

## **ФРАКТАЛЬНАЯ МОДЕЛЬ РАДИОПОГЛОЩАЮЩИХ КОМПОЗИТНЫХ МАТЕРИАЛОВ С РАДИОАКТИВНЫМИ ВКЛЮЧЕНИЯМИ**

д.ф-м.н. В.Ф. Клепиков, к.ф-м.н. В.Е. Новиков,  
к.т.н. Г.Ф. Коныхин, к.т.н. А.М. Сотников

*В работе предлагаются композитные радиопоглощающие покрытия с радиоизотопными включениями, обладающие высокими поглощающими и рассеивающими свойствами в широком частотном диапазоне. Предложена фрактальная модель для описания этих покрытий.*

В последнее время все большее применение в качестве защитных радиопоглощающих покрытий приобретают композитные материалы. Такие материалы могут рассматриваться как материалы со сложной (фрактальной) структурой. Фрактальные среды характерны тем, что их макроскопические свойства (коэффициенты теплопроводности, электропроводности, диффузии и т.д.) и диэлектрические свойства зависят от их фрактальных характеристик (например, фрактальной размерности материала или его пористости) [1 – 4]. В искусственных фрактальных средах для управления их электродинамическими свойствами могут использоваться необратимость (или "потери информации" [1, 2]), неравновесность среды, нелинейность среды, связанная с ее фрактальностью [5], особенности материала, возникающие в результате специфических дисперсионных свойств включений [6 – 7].

В качестве перспективных композитных материалов могут быть использованы с большой эффективностью композитные диэлектрические (полупроводниковые) материалы с фрактальными включениями из металлов и  $\alpha$ -радиоактивных элементов. Использование  $\alpha$ -радиоактивных включений позволяет использовать в качестве управляющего фактора неравновесность электронной системы материала, т.е. использовать для управления электродинамическими свойствами материала не только неоднородность материала в координатном пространстве, но и неоднородность электронной подсистемы в фазовом пространстве.

В работах [8 – 11] было теоретически и экспериментально показа-

но, что с помощью источников электронов в веществе (например, с помощью источников дополнительной ионизации атомов материала быстрыми ионами или  $\alpha$ -частицами) можно существенно изменять функцию распределения электронов в металлах и полупроводниках.

Электродинамические свойства полупроводников и металлов определяются функциями распределения электронов по энергии, поэтому качественные изменения функции распределения, естественно, приводят к существенным изменениям в дисперсионных свойствах вещества. При достаточных интенсивностях источников ионизации в материале возникают неравновесные стационарные функции распределения со степенными асимптотиками в области энергий, превышающих тепловую энергию. В работах [8 – 11] показано, что в неравновесных стационарных состояниях изменяются как мнимая часть диэлектрической проницаемости вещества  $\epsilon(\omega, k)$ , приводящая к увеличению затухания, так и вещественная часть  $\epsilon(\omega, k)$ .

Обычно, считается, что электронная система рассматриваемого материала находится в термодинамическом равновесии, а функция распределения электронов по энергиям является либо распределением Ферми, либо распределением Максвелла (в зависимости от температуры). Такое рассмотрение справедливо при отсутствии в электронной системе источников и/или стоков частиц. При наличии таких источников и стоков ситуация сильно изменяется. При совместном действии источников и стоков частиц возможна эволюция распределения не к равновесному стационарному состоянию, а к конечному, сильно неравновесному стационарному распределению частиц. Если источники и стоки локализованы в фазовом пространстве системы и характерные энергии их локализации сильно различаются, то возможно возникновение степенных функций распределения  $f = A\epsilon^S$  в инерционном интервале между источником и стоком. Эти функции распределения, также как и равновесные, обращают в ноль ин-теграл столкновения Больцмана, т.е. степенные функции распределения являются точными стационарными решениями кинетических уравнений с интегралами столкновений между частицами в форме Больцмана, Ландау и Компанейца [12].

