

АЛГЕБРАИЧЕСКОЕ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОЕ ДЕКОДИРОВАНИЕ СВЕРТОЧНЫХ КОДОВ

к.т.н. С.И. Приходько, А.С. Жученко, Д.А. Пархоменко
(представил д.ф.-м. н., проф. Н.Н. Горобец)

В работе предлагается модификация алгоритма последовательного декодирования на основе изменения структуры сверточных кодов.

Постановка проблемы. Последовательное декодирование сверточных кодов является обширной самостоятельной областью теории помехоустойчивого кодирования. Оно имеет доминирующее прикладное значение в системах передачи сообщений, в которых допустимое значение вероятности отказа от декодирования на несколько порядков превышает допустимое значение вероятности ошибки сообщения. К таким системам можно отнести передачу данных с переспросом, командные линии связи и т.д. [1]. В связи с этим представляет интерес поиск модифицированных методов последовательного декодирования.

Анализ литературы. В настоящее время наибольшее применение находят алгоритм Фано [2] и стек-алгоритм [3]. Для реализации стек-алгоритма требуется большой объем памяти. Алгоритм Фано требует минимальной емкости памяти, проигрывая при этом в числе операций декодирования. Существует много работ, направленных на улучшение характеристик последовательных алгоритмов декодирования [1, 3, 4].

В тоже время совместное применение последовательных и синдромных методов декодирования сверточных кодов не нашло достаточного отражения в известных публикациях.

Цель статьи. Цель статьи – показать возможность совместного применения метода максимального правдоподобия и вычисления синдрома при модификации алгоритма последовательного декодирования. Задача состоит в том, чтобы изменить структуру сверточных кодов, декодируемых последовательно, с целью модификации алгоритма последовательного декодирования.

Модифицированный алгоритм последовательного декодирования сверточных кодов. Процесс кодирования информации сверточным кодом можно представить как движение по ребрам соответствующего

кодového дерева. Пусть задан сверточный код со скоростью $R = 1/m$ с помощью обобщенноматричного порождающего многочлена [5]:

$$F(x) = q_0 + q_1x + q_2x^2 + \dots + q_nx^n,$$

где q_i – элементы поля $GF(p^m)$, $i = 0, \dots, n$.

Многочлен, представляющий информационную последовательность, имеет вид:

$$M(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_kx^k,$$

где a_j – элементы поля $GF(p)$, $j = 0, \dots, k$.

Декодер, анализируя входную информационную последовательность, пытается повторить путь кодера. При наличии искажений в принимаемой последовательности эти пути могут быть различными.

При декодировании создается такая ситуация, когда два возможных пути на кодовом дереве, начинающиеся на одной вершине отличаются на длине L на некоторую величину $f(L)$ (конкретный вид $f(L)$ зависит от выбранной метрики). Назовем $f(L)$ уровнем фона ошибок. Уровень фона ошибок будет зависеть от скорости кода R , множества многочленов ошибок $\{f(L)\}$ и обобщенного порождающего многочлена $F(x)$. Это означает, что переход на ошибочный путь на кодовом дереве создает некоторый фон ошибок. В общем случае, уровень фона ошибок на каждом пути кодового дерева будет различным, так как он будет определяться дистанционным профилем рассматриваемого кода.

Обобщенноматричное представление сверточных кодов предполагает использование процедуры вычисления синдрома для обнаружения и исправления ошибок. Предлагается совместно применять метод максимального правдоподобия и вычисления синдрома при последовательном декодировании сверточных кодов. Для обнаружения ошибок предлагается использовать процедуру максимального правдоподобия, для исправления ошибок – процедуру вычисления синдрома. В процессе декодирования для выбора пути на кодовом дереве декодеру необходимо следить за общим фоном ошибок, определяемым вектором ошибок $E(x)$ и обобщенным многочленом $F(x)$. Основой для выбора пути служит уровень, определяемый заранее заданным множеством многочленов ошибок $\{E(x)\}$. Если при декодировании произошел выбор неправильного пути, то средний уровень ошибок, выявленных на пути длины L , превзойдет некоторое определенное значение.

Модификация алгоритма последовательного декодирования состоит в том, чтобы при постоянной скорости R сверточного кода величину L определить как $L > L_0$. Значение L_0 устанавливается в зависимости от уровня фона

ошибок, определяемого степенью расхождения путей кодового дерева.

Многочлен $F(x)$ существует над полем $GF(p^m)$, сверточный код – над полем $GF(p)$, многочлен $M(x)$ – над полем $GF(p)$, процесс кодирования имеет вид $T(x) = M(x) \cdot F(x)$. Процесс кодирования обобщеннозаданного сверточного кода завершается отображением многочлена $T(x)$ над полем $GF(p^m)$ в многочлен над полем $GF(p)$.

Таким образом, для реализации модифицированного алгоритма последовательного декодирования необходимо, чтобы многочлен $T(x)$ создавал постоянный фон ошибок.

