

## МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ УГЛОВЫХ КООРДИНАТ С РАЗРЕШЕНИЕМ НЕОДНОЗНАЧНОСТИ ПЕРВЫХ РАЗНОСТЕЙ ФАЗОВЫХ GPS-ИЗМЕРЕНИЙ

к.т.н. С.Н. Флерко, О.И. Вотяков  
(представил д.т.н., проф. В.П. Деденок)

*Представлен метод и алгоритм обработки первых разностей фазовых наблюдений по сигналам глобальной спутниковой радионавигационной системы GPS при решении задачи определения параметров угловой ориентации объектов.*

**Введение.** Уровень инструментальной погрешности измерений по фазе несущей навигационных сигналов спутников системы GPS для современного оборудования спутниковой навигации и геодезии составляет 1...5 мм [1], что на два порядка ниже аналогичной погрешности кодовых GPS-измерений. Это обусловило бурное развитие методов обработки измерительной информации как с использованием фазовых и кодовых измерений совместно, так и с использованием только фазовых измерений. В задаче определения угловых координат объектов, которая входит в комплекс задач геодезического обеспечения, используется интерферометрический принцип приема сигналов спутников. Измерительное устройство оценивает разности фаз несущих сигналов, принимаемых на разнесенные в пространстве антенны, что эквивалентно измерению разности хода сигнала. Далее с использованием полученных оценок определяются значения угловых координат сформированного антеннами базового направления. Важнейшей проблемой, ограничивающей применение фазовых измерений, является проблема целочисленной неоднозначности фазовых измерений. Также значимое влияние оказывают погрешности синхронизации шкал времени между спутниками и собственно шкалой времени измерительного устройства, а также аппаратные погрешности, связанные с задержками сигналов в аналоговых трактах.

Таким образом, **проблема** заключается в следующем: оценка угловых координат объекта с учетом решения задачи разрешения неоднозначности фазовых GPS-наблюдений при минимизации вклада погрешностей.

**Анализ литературы** [1 – 4] показывает, что на практике в подавля-

ющем большинстве случаев для решения представленного класса задач используются линейные комбинации фазовых измерений – вторые разности. Фазовые измерения по своей физической природе представляют собой разность текущего значения фазы несущей принятого сигнала и фазы сигнала, генерируемого в приемнике. Формирование вторых разностей измерений производится в следующей последовательности [2]:

- одновременно в текущий момент выполняются фазовые измерения в двух разнесенных точках пространства по сигналам всех «видимых» спутников GPS;
- формируются линейные комбинации – первые разности между измерениями в опорных точках по каждому конкретному спутнику;
- один из спутников выбирается в качестве опорного (как правило, спутник с максимально высоким углом места) и формируются вторые разности между полученными линейными комбинациями (п. 2) и линейной комбинацией относительно опорного спутника.

Использование при обработке вторых разностей имеет целый ряд неоспоримых преимуществ, которые заключаются в полном устранении погрешностей синхронизации шкал времени спутников, погрешностей синхронизации шкал времени приемников, а также погрешностей из-за задержек сигналов в аналоговых трактах приемников [3]. Недостатком использования вторых разностей является увеличение влияния случайной составляющей погрешности, а также потеря информативности полученной системы уравнений и некоторые вычислительные сложности при решении задачи. С учетом вышеизложенного **целью** данной статьи является разработка метода определения углового положения объектов с использованием первых разностей фазовых GPS-наблюдений. Причем в ходе решения задачи необходимо выполнить разрешение неоднозначности измерений и оценить сопутствующие «мешающие» параметры.

**1. Модель наблюдений по сигналам системы GPS.** Система уравнений, описывающая модель наблюдений первых разностей фазовых GPS-наблюдений, может быть представлена как

$$\begin{cases} \psi_{xj} \cos \beta_x + \psi_{yj} \cos \beta_y + \psi_{zj} \cos \beta_z = \left[ \lambda (\Delta \phi_{21}^j + N_{21}^j + \delta) \right] / B_{21}; \\ (\cos \beta_x)^2 + (\cos \beta_y)^2 + (\cos \beta_z)^2 = 1, \end{cases} \quad (1)$$

где  $\psi_{xj} = (\tilde{X}_j - x) / R_j$ ;  $\psi_{yj} = (\tilde{Y}_j - y) / R_j$ ;  $\psi_{zj} = (\tilde{Z}_j - z) / R_j$  – направляющие косинусы вектора, совпадающего по направлению с направлением на спутник;  $(\tilde{X}_j, \tilde{Y}_j, \tilde{Z}_j)$  – известные координаты j-го спутника в Гринвичской геоцентрической системе координат;  $(x, y, z)$  – координаты объекта

(координаты фазового центра Ант1);  $\Delta\phi_{21}^j$  – оценки измеренного значения дробной части разности фаз;  $N_{21}^j$  – неоднозначность фазовых измерений (неизвестное целое число длин волн, уложенных на расстоянии  $\Delta R_{21}^j = R_{\text{ант1}}^j - R_{\text{ант2}}^j$ );  $\delta_j$  – суммарная систематическая погрешность измерений (остаточные ионосферные, тропосферные и эфемеридно-временные, а также аппаратная);  $\lambda$  – длина волны сигнала (для L1 системы GPS –  $\lambda = 19,2$  см);  $B_{21}$  – величина базы между 1-й и 2-й антеннами;  $\text{Cos}\beta_x$ ,  $\text{Cos}\beta_y$ ,  $\text{Cos}\beta_z$  – неизвестные направляющие косинусы вектора-базы, представляющие собой координаты вектора единичной длины, который по направлению совпадает с базовой линией  $B_{21}$ .