В работе предлагаются композитные радиопоглощающие покрытия с радиоизотопными включениями, обладающие высокими поглощающими и рассеивающими свойствами в широком диапазоне длин волн. Предложена фрактальная модель для эффективного описания этих покрытий.

**Кинетические уравнения для электронов в неравновесных фрактальных материалах.** Кинетическое уравнение для функции распределения  $f(\varepsilon, t)$  частиц по энергии  $\varepsilon$  запишем в дивергентной форме

$$g(\varepsilon) \frac{\partial f(\varepsilon, t)}{\partial t} = - \frac{\partial}{\partial \varepsilon} [j(\varepsilon, t)] + g(\varepsilon) \psi(\varepsilon), \quad (1)$$

где  $g(\varepsilon)$  – плотность состояний;  $j(\varepsilon, t)$  – поток в пространстве энергий;  $\psi(\varepsilon)$  – источники и стоки частиц.

Выражение для потока  $j(\varepsilon, t)$  зависит от выбранной формы интеграла столкновений. Наиболее простой для анализа является форма Компанейца для рассеяния электронов на фонах [12]. В этом случае поток электронов в фазовом пространстве записывается в виде:

$$j(f, \varepsilon) = D(\varepsilon) \left( T \frac{\partial f}{\partial \varepsilon} + f(1-f) \right), \quad (2)$$

где  $D(\varepsilon)$  – коэффициент диффузии, зависящий от энергии (обычно степенным образом).

При этом уравнение (1) сводится к нелинейному уравнению диффузии в пространстве энергий с источниками и стоками.

Стационарные неравновесные решения соответствуют постоянному ненулевому потоку частиц (или энергии) в фазовом пространстве [8 – 9], поэтому важным является процесс эволюции потока к этому стационарному постоянному значению. Эволюция функции распределения становится наиболее наглядной, если ввести в виде системы уравнений гиперболической диффузии [13], состоящей из уравнения (1) и уравнения релаксации потока

$$\tau \frac{\partial j(t, \varepsilon)}{\partial t} + j(t, \varepsilon) = D(\varepsilon) \left( T \frac{\partial f}{\partial \varepsilon} + f(1-f) \right). \quad (3)$$

В качестве источника квазичастиц в полупроводниковых системах можно эффективно использовать дополнительные источники ионизации, возникающие в результате прохождения через твердотельное покрытие быстрых заряженных частиц (ионов) (например,  $\alpha$ -частиц, возникающих при радиоактивном распаде [9]). При этом происходит ионизация атомов вещества на длине их пробега и образуются источники в энергетическом пространстве, которые (при теоретическом анализе) предполагаются локализованными в пространстве энергий. Использование источников ионизации в полупроводниковых покрытиях (а не в металле) существенно увеличивает возможности по качественному изменению дисперсионных свойств покрытия в неравновесных условиях, так как

соотношение между плотностями неравновесной и равновесной компонентами в этом случае могут изменяться в широких пределах и достигать достаточно больших значений. Приведенная выше система уравнений была проанализирована в [13] и показано образование областей постоянного потока в фазовом пространстве.

Присутствие в полупроводнике  $\alpha$ -радиоактивных примесей приводит к резкому увеличению плотности электронов в области треков и, как указывалось выше, к изменению функции распределения электронов. Сложная, фрактальная структура треков в материале приводит к фрактальности в областях взаимодействия электронов, возникают сильные корреляции и эффекты "памяти" в электронной подсистеме [1, 2].

