rightarrow S_{e_0(e_1-1)(e_2+1)e_3}$$

$$\text{и } S_{e_0 e_1 e_2 e_3} \rightarrow \bar{S}_{e_0 e_1(e_2-1)(e_3+1)} \rightarrow S_{e_0 e_1(e_2-1)(e_3+1)}$$

вероятностями того, что реконфигурация, при отказе такого типа, будет выполнена правильно, а время ее не превысит допустимой величины – $P_{пр}$. Тогда пара переходов

$$S_{e_0 e_1 e_2 e_3} \rightarrow \bar{S}_{e_0(e_1-1)(e_2+1)e_3} ; \bar{S}_{e_0(e_1-1)(e_2+1)e_3} \rightarrow S_{e_0(e_1-1)(e_2+1)e_3}$$

$$\text{и } S_{e_0 e_1 e_2 e_3} \rightarrow \bar{S}_{e_0 e_1(e_2-1)(e_3+1)} ; \bar{S}_{e_0 e_1(e_2-1)(e_3+1)} \rightarrow S_{e_0 e_1(e_2-1)(e_3+1)}$$

заменяется парой переходов

$$S_{e_0 e_1 e_2 e_3} \rightarrow S_{e_0(e_1-1)(e_2+1)e_3} ; S_{e_0 e_1 e_2 e_3} \rightarrow \bar{S}^*$$

$$\text{и } S_{e_0 e_1 e_2 e_3} \rightarrow S_{e_0 e_1(e_2-1)(e_3+1)} ; S_{e_0 e_1 e_2 e_3} \rightarrow \bar{S}^*,$$

где \bar{S}^* – состояние отказа системы.

Граф состояний для двухярусной системы представлен на рис.1. Переходы в \bar{S}^* происходят из всех состояний вследствие отказа мажоритарных органов или при превышении допустимого времени поиска и реконфигурации, если все ярусы оболочки находятся в состоянии отказа (иначе происходит переход на режим работы только ядра), либо при отказе любого яруса ядра.

Анализ состояний АМРС с МСД показывает, что граф состояний k-ярусной системы имеет регулярный характер. Ниже приводится порядок построения такого графа. Для получения обобщенного графа состояний и переходов k-ярусной АМРС с МСД необходимо:

1. Сформировать начальную цепочку из $k + 1$ последовательно соединенных вершин начальной цепочки, соответствующих переходам $S_{ijlg} \rightarrow S_{(i-1)(j+1)lg}$, пока $i \neq 0$. Здесь происходят единичные отказы каналов в полностью работоспособных ярусах.

2. Далее, от каждого состояния начальной цепочки, кроме S_{k000} , строятся каскады цепочек (каскадом будем называть группу состояний, в которых одинаковое количество ярусов без отказов каналов). В соответствии с п.1 всего таких каскадов будет k . Переходы из состояний начальной цепочки в начало каскадов соответствуют переходам типа $S_{ijln} \rightarrow S_{i(j-1)(l+1)n}$ и обусловлены вторыми отказами каналов в ярусах, имеющие уже отказавшие.

3. В каскаде строятся цепочки, начиная с нулевого уровня деградации, следующим образом (количество цепочек в каскаде (уровней де-

градации) равно $(j + 1)$ от исходной вершины каскада):

— выстраивают цепочку состояний, соответствующих переходам, когда происходит отказ канала в ярусах, где уже имеется один отказ, пока число таких ярусов j не будет равно 0; ($S_{ijlg} \rightarrow S_{i(j-1)(l+1)g}$, пока $j \neq 0$);