Обозначив  $X = \text{Cos}\beta_x$  (соответственно  $Y$  и  $Z$ ),  $\xi_j = (\lambda/B_{21})(N_{21} + \delta)$  и  $\hat{q}_j = (\lambda\Delta\phi_{21}^j)/B_{21}$ , можно получить

$$\hat{q}_j = \psi_{xj}X + \psi_{yj}Y + \psi_{zj}Z - \xi_j + \delta q_j, \quad (2)$$

где  $\hat{q}_j$  – нормированная величина оценки измеренного значения разности фаз сигнала  $j$ -го спутника, принятого на первую и вторую антенны;  $\xi_j$  – неизвестная систематическая погрешность измерений относительно  $j$ -го спутника, которая включает неоднозначность и собственно систематическую погрешность;  $\delta q_j$  – флуктуационная погрешность измерений (аппаратная шумовая и погрешность многолучевости).

**2. Алгоритм решения задачи определения угловой ориентации.** Наиболее полная информация о неизвестных содержится в системе уравнений (2) без формирования их линейных комбинаций. Представляет интерес нахождение решения системы уравнений непосредственно с совместной оценкой информационных и неинформационных «мешающих» параметров в масштабе времени, близком к реальному.

При одном измерении в момент времени  $t_k$  число уравнений системы (2) равно  $n$  при числе неизвестных  $n + 3$  (при условии известного значения базового расстояния между антеннами, иначе –  $n + 4$ ), где  $n$  – число спутников. По этой причине система (2) является недоопределенной и непосредственное ее решение без наличия априорного знания о значениях каких-либо неизвестных затруднено. С учетом того, что объект, требующий определения угловой ориентации, можно считать неподвижным, по крайней мере, в течение выбранного интервала времени – значения неизвестных элементов вектора  $\vec{X}$  можно считать неизменными

ми на выбранном интервале. Измерения по фазе несущей навигационных сигналов являются непрерывными и, при отсутствии аномальных скачков, значение неоднозначности также фиксируется в пределах выбранного интервала. Для доопределения (2) можно выполнить измерения в  $k$  моментов времени. Уже на втором шаге интервала измерений при числе спутников, равном четырем, (2) становится определенной. На практике общее число спутников только одной системы GPS в зоне видимости измерительного устройства колеблется от семи до десяти.

Все измерения, выполненные комплексом относительно  $j$ -го спутника и всех «видимых» спутников, можно представить векторами

$$\underline{\hat{Q}}_j^T = \left\| Q_j^T(t_0), Q_j^T(t_1), \dots, Q_j^T(t_k), Q_j^T(T_k) \right\| \quad \text{и} \quad \underline{\hat{Q}}^T = \left\| \underline{Q}_1^T, \underline{Q}_2^T, \dots, \underline{Q}_n^T \right\|.$$

Модель измерений относительно  $j$ -го спутника на выбранном интервале времени можно представить как

$$\underline{\hat{Q}}_j = \underline{\Psi}_j \bar{X} + \underline{\exists} \delta_{\text{ап}} + \underline{\exists} \delta_{Nj} + \underline{\delta} Q_j, \quad (3)$$

где  $\underline{\Psi}_j^T = \left\| \underline{\Psi}_j(t_0), \underline{\Psi}_j(t_1), \dots, \underline{\Psi}_j(t_k), \underline{\Psi}_j(T_k) \right\|$  и  $\underline{\Psi}_j(t_k) = \left\| \Psi_{xj}, \Psi_{yj}, \Psi_{zj} \right\|$  – матрица направляющих косинусов векторов, совпадающих по направлениям с направлениями на соответствующий  $j$ -й спутник;  $\bar{X}$  – вектор неизвестных;  $\underline{\exists}$  – единичный вектор;  $\delta_{\text{ап}}$  – систематическая аппаратная задержка, идентичная для всех спутников;  $\delta_{Nj}$  – неизвестное значение неоднозначности разностей фазовых измерений, различное для каждого  $j$ -го спутника;  $\underline{\delta} Q_j$  – случайная составляющая погрешности измерений с нормальным законом распределения.