Перечисленные выше эффекты могут приводить к возникновению в динамических уравнениях электронов дробной производной [16] с порядком, зависящим от фрактальной размерности среды и корреляционных свойств электронной подсистемы [13]. В общем случае эволюция функции распределения будет определяться системой уравнений:

$$g(\varepsilon) \frac{\partial^\beta f(\varepsilon, t)}{\partial t^\beta} = - \frac{\partial^\alpha}{\partial \varepsilon^\alpha} [j(\varepsilon, t)] + g(\varepsilon) \psi(\varepsilon); \quad (4)$$

$$\tau \frac{\partial^\beta j(t, \varepsilon)}{\partial t^\beta} + j(t, \varepsilon) = D(\varepsilon) \left( T \frac{\partial^\alpha f}{\partial \varepsilon^\alpha} + f(1-f) \right). \quad (5)$$

Эти уравнения могут составить основу кинетической теории фрактальных радиоизотопных покрытий. Связь показателей степеней дифференциальных операторов с макроскопическими параметрами среды определялась в [13]. Решения дробных интегро-дифференциальных уравнений (4 – 5) имеют степенные асимптотики, которые соответствуют известным режимам супердиффузии [14].

**Неэкстенсивная термодинамика неравновесных фрактальных материалов.** Стационарные неравновесные распределения частиц в фазовом пространстве для пространственно однородных систем играют такую же роль, как и распределение Максвелла в термодинамике Гиббса. Наличие таких сильных отклонений от экспоненциальной зависимости должны приводить к серьезным изменениям в термодинамических свойствах систем.

Отметим, что в изучении термодинамики сильно неравновесных систем в последние 15 лет были сделаны большие достижения, также приводящие к негиббсовским распределениям (степенным) в термодинамике. Ниже приведем краткий обзор результатов, необходимых нам для дальнейшего.

В 1988 г. Тсаллисом ([14]) была предпринята попытка расширить область применения термодинамики и статистической механики на системы, в которых энтропия не обладает свойством экстенсивности.

Как известно, в стандартной формулировке термодинамики состояние равновесия отвечает максимально возможному значению энтропии при данных значениях энергии, объема и т.д. Кроме того, предполагается, что энтропия является экстенсивной величиной, что сразу приводит к ряду нетривиальных утверждений.

Напомним определение экстенсивной величины. Пусть наша система состоит из двух *независимых* подсистем А и В. Тогда энтропию всей системы можно получить сложением энтропий подсистем, т.е.

$$S(A + B) = S(A) + S(B). \quad (6)$$

В статистической физике энтропия трактуется через число микросостояний системы. Стараясь определить энтропию так, чтобы она оставалась экстенсивной величиной, статистическая физика вынуждена привлекать гипотезу молекулярного хаоса. Эта гипотеза состоит в том, что любые сталкивающиеся молекулы были *до столкновения* никак не скоррелированы, т.е. никак не чувствовали друг друга. Для многих (но не для всех!) систем это, конечно, вполне здравая аксиома. И именно из нее следует выражение Больцмана для энтропии замкнутой системы

$$S = -\sum_i p_i \ln(p_i), \quad (7)$$

где  $i$  – номер микросостояния системы;  $p_i$  – вероятность нахождения системы в этом микросостоянии.

После работы [14] было изучено большое количество систем, для которых нарушается экстенсивность энтропии и больцмановская термодинамика. Такой системой является, например, холодное облако межзвездной пыли достаточно больших размеров, системы адронов при высокоэнергетических столкновениях, из-за больших корреляций при взаимодействии [15]. Существуют и другие системы, которые не могут быть описаны больцмановской термодинамикой. Причины, по которым термодинамика Больцмана неприменима, могут быть разными. Это могут быть, например, "эффекты памяти", когда эволюция системы в данный момент времени зависит не только от параметров системы в этот конкретный момент времени, но и от ее параметров некоторое время назад. Эти эффекты могут привести к нарушению гипотезы молекулярного хаоса, движение частиц не является полностью нескоррелированным и необходимы уточнения термодинамических соотношений с учетом дополнительных корреляций. Попытка такого пересмотра содер-