Вес многочлена $F(x)$ фиксирован, но вес многочлена $M(x)$ случайный. При определенном выборе многочлена $F(x)$ над полем $GF(p^m)$ можно получить (n_0, k_0) сверточный код над полем $GF(p)$ с кодовым расстоянием d_{ck} . Тогда не существует ни одного кодового слова сверточного кода, вес которого был бы меньше, чем d_{ck} . При этом часть кодовых слов сверточного кода имеют вес больше, чем d_{ck} , что будет приводить к зависимости уровня фона ошибок от информационного многочлена $M(x)$. Это сделает невозможным использование предлагаемого метода.

Задача состоит в том, чтобы создать постоянный уровень фона ошибок, который не будет зависеть от информационного многочлена $M(x)$.

Путем решения этой задачи является выбор такого многочлена $F(x)$, который независимо от числа ненулевых коэффициентов многочлена $M(x)$ обеспечивал постоянный вес любого кодового слова (n_0, k_0) сверточного кода над полем $GF(p)$.

Если многочлен $F(x)$ выбрать таким образом, чтобы кодовыми словами (n_0, k_0) сверточного кода над полем $GF(p)$ были рекуррентные последовательности одного периода, то это обеспечит постоянный вес многочленов $T(x)$ над полем $GF(p)$ и условие создания постоянного уровня фона ошибок ввиду свойств этих последовательностей. В этом случае переход декодера с правильного пути на ложный путь, в процессе последовательного декодирования, будет означать изменение фазы рекуррентной последовательности.

Определим требования, предъявляемые к обобщенноматричному порождающему многочлену $F(x)$ так, чтобы многочлен $T(x)$ представлял собой один из сдвигов рекуррентной последовательности длины n_{ck} , $n_{ck} = (n + 1) \cdot n_0$ – длина кодового ограничения (n_0, k_0) сверточного кода, $n = \deg F(x)$. Далее, $\deg T(x) = \deg F(x) + \deg M(x) = n_{ck}$. Пусть n_{pek} – длина рекуррентной последовательности. Следовательно, можно предположить, что n_{ck} должно быть равно n_{pek} , т.е. $n_{ck} = n_{pek}$. Отсюда следует, что $n_{pek} = (n + 1) \cdot n_0$. При этом множество слов сверточного кода представляет собой сдвиги рекуррентной

последовательности одного периода. В результате возможно использование предложенного модифицированного алгоритма последовательного декодирования сверточных кодов, при котором обнаружение ошибок осуществляется методом максимального правдоподобия, а их исправление – при помощи вычисления синдрома, что позволяет повысить эффективность применения сверточных кодов в целом.

Выводы. Таким образом, предложенная в работе модификация алгоритма алгебраического последовательного декодирования обобщенноматричных сверточных кодов предполагает создание постоянного фона ошибок при неправильном локальном декодировании с помощью обобщенноматричного задания сверточных кодов и анализа уровня фона ошибок с последующим выбором правильного пути с учетом значения синдрома.

В дальнейшем необходимо установить зависимость между параметрами сверточных кодов и параметрами соответствующих рекуррентных последовательностей с целью определения правил построения сверточных кодов, которые могут быть декодированы предложенным методом.

ЛИТЕРАТУРА

1. Попов С.А. Новая версия *creeper*-алгоритма // Проблемы передачи информации. – 1993. – Т. 29. – Вып. 2. – 22 с.
2. Фано Р. Эвристическое обсуждение вероятностного кодирования // Сб. Теория кодирования. – М.: Мир, 1964. – 268 с.
3. Зигангиров К.Ш. Процедуры последовательного декодирования. – М.: Связь, 1974. – 275 с.
4. Нейфах А.Э. Сверточные коды для передачи дискретной информации. – М.: Наука, 1979. – 222 с.
5. Приходько С.И. Алгебраическое представление сверточных кодов // Вестник МСУ. – 1988. – Т. 1. – Вып. 3. – 46 с.
6. Кларк Дж., Кейн Дж. Кодирование с исправлением ошибок в системах цифровой связи: Пер. с англ. – М.: Радио и связь, 1987. – 392 с.
7. Блейхут Р. Теория и практика кодов, контролирующих ошибки. – М.: Мир, 1986. – 576 с.
8. Витерби А.Д., Омура Дж.К. Принципы цифровой связи и кодирования: Пер. с англ. / Под ред. К.Ш. Зигангирова. – М.: Радио и связь, 1982. – 536 с.
9. Касами Т., Токура Н. и др. Теория кодирования. – М.: Мир, 1978. – 576 с.

Поступила 26.05.2003

ПРИХОДЬКО Сергей Иванович, к.т.н., доцент, начальник кафедры ХВУ. В 1977 году окончил ХВВКИУ. Область научных интересов – помехоустойчивое кодирование.

ЖУЧЕНКО Александр Сергеевич, адъюнкт. В 1999 году окончил ХВУ. Область научных интересов – помехоустойчивое кодирование.

ПАРХОМЕНКО Данила Александрович, адъюнкт. В 1999 году окончил ХВУ. Об-

ласть научных интересов – помехоустойчивое кодирование.