В целом вектор измерений также является случайным с характеристиками

$$P_j(\underline{Q}_j / X, \delta_{\text{ап}}, \delta_{Nj}) \in N(M(\underline{Q}_j), \underline{K}_{Qj}),$$

где  $M(\underline{Q}_j) = \underline{\Psi}_j \bar{X} + \underline{\exists} \delta_{\text{ап}} + \underline{\exists} \delta_{Nj}$  имеет смысл математического ожидания.

Тогда с точностью до констант функция правдоподобия примет вид:

$$P_j(\underline{\hat{Q}}_j / \bar{X}, \delta_{\text{ап}}, \delta_{Nj}) = C \times \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left[ \underline{\hat{Q}}_j - (\underline{\Psi}_j \bar{X} + \underline{\exists} \delta_{\text{ап}} + \underline{\exists} \delta_{Nj}) \right]^T \underline{K}_{Qj}^{-1} \left[ \underline{\hat{Q}}_j - (\underline{\Psi}_j \bar{X} + \underline{\exists} \delta_{\text{ап}} + \underline{\exists} \delta_{Nj}) \right] \right\}.$$

Объединяя по всем «видимым» спутникам можно записать:

$$P(\underline{Q} / X, \delta_{\text{ап}}, \delta_N) = \prod P_j(\underline{Q}_j / X, \delta_{\text{ап}}, \delta_{Nj}) \in N(M(\underline{Q}), \underline{K}_Q).$$

Отыскание требуемых оценок сводится к поиску решающего правила, которое будет удовлетворять условию:

$$\max_{(\bar{\hat{X}}, \bar{\delta}_{\text{ап}}, \bar{\delta}_{\text{N}})} \left\{ P(\underline{Q} / \bar{\hat{X}}, \delta_{\text{ап}}, \delta_{\text{N}}) \right\}.$$

В результате правило отыскания требуемых оценок примет вид

$$\min_{(\bar{X}, \delta_{\text{ап}}, \delta_{\text{N}})} \left\{ \sum_{j=1}^n \left[ \hat{Q}_j - (\Psi_j \bar{X} + \Xi \delta_{\text{ап}} + \Xi \delta_{\text{Nj}}) \right]^T \mathbf{K}_{Q_j}^{-1} \left[ \hat{Q}_j - (\Psi_j \bar{X} + \Xi \delta_{\text{ап}} + \Xi \delta_{\text{Nj}}) \right] \right\}.$$

Совместное оценивание искомых неизвестных параметров выполняется с использованием классического подхода (метода максимального правдоподобия или при нормальном распределении – метода наименьших квадратов):

$$\frac{\partial \left\{ \sum_{j=1}^n \left[ \hat{Q}_j - (\Psi_j \bar{X} + \Xi \delta_{\text{ап}} + \Xi \delta_{\text{Nj}}) \right]^T \mathbf{K}_{Q_j}^{-1} \left[ \hat{Q}_j - (\Psi_j \bar{X} + \Xi \delta_{\text{ап}} + \Xi \delta_{\text{Nj}}) \right] \right\}}{\partial (\bar{X}, \delta_{\text{ап}}, \delta_{\text{N}})} = \bar{0}. \quad (4)$$

**Выводы.** Решение уравнений (4) позволит найти требуемые оценки угловых координат объекта, оценить уровень аппаратной задержки и разрешить неоднозначность фазовых измерений. С целью повышения качества решения задачи для задания начальных приближений оцениваемых параметров могут использоваться решения, полученные по кодовым GPS-измерениям.

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Глобальна система визначення місцеположення (GPS): Теорія і практика / Б. Гофманн-Велленгоф, Г. Ліхтенеггер, Д. Коллінз, переклад з англ. під ред. Я.С. Яцківа. – К.: Наук. думка, 1995. – 380 с.*
2. *Giulicchi L., Boccia L., Di Massa G., Amendola G. Performance Improvement for GPS-Based Attitude Determination Systems // Proc. of ION GPS'2000. – Salt Lake City, USA. – 19 – 22 September 2000. – P. 2209 – 2215.*
3. *Schleppé J. A Real-Time Attitude System Using a Quaternion Parameterization // Proc. of KIS'97. – Department of Geomatics Engineering, the University of Calgary. – Calgary, Alberta, Canada, 1997. – P. 395 – 408.*
4. *Kim J. GPS Attitude Determination // Meeting in Department of Aerospace Engineering of the Texas A&M University. – Tennessee, Texas, USA. – March 9<sup>th</sup>, 1999. – P. 1 – 10.*

Поступила 14.05.2003

**ФЛЕРКО Сергей Николаевич**, канд. техн. наук, зам. начальника НИО научного центра при ХВУ. Окончил ХВУ в 1994 году. Область научных интересов – системы спутниковой навигации и геодезии. E-mail: flerko@ukr.net.

**ВОТЯКОВ Олег Иванович**, адъюнкт ХВУ. Окончил ХВВКИУ РВ в 1986 году. Область научных интересов – системы спутниковой навигации и геодезии.