жится в термодинамике Тсаллиса [14]. Формально в стандартные выражения для энтропии и функции распределения вместо логарифма и экспоненты были введены новые функции на основе степенной зависимости:

$$\ln(x) \rightarrow \ln_q(x) = \frac{x^{1-q} - 1}{1-q}; \quad \exp(x) \rightarrow \exp_q(x) = (1 + (1-q)x)^{1/(1-q)} \quad (8)$$

с неким числовым параметром  $q$ . Заметим, что при  $q$ , стремящемся к 1,  $\ln_q(x)$  и  $\exp_q(x)$  переходят в обычные логарифм и экспоненту, в чем можно убедиться простым дифференцированием. Новая формула для  $q$ -энтропии выглядит так:

$$S_q = -\sum_i p_i^q \ln_q(p_i) = \frac{1 - \sum_i p_i^q}{q-1}. \quad (9)$$

Если  $q > 1$ , то  $q$ -энтропия переходит в стандартную больцмановскую энтропию.

Главное следствие такой замены:  $q$ -энтропия является уже не экстенсивной функцией. Если всю систему разбить на две независимых подсистемы  $A$  и  $B$ , то мы получим:

$$S_q(A+B) = S_q(A) + S_q(B) + (1-q)S_q(A)S_q(B). \quad (10)$$

Итак, параметр  $q$  – это мера неэкстенсивности системы. Как видно, величина  $q$  пока ничем не ограничена и может принимать значения от минус бесконечности до плюс бесконечности, однако некоторые ограничения могут возникнуть в той или иной конкретной задаче. Показано, что к степенноподобным функциям

$$p(E) = \exp_q(- (E/T)) \quad (11)$$

приводит условие максимума  $q$ -энтропии.

**Заключение.** Предложенная в работе модель, на основе аппарата дробных производных для описания физических процессов в композитных материалах с радиоактивными элементами, может быть математической основой для разработки новых устройств, использующих специфические свойства нелинейности и необратимости фрактальных сред. Знание аналитических и численных решений кинетических уравнений позволяет получить зависимость параметра неэкстенсивности  $q$  от характеристик материала и исследовать особенности термодинамики радиоактивных покрытий.

Отметим обстоятельство, позволяющее увеличить эффективность использования предложенных покрытий для защиты от электромагнитного излучения. Использование металлических включений (включений,

содержащих  $\alpha$ -радиоактивные вещества) приводит к образованию на поверхности покрытия структуры, представляющей собой случайный фрактал с высокой проводимостью на фоне матрицы с низкой проводимостью. Согласно исследованиям, проведенным в работе [6], такая структура на поверхности приводит к существенному повышению коэффициента поглощения электромагнитных волн в широком диапазоне длин волн.

Покрытие может быть рассмотрено, как двумерная, случайная емкостно-резистивная сеть. Оно может быть представлено как множество связанных осцилляторов с различными характеристическими частотами. При резонансах малые потери в диэлектрике могут быть усилены, и таким образом, как результат, возникнет сильное поглощение. Возникают сильные флуктуации поля в покрытии, которые наблюдаются в экспериментах. Интерференция падающих волн с этими флуктуациями приводит к фрактальной структуре в рассеянном излучении [6]. Максимумы отраженного излучения направлены под небольшими углами к поверхности.