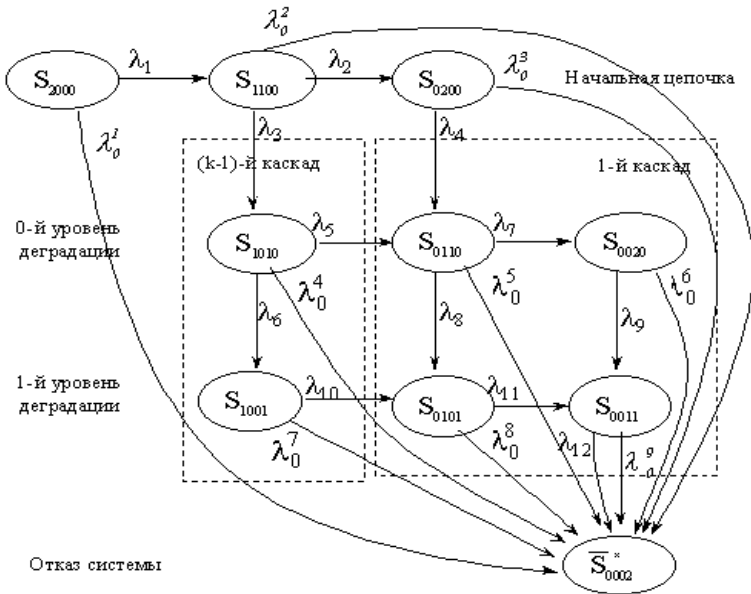


Рис. 1. Граф состояний двухярусной АМРС с МСД

— следующая цепочка (следующий уровень деградации) в каскаде строится, начиная с состояния S_{ij0g} (исходная вершина очередной цепочки в каскаде) по вышеуказанному принципу; переходы в эти состояния возможны из следующих вершин: внутри собственного каскада из предыдущей цепочки (уровня деградации) $S_{ijlg} \rightarrow S_{ij(l-1)(g+1)}$, и в этом случае происходит отказ канала в ярусах с двумя отказами и в результате ярус переходит в состояние "неработоспособно" (переход на следующий уровень деградации); из предыдущего каскада цепочек с переходами, аналогичными переходам п. 1.

Таким образом, цепочки в каскаде строятся до появления цепочки, состоящей из одной вершины (последний уровень деградации в каскаде).

4. П.3 повторяется для всех каскадов, пока не будут выбраны все.

5. Внутри каждого каскада цепочек соединяются вершины, соответствующие переходам $S_{ijlg} \rightarrow S_{ij(l-1)(g+1)}$.

6. Между каскадами цепочек соединяются вершины, соответствующие переходам $S_{ijlg} \rightarrow S_{ij(i-1)(j+1)lg}$.

7. Выходы всех вершин каждого каскада соединяются дополнительно с вершиной, соответствующей состоянию \bar{S}^* (отказ по $N_{\text{реал}} > N_{\text{доп}}$, где N – количество переборочных конфигураций за время τ ; отказ СКДР; отказ МЭ).

На основе построенного графа и с учетом принятых допущений и ограничений может быть получена марковская модель системы с непрерывным временем и дискретными состояниями. Для этого необходимо вычислить интенсивности переходов между различными состояниями системы.

Воспользовавшись известным [2, 5] правилом, составляем систему ДУ Колмогорова, описывающую процесс функционирования k -ярусной АМРС:

$$\frac{dP(S_{e_0 e_1 e_2 e_3}, t)}{dt} = \sum_i f_{e_0 e_1 e_2 e_3}^{(i)}(\lambda_k, \lambda_m, P_{\text{пр}}(\bar{S})) \cdot P(S_{e_0 e_1 e_2 e_3}^{(i)}, t); \quad (1)$$

$$\sum_{e_j} P(S_{e_0 e_1 e_2 e_3}, t) = 1; \quad P_{k000}(t=0) = 1,$$

где $e_j \in \overline{0, k}$, $\sum_{j=0}^3 e_j = k$; $f_{e_0 e_1 e_2 e_3}^{(i)}$ – функция, вычисляемая соответствующими интенсивностями переходов между вершинами; $P(S_{e_0 e_1 e_2 e_3}, t)$ – вероятность нахождения системы в состоянии $S_{e_0 e_1 e_2 e_3}$ в момент времени t ; $S_{e_0 e_1 e_2 e_3}^{(i)}$ – состояния, которым соответствуют вершины в графе, смежные вершине, определяемые состоянием $S_{e_0 e_1 e_2 e_3}$.