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Olemskoi A.I., Klepikov V.F., Theory of spatiotemporal pattern in non-equilibrium systems, Phys. Rep., Vol. 338, 6. – 2001. – P. 571 – 677.*
2. *Олемской А.И., Флат А.Я. Использование концепции фрактала в физике конденсированной среды // УФН. – 1993. – № 12 (163). – С. 1 – 50.*
3. *Федер Е. Фракталы. – М.: Мир, 1991. – 186 с.*
4. *Фракталы в физике. – М.: Мир, 1988. – 283 с.*
5. *Сатанин А.М. Нелинейная проводимость фрактальных резисторов // Письма в ЖТФ. – 1995. – Т.16. – С. 44 – 47.*
6. *Лагарьков А.Н., Розанов К.Н., Сарычев А.К. СВЧ диэлектрическая проницаемость композитов, содержащих проводящие волокна // В кн. 7-я Международная Крымская конференция "СВЧ техника и телекоммуникационные технологии". Материалы конференции (Севастополь, 13-16 сентября 1997 г.). – Севастополь: Вебер. – 1997. – С. 109 – 112.*
7. *Сименов В.Н., Чистяев В.А., Рябов Д.Е. Искусственный магнетизм композитных материалов на основе диэлектрических резонаторов // В кн. 7-я Международная Крымская конференция "СВЧ техника и телекоммуникационные технологии". Материалы конференции (Севастополь, 13-16 сентября 1997 г.). – Севастополь: Вебер. – 1997. – С. 113 – 116.*
8. *Карась В.И., Моисеев С.С., Новиков В.Е. Неравновесные стационарные распределения частиц в твердотельной плазме // ЖЭТФ. – 1976. – Т. 71, № 4. – С. 1421 – 1433.*

9. Батракин Е.Н., Залюбовский И.И., Карась В.И., Кононенко С. И. и др. Экспериментальное исследование вторичной электронной эмиссии из пленок, индуцированных  $\alpha$ -частицами // *Поверхность*. – 1986. – № 12. – С. 82.
10. Моисеев С.С., Новиков В.Е., Семиноженко В.П. О возможности индуцирования акустических плазменных колебаний в неравновесных полупроводниках // *Физика и техника полупроводников*. – 1980. – Т. 14, Вып. 2. – С. 402 – 403.
11. Коняхин Г.Ф., Мелашенко А.Ю., Литвина З.Ю., Новиков В.Е., Моисеев С.С. Стационарные неравновесные состояния частиц максвелловского типа с потоками по спектру // *Радиофизика и радиоастрономия*. – 1999. – Т. 4. – № 2. – С. 160 – 168.
12. Басс Ф.Г., Гуревич Ю.Г. Горячие электроны и сильные электромагнитные волны в плазме полупроводников и газового разряда. – М.: Физматгиз, 1975. – 252 с.
13. Коняхин Г.Ф., Клевец С.И., Клепиков В.Ф., Новиков В.Е., Сотников А.М. Колебательный контур с фрактальной нагрузкой и фрактальный закон Ома // *Радиотехника: Всеукраинский межвузовский научно-технический сборник*. – Х.: ХТУРЭ. – 2002. – Вып. 127. – С. 177 – 182.
14. Tsallis, *Physica A*, Nonextensive thermostatics: brief review and comments // V. 221. – 1995. – P. 277 – 290.
15. Tsallis, *Brasilian Journal of Physics*, Nonextensive statistics: Theoretical, experimental and computational evidence and connections // V. 29. – 1999. – P. 1 – 35.
16. Джрбабян М.М. Интегральные преобразования и представления функций в комплексной области. – М.: Наука, 1966. – 672 с.

*Поступила 16.05.2003*

**КЛЕПИКОВ Вячеслав Федорович**, доктор физ.-мат. наук, член-корр. НАНУ, профессор, директор НТЦ "ЭФО". В 1971 году окончил физтех ХГУ. Область научных интересов – физика, электрофизика.

**НОВИКОВ Валерий Евгеньевич**, канд. физ.-мат. наук, ст. научн. сотрудник НТЦ «ЭФО». В 1972 году окончил физфак ХГУ. Область научных интересов – кинетическая теория газовой и твердотельной плазмы.

**КОНЯХИН Григорий Фатеевич**, канд. техн. наук, доцент, профессор кафедры ХВУ. В 1961 году окончил ХВВКИУ РВ. Область научных интересов – противодействие системам обнаружения летательных аппаратов.

**СОТНИКОВ Александр Михайлович**, канд. техн. наук, профессор, нач. кафедры ХВУ. В 1980 году окончил ХВВКИУ РВ. Область научных интересов – противодействие системам обнаружения летательных аппаратов.