Результаты исследования ММ. Решение системы ДУ позволяет получить функцию $P_S(t) = 1 - P(\bar{S}^*) = f(\lambda_k, \lambda_m, P_{\text{пр}}(\bar{S}), t)$, а также вероятности нахождения системы в любой вершине построенного графа состояний, что позволяет вычислить функции вероятности нахождения системы на соответствующих уровнях деградации в зависимости от времени. Графики такой функции, для АМРС с различными параметрами, представлено на рис. 2. Результаты получены реализацией решения ДУ (1) экспоненциальным методом, программно на ПЭВМ.

Выводы. Предложенная методика построения графа состояний систем с МСД позволяет учесть не только надежность характеристики, но и характеристики живучести, что является очень существенным для критических систем, не допускающих полного отказа. Кроме того, она дает возможность получить вероятности нахождения системы на соответствующих уровнях деградации как функцию времени с параметрами, определяемыми как характеристиками надежности и живучести, так и алгоритмов реконфи-

гурации.

Системы, не допускающие полного отказа, зачастую функционируют в экстремальных условиях, когда вероятность возникновения кратных отказов

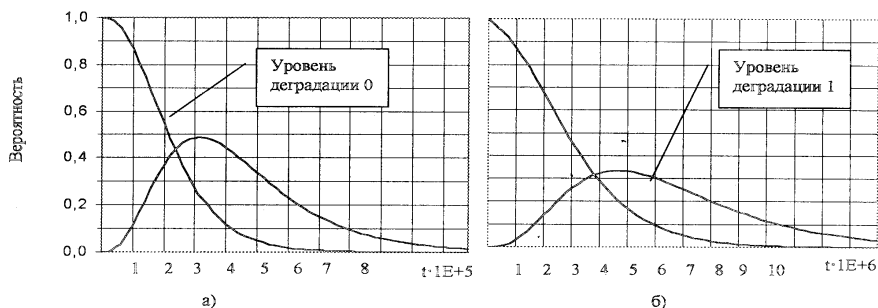


Рис. 2. Графики зависимости вероятности нахождения на соответствующих уровнях деградации от времени 2-х ярусной АМРС с параметрами интенсивности отказа каналов и мажоритарных элементов а) $\lambda_m=1E-8$; $\lambda_k=1E-6$; б) $\lambda_m=1E-8$; $\lambda_k=6E-8$

очень высока и ММ без учета этих особенностей дает завышенную оценку. Следовательно, требуется дальнейшая доработка предложенной методики для учета кратных отказов элементов системы, обладающей свойством живучести.

ЛИТЕРАТУРА

1. Харченко В.С., Марков П.Е. Живучесть и безопасность систем управления ЛА и комплексов. Ч. 1. Основные понятия и модели. – Х.: ХВУ, 1994. – 68 с.
2. Харченко В.С. та ін. Теорія надійності та живучості елементів і систем літальних комплексів. – Х.: МОУ, 1997. – 403 с.
3. Харченко В.С. Теоретические основы дефектоустойчивых цифровых систем с версионной избыточностью. МОУ. – 1996. – 506 с.
4. Харченко В.С., Мухаметов З.Г. Алгоритми діагностування і реконфігурації адаптивних мажоритарно-резервованих систем з багатосхідчатою деградацією //Ракетно-космічна техніка. – Х.: ХВУ. – 1999. – Вип. 1. – С. 29 – 32.
5. Журавлёв Ю.П., Циклинский Н.И. Надежность и контроль ЭВМ. – М.: Сов. радио, 1978. – 416 с.

Поступила 28.04.2003

ГИНЕВСКИЙ Михаил Иванович, канд. техн. наук, ст. научн. сотрудник, нач. ИВЦ ХВУ. В 1969 году окончил Харьковское ВКИУ. Область научных интересов – обработка информации.

МУХАМЕТОВ Зариф Гарифович, нач. лаб. ИВЦ ХВУ. В 1985 году окончил Харьковское ВКИУ РВ. Область научных интересов – надежность и живучесть систем управления летательными аппаратами, программное обеспечение компьютерных систем.

ВАСИЛЕНКО Игорь Станиславович, канд. военных наук, нач. отдела ПВО ЦНИИ

ВСУ, окончил КВЗРИУ в 1982 году. Область научных интересов – обработка информации.